RACCOLTA D' AUTORI
CHE TRATTANO
DEL MOTO DELL' ACQUE

EDIZIONE SECONDA

CORRETTA, ED ILLUSTRATA CON ANNOTAZIONI,

AUMENTATA DI MOLTE SCRITTURE, E RELAZIONI, ANCO INEDITE, E DISPOSTA IN UN ORDINE PIU' COMODO

PER GLI STUDIOSI DI QUESTA SCIENZA.

TOMO OTTAVO.

IN FIRENZE MDCCLXX.

NELLA STAMPERIA DI SUA ALTEZZA REALE.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

I N D I C E

DEGLI AUTORI

E DELLE MATERIE, CHE SI CONTENGONO NEL TOMO OTTAVO.

LEG.

LEGGI E FENOMENI,

REGOLAZIONI, ED USI

DELLE ACQUE CORRENTI

D I

BERNARDINO ZENDRINI

MATTEMATICO

DELLA SERENISSIMA REPUBBLICA DI VENEZIA

CON LA SOPRINTENDENZA GENERALE DELLE ACQUE.

PREFAZIONE

SI maraviglierà forse taluno nel vedere un Trattato di Acque tutto segnato di cifre algebraiche, quasi che queste nulla abbino a che fare col corso de' fiumi, o coll' equilibrio de' liquidi che sempre affettano di comporre la loro superficie a punti equidistanti dal comune centro de' gravi. Se questi però farà attenzione, che il fondamento della Geometria è l' Analisi, come la Geometria è la base della scienza delle Acque, di quella in specie, che il loro moto e peso, e la loro forza rafferma, farà d' accordo che altro metodo più naturale, e per avventura più compendioso e sicuro esser non vi possa, che quello che in questo nostro Trattato si è posto in uso.

Io so molto bene quanti pur anco vi siano fra gli Uomini di scienze, che vorrebbero trat-

tate le cose sì della pura, che della mista matematica con la sola sintesi, ed in somma coll' antico metodo, pretendendo che in tal modo maneggiando le materie, e maggiormente l'intelletto si appaghi, e le dimostrazioni rieschino molto più a portata di farci sentire la verità delle proposizioni, riputando che l'analisi serva piuttosto ad indicarci i risultati che si ricavano da certi dati, e da certe supposizioni, che a tessere le vere prove di quanto viene proposto: contuttociò per poco che un s'interni in questo criterio ed esame, si vedrà chiaramente, che se la pura Geometrica sintesi dimostra con certa catena di sillogistiche prove le assunte proposizioni, lo stesso fa pur anco l'analisi, se cogli stessi princìpj e procede e conclude, il tutto finalmente in entrambi riducendosi o ad eguagliare le quantità, o a risolverle in analogie; con la sola differenza che in quella sembrano in certo modo più sviluppate e le analogie, e le quantità comparate, in questa se stanno coperte sotto termini universali, benchè pajano assai involute, a talento pero di chicchessia possono agevolmente ricevere l'intiero suo sviluppamento, ed esser condotte nello stesso modo e forma che con la sintetica Geometria si ottengono.

A tal proposito non devo tralasciare di trascrivere quanto M. Bellidor, sì benemerito della scienza che abbiamo per le mani, ha pubblicato nella di lui Prefazione alla sua *Architettura Idrau-*

Idraulica. *Come*, dic' egli, *non ignoro punto l'importanza di un ſoggetto, che tanto intereſſa la neceſſità della vita, ho io creduto che applicandomi a trattarlo con eſattezza, ognuno aveſſe a lodare l'aver io impiegati i momenti di quell'ozio, di cui poſſo diſporre, ma temo ſolamente, che quelli i quali non hanno l'uſo dell' Algebra, e che ſi ſono di già lamentati di quella che ho ſparſo nelle altre mie Opere, mormoreranno di trovarne molta in queſta, che ora eſce, ma come vogliono eſſi che io mi faccia? Ella è divenuta la chiave di tutte le ſcoperte, nè è poſſibile di perderla di viſta, quando oprar ſi voglia con preciſione, nè certamente ſe non col di lei mezzo ſi ponno dedurre i metodi per operar con ſicurezza nella pratica. Il calcolo literale s' addatta alla capacità dello ſpirito preſentandogli una ſerie infinita di oggetti ſotto la più ſemplice eſpreſſione, ſenza eſſer diſtratto dalla complicazione de' loro rapporti, nè ſi ricerca altra attenzione che quella che demanda il calcolo ſteſſo, e la ſola penna conduce direttamente alla riſoluzione di ciò di cui ſi va in traccia, che diviene in ſeguito una formola generale per tutte le ſimili quiſtioni ſenza il biſogno di altre dimoſtrazioni, che di quelle che ſi ricavano dall' evidenza del calcolo medeſimo, le di cui operazioni ſono fondate ſopra ſemplici aſſiomi. Sovente una ſola eſpreſſione literale dà lume ad una ſcienza intiera, ſviluppandoſi ſenza fatica tutte le conſeguenze le une dopo le altre, come agevolmente ſi potrà giudicarlo per il modo con cui noi abbiamo eſpreſſo le regole de' moti, e quelle della miſura delle acque*. E il non mai abbaſtanza lodato M. de Fontenelle *negli*

gli Elementi della Geometria dell' infinito, verso il fine della dottissima sua Prefazione si esprime, parlando del calcolo: *Che questo in Geometria è quello appunto, ch' è lo sperimento in Fisica, e tutte le verità prodotte solamente dal calcolo, si potrebbono avere in conto di verità di esperienza.*

Aggiungasi al fin quì detto, (oltre alla facilità che dà il calcolo nel dedurre tante conseguenze) la fecondità dello stesso per cavarne secondo le varie supposizioni la serie delle diduzioni e Corollarj, onde si può dire, che perfettamente ne resti esaurito il soggetto che si maneggia: motivi tutti che mi hanno fatto preporre questa all' antica sintetica strada sempre laboriosa a trattarsi, senza comparazione meno ubertosa nello scoprimento de' ritrovati, e spesse volte insufficiente a condurci al termine che ci siamo proposti, allora principalmente, che siamo obbligati a servirsi delle curve di grado superiore, o come vengono dette, trascendente, che adesso dopo degli ammirabili ritrovamenti del Cavalieri e del Torricelli ne' loro indivisibili, e dopo dell' analisi degl' infiniti promossa da' loro inventori al più sublime grado di perfezione, da tanti incomparabili Uomini della Germania, dell' Inghilterra, e della Francia, e che hanno in passato fiorito, e che tutt' ora fioriscono, cotanto illustrata, si maneggiano quasi con tanta facilità, quanto si trattavano altre volte le sole linee ricevute dagli antichi come Geometriche.

Se

Se dunque anco di queſte linee avevo a far uſo in queſto Trattato, era ben conveniente il ſervirmi di tutti que' mezzi che a tal termine condurre mi potevano, ed ecco prodotti que' titoli che giuſtificar poſſono il metodo da me tenuto, eſſendo per così dire, il ſolo che alla meta guidar mi poteva.

Altro peſante obietto mi potrebbe eſſer fatto anche concedendomiſi tutto ciò, che ſin quì ho eſpoſto, ed è, che finalmente tendendo ogni mio ſcopo nel porre in una ragionevole pratica la dottrina delle acque, anzi avendo voluto piantar queſta ſopra delle ſole oſſervazioni, de' fenomeni, e di fatti incontraſtabili, certamente che quelli che vi avranno a por le mani non ſaranno, e forſe di gran lunga, in iſtato d'intendere il linguaggio con cui è ſteſa queſta materia, onde più toſto aveva eſſa a trattarſi col fondamento di una facile Geometria, che nell'aſtruſa via dell'analitica da pochi conoſciuta, e calcata; dimodochè i Periti a' quali finalmente raccomandar ſi deve l'eſecuzione di quanto ſi avanza, niuno o pochiſſimo uſo ne potranno fare.

L'obietto per vero dire ha il ſuo nerbo, e lo conoſco pur troppo di molta forza, ma non può però eſſer tale da farmi pentire della mia fatica, e della maſſima preſa. E' veriſſimo che i Periti e gl'Ingegneri poco o nulla ſi domeſticano con il calcolo, ma ſe queſti non lo fanno, lo devono ben fare i Profeſſori delle miſte Matematiche, a'

** quali

quali effettivamente ho intefo di dirigere quanto può trarfi dal mio Trattato. So pur troppo che d'ordinario fi confondono da' men dotti i gradi di Perito, d'Ingegnere, e fino talvolta d' Agrimenfore con quello de' Profeffori, abbenchè l'ordine di quefti fia ben differente dal rango degli antedetti; deve un vero Profeffore intender egualmente le dottrine teoriche, che le regole della pratica, dove al Perito bafta di verfar in quefta: Io dunque ho pretefo di affaticarmi per i primi, fenza però perder di vifta nè meno i fecondi, che fe quelli fono come la mente nell'Uomo, quefti poffono riputarfi come le braccia.

Prima di fpiegarmi ulteriormente fopra di ciò, e moftrare che in fatti quanto rafferma il Trattato fervir debba e per gli uni, e per gli altri, dirò qualche cofa dell'idea generale avuta nell' eftefa de' Capitoli che tutte le materie trattate contengono.

Perchè dunque documentato dal Gran Galileo, e poi dal celebratiffimo Cavaliere Nevvton ne' fuoi incomparabili Principj della naturale Filofofia, di doverfi dedurre in Fifica le conclufioni non da poco fondate, e fpeffe volte affatto ideali fuppofizioni, ma dal fatto e dalle offervazioni, e fopra di quefte ftabilire il fondamento di quanto fi foffe per avanzare; Appoggiandomi per tanto ad una maffima sì vera, ho proccurato di feguire i precetti di detti grand' Uomini, e Dio voleffe con quella fortuna e pub-

pubblico vantaggio com' essi hanno fatto: Ben venticinque anni di non interrotte osservazioni sopra delle acque ho consummati prima di stendere il presente Libro, ed ho voluto più di una volta assicurarmene col rifare le osservazioni non che in uno, ma in varj fiumi nell' incontro di averne tanti riconosciuti anche fuori de' felicissimi Stati della Serenissima Repubblica, cui ho l' onore da lungo tempo di servire.

Raccolte dunque le osservazioni, e ricavato dalle medesime quelle conseguenze, che mi sono parute le più naturali ed adattate, e sopra delle medesime avendo voluto prender il consiglio di Uomini ben capaci di ammaestrarmi, ho potuto finalmente tessere quanto in ora esce in pubblico; Che se per avventura non ho toccati i limiti che avrei bramato, può essere che almeno dia materia ad altri più abili di me di farlo, e di ridurre una volta questa sì necessaria scienza, nata per la felicità de' popoli e degli Stati, alla sua perfezione.

E' nata la dottrina delle acque, com' è palese, in Italia, e dalla celebre controversia del Reno fra Bolognesi e Ferraresi ha avuto il vero suo cominciamento, e può dirsi ancora il suo incremento: Fu il primo D. Benedetto Castelli Abate di S. Benedetto Aloisio, quello che avendo assistito Monsignor Ottavio Corsini Presidente di Romagna nella Visita che e' fece del Reno e del Pò, stese poscia gli elementi che denominò *Mi-*

ſura delle acque correnti, ed in verità che unì sì felicemente una sì contumace e difficile materia alle leggi della Geometria, che per il tempo che allora correva, e nelle di lui ſuppoſizioni, la conduſſe tanto innanzi, che ſi è meritato un nome immortale, abbenchè e le coſe poſteriormente ritrovate con eſperimenti più adattati, abbiano indotti gl' Idrometri ad appigliarſi ad altre leggi pel moto delle acque, e certe ſue predizioni pubblicate a piedi del ſuo Libro intorno alla diverſione del Sile dalla Laguna di Venezia, abbiano fatto toccar con mano a chi conoſce il vero ſiſtema di quelle acque, quanto ſiaſi egli ingannato, baſtando per provarlo il ſolo riflettere che appoggiano tutto l' oppoſto i due lumi maggiori delle Idroſtatiche diſcipline, Geminiano Montanari e Domenico Guglielmini in tante loro dottiſſime Scritture fatte nel tempo che e l' uno e l' altro ſi trovava a' ſtipendj della predetta Sereniſs. Repubblica, ed ottimamente però iſtrutti della materia che avevano per le mani; onde ſi può agevolmente raccogliere, che ſe tal uno condanna i Periti ed Ingegneri perchè privi di teoriche cognizioni, poterſi dal pari condannare anco que' Teorici, che troppo donano ad una ſcienza molto aſtratta.

Diede in un tal inciampo anco il per altro cotanto benemerito delle ſcienze Gianalfonſo Borelli, quando ſi fece a trattare, ſenza ſaperſene il motivo, delle Lagune di Venezia, che da quanto conſta, o ſi può congetturare, mai vedute

ave-

aveva, proponendo di escavarle assieme con i porti, con certi rastrelli co' quali voleva grattar i fondi, onde sollevar il fango, quasichè consistessero esse Lagune in pochissima estesa, ed avessero i Porti pochissimo fondo, e nelle une e negli altri vi fosse un moto anche maggiore di quello di un fiume, e stessero senza peso i loro pantani. E pure vi è stato, chi stimando di accrescer gloria al di lui nome, ha pubblicato non molti anni sono que' pensieri, che nè egli quando vivea, nè quelli che dopo la di lui morte si presero la cura di donare al pubblico le egregie di lui Opere, hanno creduto molto confacevole alla di lui fama il doverlo fare. Osservabile pur si rende cert' altra Dissertazione dell' esimio Galileo sopra del fiume Bisenzio, nella quale quanto spicca il profondo ingegno del suo Autore, altrettanto manca di quella verità pratica, che in tante altre sublimi cose, per le quali si può dire, che fosse egli nato, sì altamente sopra ogni altro si distingue, e si distinguerà ne' secoli avvenire.

Al qual proposito non saprei ben riconoscere in fatti il motivo, perchè un sì celebre Matematico trovandosi Professore nell' Università di Padova in tempo che la Repubblica diede un nuovo letto al Pò, una nuova strada alla Brenta di ben 20. miglia di estesa, ed un nuovo alveo al Musone altro fiume del Padovano col Regio dispendio di millioni, non fosse mai, fra mille difficoltà che nacquero nell' esecutiva di dette imprese, e fra

fra gl' imbarazzi delle varie opinioni ed obietti degli Ingegneri, prima che le deliberazioni fossero prese, ricercato del suo parere il Galileo, che pur era in possesso ed in Venezia ed in Padova di un'altissima stima, contuttociò non si trova certamente ne' pubblici Archivj del Magistrato alle Acque, Preside di tutte le seguite regolazioni, documento alcuno di un tanto Soggetto, come moltissimi se ne trovano di altri non pochi, o per dir meglio di tutti quelli che allora fiorivano, abbenchè di oscura fama a petto del Galileo; ciò sarà stato facilmente, perchè la scienza delle acque non era cosa di suo genio, o in cui con le necessarie osservazioni si fosse l'incomparabile Uomo esercitato, senza delle quali ben scorgeva l'occhio suo Linceo, che la scienza non sarebbe stata punto promossa: attendeva egli bensì con tutto lo spirito a liberare l'Astronomia, e la Fisica da' pregiudizj ne' quali erano involte, ed a ridur le Meccaniche al maggior grado di perfezione.

Ma giacchè siamo entrati in un simile discorso, non può uno che si trova coll' onore dell' attuale servizio della Serenissima Repubblica, dispensarsi di dare un breve riflesso a quanto nella Prefazione della *Raccolta de' Scrittori, che trattano del moto delle acque* si è avanzato, coll' indicarsi ciò che viene prodotto nel Libro intitolato la *Laguna di Venezia* del N. H. Trevisani, come che direttamente si oppone alla pubblica massima della

la regolazione degli Estuarj, Trattato che potrebbe per avventura ne' più deboli almeno imprimer delle idee troppo contrarie alla pubblica felicità ed all'eterna conservazione del circondario delle Lagune, e de' Porti di questa Augusta Dominante.

Viene allegato il Padre Abate Castelli come che non approvava la diversione del Sile, consigliata da' Periti, ed eseguitasi poscia del 1684., e si vuole esser stato un *effetto dell'ignoranza degli Architetti volgari fomentati dalla soverchia avarizia di acquistar terreno fruttifero, il qual frutto e rendita sarà sempre immensamente minore al dispendio di tanti millioni spesi in divertire, e mutare il corso e per sì lungo tratto a tanti, e sì gran fiumi, che si potevano spendere in cose molto più utili; oltre il danno inestimabile dell'aria peggiore, e della navigazione tanto peggiorata, e che sempre va peggiorando.*

Chi ha prodotti questi sensi o non ha veduto mai le Lagune di Venezia, o le ha vedute senza punto farvi sopra la minima considerazione, e come si dice, di solo passaggio. Se parliamo de' prognostici del Castelli, da esso fatti quando stavasi per divertir il Sile, niuno se n'è avverato, mentre quella diversione ha bene avuto lo svantaggio di esser imperfetta in riguardo a se stessa ed alle Campagne vicine, non in rapporto alle Lagune dalle quali restò il detto fiume divertito: nè dessa ha a che fare nè poco nè molto con le nostre navigazioni, nè con que' Porti, ch' effet-

fettivamente dal Mare ce la introducono: nè tampoco i Periti che l'hanno configliata hanno avuto in animo di far acquifti o bonificazioni di terreni, come con palpabile errore viene detto, non effendo il Sile nè capace di farle, attefa la natura delle proprie acque, nè le fituazioni nelle quali fu divertito fono in ftato di riceverle, nè il Principe di tolerarle comecchè formano per lungo tratto la conterminazione de' fuoi Eftuarj, legge inviolabile effendo di lafciar il tutto con acqua e paluftre.

Dell'aria pofcia e chi mai negherà che quella di Venezia, dacchè furono fcacciati i fiumi dalle Lagune, che l'ammorbavano, ed inducevano nell'Inclita Città frequenti e contumaciffime epidemie nel fempre nocevole mifcuglio delle acque dolci con le falfe, non fia giunta allo ftato della maggior fua perfezione? Convien ben effer affatto foreftieri di quefto Clima per non fapere ciò, o negarlo. Ma giacchè antefignano di tal erronea maffima fi produce il teftè nominato P. A. Caftelli, mi farà permeffo di opporre all'autorità di quefto Matematico due altri, che nell'affare delle acque hanno fentito tanto innanzi, che ormai da tutti vengono riconofciuti come due cardini di quefta fcienza, Geminiano Montanari, e Giandomenico Guglielmini, i quali non hanno fcritto già come il Caftelli fenza aver veduto ed efaminato, o fe veduto ed efaminato folo fuperficialmente, le Lagune di Venezia, ma tutti e due

due come Professori stipendiati dalla Serenissima Repubblica.

In quell' aureo Trattato dunque, a cui il Montanari diede il nome di *Mare Adriatico e sua corrente esaminata*, diretto in forma di lettera al S. Cardinale Basadonna al §. *Sin da' primi tempi*, così si esprime: *E perchè fra le cure più gravi, che la Pubblica Sapienza in questa materia non perde giammai di vista, una, e la più importante si è la conservazione di questi Porti e Lagune, per salute della quale ha in ogni tempo, ma molto più nel passato, e nel presente secolo profuso, e va tuttavia con Regia magnanimità profondendo tesori, e specialmente nella diversione di tanti fiumi, che portando in detta Laguna le torbide l'andavano atterrando, de' quali ben sa l'Eminenza Vostra, che oltre il Bacchiglione e Brenta, e tanti altri già tempo trasportati fuori di essa Laguna, e gl' importantissimi due fiumi, Piave e Sile divertiti in questi ultimi anni, ormai in essa Laguna non isboccano più altre acque dolci fuor de' tre piccioli Torrenti, che saranno quanto prima esiliati ancor essi dalla medesima, ed altrove al Mare condotti: onde non resterà di poi altro nimico da temersi in natura fuori, che il Mare* ec.

Ed *al* §. *In primo luogo adunque*, (così segue nel proposito de' fiumi per rapporto alle Lagune) *siccome io fui sempre di ferma opinione, che sia verissima e santissima la massima costante di questo Eccellentissimo Senato d'andar divertendo da questa Laguna tutti i fiumi, che per l'avanti, non solo con le torbi-*

bide l'andavano atterrando, ma con la naturalezza delle acque medesime propagavano d'ogni intorno quei canneti, che soliti nascere in tali paludi infettano l'aria di non so qual poco salubre esalazione, onde sono quasi disabitate le grosse popolazioni di Torcello, e di Mazzorbo, nè di questa incontrastabile verità abbia bastato a distraermi l'aver veduto, e con ragioni per altro ingegnosissime e dotte procurato di provar il contrario, il dottissimo e da me in ogni altra sua cosa riverito Abate D. Benedetto Castelli, onde stimo doversi sempre benedire dalla posterità tutta le grandi applicazioni non meno che i dispendj di tanti millioni impiegati ne' lunghi Tagli, o sia nuovi alvei fatti al Bacchiglione, ed alla Brenta per condurli con altr' acque più lungi, che s'ha potuto da questa Dominante, e nel divertire altresì dalla parte di Tramontana il Sile, ed altri fiumicelli minori, il che si ha effettuato ormai quasi intieramente, oltre la diversione della Piave, e della Livenza in altre parti stabilita ec.

Così parla il Montanari, come ogn' uno può agevolmente vederlo, essendo di già alle stampe il detto Trattato ed inserto ancora nella stessa *Raccolta degli Autori che hanno trattato di acque* pubblicata in Firenze; vediamo ora cosa sentisse il Celebre Guglielmini in tal materia, e lo ricaveremo dalla di lui Scrittura segnata in Padova 17. Febbrajo 1699., che esiste in Venezia fra i registri dell'Eccellentissimo Magistrato alle Acque, essendo stata al medesimo indirizzata.

Egli per tanto al §. *Per la stessa ragione* espone

ne quanto segue. *Siccome dunque le velme si attribuiscono in gran parte al torbidume del Mare, così le Barene non hanno altra origine, che dall' acqua de' fiumi, e non ho dubbio, che se la Brenta non fosse stata a tempo divertita si sarebbero protratte le Barene fino a' Porti, ed avrebbero esterminata la Laguna, e perciò non posso a bastanza commendare la Providenza dell' Eccellentissimo Senato, che ha saputo far argine a' nemici della Laguna, e così potenti quali sono i fiumi particolarmente torbidi, obbligandoli con Regio sforzo a superare l' inclinazione della natura, ed a portare per altra via li tributi al Mare, cioè la Brenta al Porto di Brondolo, il Sile a quello di Jesolo, e la Piave a quello di S. Margarita. Resta non ostante la Laguna soggetta agli insulti della Brenta con le rotte del Soprabondante; del Marzenego, del Dese, e del Zero con gli aperti sbocchi, che tutti non cessano di pregiudicare, e se bene con passo lento, pure s' avanzano alla di lei distruzione.*

Segue al §. *Io non entro a proponer difese contro gl' insulti de' Fiumi, sapendo che con replicati decreti dell' Eccellentissimo Senato è stata da molto tempo in quà promulgata la sentenza della loro relegazione dalle Lagune, benchè non so il perchè sin ora non sia stata eseguita. Bensì dico, che più deve temersi il danno di un Fiume torbido, come che per l' avantaggio del sito non ha limite nell' elevazione delle alluvioni, le quali forma, che anzi per legge di natura le deve ridurre a tal alzamento, che superi tutti li sforzi del Mare contrario. Si sa per esperienza esser tutti i fiu-*

mi torbidi, distruttori delle paludi, e delle Lagune, ec. ...... *ne ponno far ferma fede il Pò, ch'è stato il primo a traversar quella grande, che si estendeva dalle foci del fiume Savio sino al Lisonzo: Il Montone e Ronco che hanno ridotta in Terraferma Ravenna, che pure se dobbiamo credere a Strabone era anticamente situata in una Laguna nè più nè meno che Venezia al presente, e ne possono esser testimoni più cogniti, perchè più vicini, l'Adige e la Piave e la Livenza col portare le loro foci al Mare; il primo al Porto di Fossone; il secondo a quello di Jesolo; Il terzo a quello di S. Margarita, e lo stesso senza dubbio avrebbero fatto il Bacchiglione, la Brenta, il Musòne & il Sile, se non vi si fosse a tempo provveduto. Fuori dunque i Fiumi di Laguna, se ella si vuol eterna, ed inviolabile custode d'una Città, che ha per principal prerogativa essersi conservata dalla sua prima nascita Vergine, e sede imperturbabile della Religione, e della Libertà.*

Chi fino quì ha parlato, non è certamente di que' Periti notati dal Cabeo, ma bensì di que' Chiarissimi Professori descritti da Vitruvio; nè citansi quì i Porti di Efeso ne' quali sboccava il fiume Caìstro, ma bensì si parla di Lagune, paludi e Porti di queste nostre vicinanze a tutti noti, perduti tutti quelli, ne' quali si sono lasciate sboccar le fiumane, e conservati per l'opposto tutti gli altri da quali si sono divertite. Non si condanni dunque chi fino nel secolo XIV. suggerì alla Serenissima Repubblica di Venezia, consiste-

ſiſtere l'indennità delle ſue Lagune nel conſervarle perfettamente ſalſe, col diſcacciare da eſſe ogni acqua dolce, ma ſi condannino quelli che l'oppoſto conſigliaſſero, come nimici del pubblico bene.

Quindi nel Magiſtrato alle Acque vi eſiſte la ſeguente iſcrizione a perpetuo documento.

VT. AQVARVM. IMPERIVM. RELIGIONE. ET. CONCORDIA. QVAESITVM. ATQVE AESTVARIA HAEC. LIBERTATIS. SACROSANCTA. SEDES. VRBIS. VELVTI. SACRA MOENIA AETERNVM. CONSERVENTVR. AERE. PVBLICO. CVRATORVM. DILIGENTIA. ET. SEVERITATE. AMNES ELIMINATI. COERCITI. DIVISI. ALIO TRADVCTI. IPSIQUE. MARI. ET. LITORIBVS. IMPOSITÆ. LEGES.

Se il Caſtelli con la ſcorta della *Geometria e della Filoſofia meccanica*, e *de' ſuoi nuovi ritrovamenti* pronunciò dannoſa la diverſione de' fiumi dalle Lagune, moſſi e dalla Geometria e dalla Filoſofia, e da una conſumata eſperienza inſegnano il contrario i due inſigni Matematici Montanari e Guglielmini, il Caſtelli piantò le ſue propoſizioni con ipoteſi che non reggono a' fatti, dove i due antedetti Matematici avanzarono le loro col fondamento d'incontraſtabili ragioni dedotte dalle oſſervazioni, e da una vera e ſolida pratica; il che ſia detto perchè una maſſima sì perniciosa introdottaſi dall'Autore del *Trattato della Laguna di Venezia* pubblicatoſi del 1718. non prendeſſe piede con troppo danno di codeſte Lagune.

Tor-

Tornando laddove il discorso restò in certo modo troncato, se si è passato dal merito del P. A. Castelli per averci dati il primo gli elementi Geometrici dell' idrostatica, alle di lui massime concernenti le Lagune di Venezia, molti lumi in seguito ci ha lasciati il P. Marino Merseno dell' ordine de' Minimi ne' suoi fenomeni idraulici, dedotti sempre con lo sperimento alla mano.

Di quanto poscia in vantaggio di questa scienza produssero i Celebratissimi Mariotte, Cassini, Viviani, e li testè nominati Montanari e Guglielmini, indi M. Parent, M. Pitot, M. Bellidor, come pure il P. A. Grandi, il S. Marchese Poleni Professore di Matematiche, e di Filosofia sperimentale in Padova, ed il Sig. Manfredi, non è da immorare in descriverlo, notissimo essendo ad ogn' uno, che non sia affatto forestiere in queste materie l'aver essi in varie guise promossa la scienza delle acque. Anzi non una volta facendo serio riflesso alle tante utili scoperte e ritrovati di questi soggetti, sono stato per abbandonare la pubblicazione di queste mie notizie e meditazioni, e l'avrei certamente fatto, se non avessi riflettuto, che quanto ero per avanzare conteneva bensì cose anco prodotte da detti Autori se non altro nella parte, che servir poteva al più retto uso della scienza, ma che ciò non ostante mancavano per accostarsi a' veri limiti di tali dottrine molte e molte osservazioni, gran parte delle quali erano state da me fatte,

e po-

e potevano esser d'eccitamento ad altri di moltiplicarle, onde nuovi lumi acquistasse questa materia. Così ho preso il partito di lasciar uscire questo Trattato, il quale in fatti, come mi sono espresso, abbenchè sembri composto per quelli solamente, che l'interiore Geometria coltivano, se però si farà la necessaria attenzione si scoprirà, che può, quanto basta, esser inteso ancora dagli altri, che tal scienza non possedessero, essendo stata mia particolar cura di aggiungere ad ogni proposizione o lo scolio o l'esempio per renderla facile ed intelligibile, e perchè da tutti se ne possa far quell'uso, che è stato lo scopo di questa mia fatica.

Ben è vero che vorrei, che i Periti fossero non di quelli descritti dal Cabeo, ma che studiassero di esser veramente quali li voleva Vitruvio, voglio dire, che nè essi intraprendessero tal professione, nè i Principi o Maestrati permettessero loro l'esercitarla senza lo studio delle Matematiche elementari, comprendendo sotto di queste la Geometria di Euclide, l'Aritmetica, i principj dell'Analisi, che finalmente altro non contengono che un'Aritmetica maneggiata con caratteri e numeri, in vece di servirsi di questi ultimi soli; per altro le quattro operazioni, sopra delle quali si fonda tutta quant' è l' Aritmetica, le stesse e non più servono all'Analisi, e ciò per quello appartiene alla pura contemplazione della quantità discreta e continua. Per le miste Matematiche

tiche poscia dovrebbe il Perito ben intendere le meccaniche, che comprendono tutta la dottrina de' pesi, delle potenze, delle resistenze, e degli equilibrj tanto de' solidi che de' fluidi, insomma si vorrebbe che si accostassero ad Epistemio e Filalete di quel dotto Dialogo *circa all' Arno e le Acque della Valdinievole*, e non già a quel buon Chirocrate, terzo interlocutore del medesimo Dialogo, ed allora non punto difficile riuscirebbe l' intendere o questo o altri Trattati circa alla dottrina delle acque, ed il Pubblico, ed il privato sarebbero meglio serviti, se allora non si commetterebbero di quelli errori, che pur troppo si scorgono alla giornata succedere, e nella stima che si concilierebbero presso dell' universale restarebbe dal pari promossa la loro riputazione, ed avanzato il loro interesse.

Si darà ormai un breve saggio di tutto ciò che si contiene in questo Libro, e servir potrà d' idea generale di quanto si è avuto in vista per promovere questa scienza. Perchè dunque l' acqua è un fluido, pertanto nel primo Capitolo si disamina la natura di questi, col rilevarsi l' analogia, che essi hanno co' solidi, e tutto ciò che concerne le leggi generali del moto delle acque; nè potendosi senza il conoscimento de' fenomeni dell' uscita di queste da' fori de' vasi tenuti sempre ripieni con essa, venirne a capo, così nel Capitolo secondo se ne spiegano i sintomi, nè solamente col rapporto fra quantità e quantità, ma col

fissarsi

fissarsi il peso assoluto della medesima dentro lo spazio di un dato tempo, e ciò tanto per i fori orizontali, che per i verticali. Al detto Capitolo si è aggiunta un' Appendice, in cui si esaminano le proposizioni ed i pareri di varj Autori, circa all' uscita predetta dell' acqua da' vasi ponderando la Legge con cui effettivamente si muove dentro dal vase in tal maniera aperto, ed in qual modo si possa sciogliere quelle difficoltà, che sono derivate dalla Proposizione 37. de' principj della Filosofia del Nevvton della prima edizione, e poi della 36. della seconda: materia ancora meglio illustrata nell'edizione 1726. dal nobilissimo suo Autore, come ognuno potrà facilmente rilevare.

Perchè poi differenza è stata scoperta nella quantità dell'acqua, che esce da' vasi armati di tubi cavi, da quelli che tali non li hanno, quindi nel Capitolo terzo si pondera quanto in tal proposito è stato detto, rimarcandosi come dalle osservazioni nasca la teoria di tali fenomeni; e nel Capitolo quarto si danno le leggi de' moti ritardati, ogni qual volta questi siano resi tali per l'immersione nell'acqua stagnante di qualche parte dell'altezza de' vasi effluenti.

Stabilito quanto concerne i moti delle acque ne' Vasi, si passa nella prima Parte del Capitolo quinto a considerare le velocità delle correnti nel modo che sono state rilevate da' più rinomati Autori col prodursi anco le stesse osservazioni da essi fatte, e le deduzioni che da queste ne emergono: e nella seconda Parte del medesimo Ca-

pitolo si dà il metodo, che stimasi più sicuro di ogni altro onde ottenersi le dette velocità, il che tanto importa nell' affare dè' fiumi col servirsi della palla a pendolo, dandosene di ciò la teoria e la pratica, e ciò che molto importa deducendo dalle osservazioni fatte, principalmente nel Pò, le leggi di dette velocità, assai diverse dalle sin ora corse, e con Tavole adattate si scorge, che a misura del maggior moto del fiume, si rende diversa la legge della di lui velocità almeno a norma di quanto sin'ora si ha potuto ricavare dalle osservazioni; che se queste variassero, potrà però il metodo, che se n'è dato, servire per maggiormente cavar questa materia dalle tenebre, nelle quali pur anco giace, nè riuscirà punto difficile il riformarne le Tavole con le stesse formole, che si sono in questo Capitolo registrate. E prima di terminarsi lo squittinio delle velocità si è esaminato ancora lo strumento per rilevarle indicatosi da M. Pitot nelle Memorie dell'Accademia delle Scienze 1732. con le dubbietà che si hanno nel servirsi del medesimo.

Si è poi stimato utile e necessario di aggiungere alla detta seconda Parte del Capitolo quinto un nuovo metodo per le erogazioni delle acque a profitto delle irrigazioni delle Campagne, coll' indicare il modo di evitar gli errori che in tali ripartimenti d'ordinario si commettono a grave danno e del Principe e degli interessati: parte questa dell'idrometria, che gli Autori hanno bensì conosciuta bisognosa di riforma, ma di cui però non han-

hanno fin ora dato un metodo che sia facile e sicuro.

Trattatosi in tal maniera delle velocità delle acque correnti, e per l'importanza del conoscerle a fondo avendosi immorato in tal disamina molto più che nelli altri anteriori Capitoli, si passa nel Capitolo sesto a dar il metodo per l'unione e divisione delle acque de' fiumi, e fissandosi le leggi del loro crescere e scemare, il tutto si esemplifica a maggior chiarezza con le reali misure di varj alvei di fiumi Reali, e Torrenti.

Dalle alterazioni, che i fiumi ricever possono o dalle escrescenze, o dall' unione o derivazione de' canali, si passa nel settimo Capitolo a considerare gl' impedimenti, che si oppongono al corso delle acque; cioè o quelli che si praticano per salvar le rive, o quelli che in qualunque altro modo all' urto di esse acque si oppongono, non esclusi nè meno quelli che derivano dall' incontro delle acque mosse sotto direzioni, che in qualunque senso s' incontrino, indicandosi il metodo per misurarne i veri effetti, e calcolarne la perdita del moto. Così nell' ottavo Capitolo si esamina i ritardamenti, che nascer possono e da' venti e da' rigurgiti del Mare, punto ancor questo di non leggiera importanza nella scienza delle acque, attribuendosi talora a cause assai lontane ciò, che proviene immediatamente dalle predette cagioni.

Si passa poi nel nono Capitolo a versare intorno le cause universali delle escrescenze e decrescenze dei fiumi, punto questo piuttosto Filosofico, che Matematico, e da cui dipende lo sciogli-

glimento del Problema ſtato fin ora aſſai controverſo dell'origine delle Fontane e dei fiumi, e ſe ne danno eſempj individuali per il Pò col fondamento delle miſure più accertate di eſſo fiume in riguardo alle eſcreſcenze ſue, ed all'ordinaria quantità delle di lui acque, e con tal incontro ſi dà la linea in cui ſi conforma la ſuperficie de' fiumi in piena, ben diverſa da quanto fin ora hanno prodotto gl' Idrometri, ricavato il tutto dalle indubitate oſſervazioni del Pò, dell' Adige, e di altri minori fiumi.

E perchè da quanto ſi è premeſſo circa la dottrina delle acque ſi ha da raccogliere il frutto ſegnatamente per i ripari de' fiumi, così il Capitolo decimo contiene quello che concerne le reſiſtenze degli alvei dei fiumi, e que' ripari che oppor ſi poſſono in loro difeſa, parte queſta di meccanica non ancor tocca dagli Autori, benchè l'aveſſe in viſta il rinomato Montanari, come ci coſta da molti di lui ſcritti: noi abbiamo trattata queſta materia a miſura delle noſtre forze, e potrà agevolmente da' Statici venire e vieppiù promoſſa, ed eſſerne anco intieramente eſaurita.

Nè averemmo creduto di aver ſoddisfatto adeguatamente al noſtro impegno, ſe nell' undecimo Capitolo, dopo aver verſato intorno alle corroſioni de' fiumi e circa alle rotte che ſi aprono negli argini, non aveſſimo dato il metodo di ripararle: coſa ancor queſta neceſſaria, e di cui non vi è Autore che ne parli, laſciando che i ſemplici Pratici ſpeſſe volte con ſoverchio diſpendio a maggior carico del danno di quelli, che le ſoffrono nel-

le

le loro Tenute, a di loro talento, e senza le necessarie cautele le prendano, e pochissima sia la cura dell'impedirle con inestimabile danno de' paesi e della navigazione, se que' tali fiumi sono navigabili.

Sarebbe poi stata molto imperfetta l'Opera se dopo tante considerazioni intorno a' moti delle acque e alla regolazione di queste ne' proprj alvei non si avesse data la maniera di fabbricar i Sostegni, le Chiaviche, gli Strammazzi, e le Botti sotterranee, dalle quali cose tanto frutto si ritrae così in riguardo della navigazione e del commercio, come per rapporto alla coltivazione delle Campagne, Retratti e Bonificazioni che spettano all' ubertà de' paesi ed all' abbondanza. Tutto ciò dunque viene esposto nel Capitolo duodecimo, ed al medesimo fine si è fatto il susseguente decimoterzo, che dà il metodo di far i scoli delle Campagne, e generalmente quello di formar i Retratti ed Acquisti tanto per alluvione, che per essiccazione, materia ancor questa che seco porta immensi vantaggi a' popoli ed a' Stati. Finalmente nel decimo quarto ed ultimo Capitolo resta espresso tutto ciò, che appartiene alle macchine mosse dall' acqua, vale a dire alla forza di questa per conciliar loro il moto, ed alla resistenza che le medesime impiegano contro di esso, col considerarsi tutti que' mezzi, che contribuir possono alla maggiore possibile facilità di detto moto, onde declinare dalla reazione di dette resistenze: e nell' Appendice che va dietro di questo Capitolo si è versato sopra quanto dottissimamente hanno prodotto varj

Au-

Autori in tal propofito, cioè M. De la Hire, M. Parent, M. Pitot, e M. Bellidor, paragonando le date loro formole agli esperimenti, acciocchè un punto di molto rimarco, abbia a pubblico vantaggio la neceſſaria chiarezza, e reſti tolto da ogni equivoco.

Nel medeſimo tempo che col fondamento delle oſſervazioni ſi ſono ſtabilite le leggi de' moti delle acque, i loro fenomeni, i ripari da darſi a' fiumi; le fabbriche, gli edificj per regolarli, e le macchine inſervienti al comodo dell' umana vita, ſi è proccurato nello ſcioglimento di varj Problemi a dette coſe attinenti di moſtrare ancora il modo geometrico di coſtruirli, acciocchè nel mentre che ſi ha in viſta di promovere la ſcienza delle acque, reſti pur avanzata anco quella del calcolo, ed abbiano gli ſtudioſi di queſte materie onde eſercitar il loro ſpirito, e riconoſcere i fonti da' quali ſono emanate le propoſizioni, ed il modo di ricavare a norma delle varie ſuppoſizioni quante conſeguenze ad eſſi foſſe in grado.

Si è poi voluto in fine del Trattato pubblicar di nuovo la Relazione, che e dal chiariſſimo fu Sig. Euſtachio Manfredi, e da me fu eſteſa per la regolazione delle acque di Ravenna, che rimane anco corredata delle neceſſarie note a maggior lume di quanto in quella reſta eſpreſſo, e di quanto e nell'eſecuzione e dopo è ſeguito, e potrà ſervire per un'idea generale di una diverſione de' fiumi delle maggiori, che ſianſi mai fatte ad indennità e ſalute di una sì riguardevole Città non ſolo, ma di una intiera Provincia.

IN-

INDICE

DE' CAPITOLI.

CAP.

LEGGI E FENOMENI
REGOLAZIONI ED USI
DELLE
ACQUE CORRENTI.

CAPITOLO PRIMO.

Della natura de' fluidi in generale, e della analogia che hanno co' solidi; o sia, le Leggi generali del moto delle Acque.

I.

I Fluidi, come i solidi, hanno la loro gravità, mediante la quale, rimossi che sieno o tutti o in parte gl' impedimenti, si pongono in movimento, accostandosi, per quanto è loro permesso, al centro de' gravi. Le leggi di questo movimento, da quelle de' solidi non sono diverse, se non in riguardo alle alterazioni, che derivino da varie circostanze, come sarebbe in grazia di esempio la minorazione del moto, che nasce dal soffregamento del fluido contro del solido continente, e dalla viscosità delle parti componenti il fluido stesso, per cui non così facilmente queste obbedíscono alle forze moventi ec. onde ne' fluidi

la legge della discesa de' gravi, trovata già dal celebre Galileo, dalle sopraddette cagioni non poco viene alterata.

II.

Costando dalle meccaniche, che l'elemento crescente o decrescente della velocità di un mobile, stà in ragione composta della forza, che produce il moto, e dell'elemento del tempo; starà anco l'elemento di questo in ragione diretta dell'elemento della predetta velocità, ed inversa della forza. Parimenti essendo l'elemento, o sia l'incremento momentaneo dello spazio percorso in ragione composta dell'elemento dello stesso tempo, e della velocità intiera, sarà l'elemento del tempo in ragione diretta dell'elemento dello spazio, e reciproca della detta velocità: cosicchè avendosi due quantità eguali tutte e due allo stesso elemento del tempo, saranno anco eguali fra di loro, che perciò sarà la velocità intiera nell'elemento suo infinitesimo crescente o decrescente, eguale alla forza moltiplicata nell'elemento dello spazio, quindi per i principj del calcolo integrale sarà anche il quadrato della velocità eguale alla doppia area fatta dalla forza, e dall'elemento dello spazio ne i moti crescenti; e ne i decrescenti il quadrato della perduta velocità sarà eguale alla doppia area predetta.

III.

Corollario. Se la forza sarà costante, come è quella che nasce dalla gravità nella discesa de' corpi sopra della superficie della Terra, sarà il quadrato della velocità nella ragion composta del doppio spazio percorso, e della forza; onde resta manifesto, che descrivendosi una parabola conica, che abbia il parametro eguale alla doppia forza, che diremmo *sollecitante*; l'ordinata esprimerà la velocità per quel dato punto, e la saetta o absciffa di essa parabola, lo spazio percorso; e da quanto si è detto, se ne deducono tutti i più celebri teoremi del movimento de' gravi, che il Galileo produsse col mezzo e della induzione, e delle osservazioni.

IV.

Sia VD (*Fig.* 1. *Tav. I.*) una linea orizontale, DBQ una perpendicolare alla predetta, VBE una inclinata all'orizonte; se vi sarà un mobile che abbia da cadere o per la perpendicolare, o per l'inclinata, avendo questi la sua forza, ch'è la gravità costante ed inva-

variabile in una data distanza dalla superficie della Terra, si potrà questa esprimere per una data linea, e sia questa QB, e farebbe quella con cui caderebbe per la perpendicolare; ma perchè questa forza varia di molto ne' suoi effetti in cadendo per lo piano inclinato VB; per determinare però il valore rispetto alla gravità assoluta, si conduca la QE perpendicolare alla VE, e l'intercetta BE esprimerà la forza, che si chiama *sollecitante* il mobile nel piano inclinato VE, attesochè la forza assoluta QB si risolve, come è noto a' Statici, nelle due QE, BE, delle quali la QE si esercita contro del piano VB, nè punto serve a promovere il mobile, onde resta la sola BE per farlo, chiamata però a tal fine *sollecitante*.

V.

Corollario I. E perchè i triangoli QBE, VDB sono simili sarà QB . BE :: VB . BD, e però essa forza *sollecitante* sarà come il seno dell' angolo d' inclinazione, presa la lunghezza del piano inclinato pel seno tutto, e la forza, che diremmo *premente* QE sarà come il complemento del medesimo angolo d' inclinazione, come si ha dagli elementi trigonometrici. Questa pressione, o *nisu* QE vale quello sforzo, con cui è premuto il piano dal mobile, ed appunto secondo il principio dell' *azione* e *reazione*, vi deve esso piano col medesimo grado resistere.

VI.

Corollario II. e *Scolio*. Resta pur manifesto, che se il piano da scorrersi dal mobile è disteso in una linea retta come BV, tanto la forza *premente*, che la *sollecitante* sono date, e costanti, senza poter esser variate, se non al mutarsi della inclinazione del piano, ed in tal caso cangieranno appunto nella proporzione dei seni della inclinazione, e de' loro complementi respettivamente. Sia per esempio il peso assoluto di un grave, posato sopra d' un piano inclinato nell' angolo BVD di 30 gradi, libre 150, valerebbe la QB questo peso e questo numero, e per la trigonometria essendo come il seno tutto alla QB così il seno di gradi 30 alla BE forza *sollecitante*; sarà questa di 75 parti, e la *premente* di 130 di tutto il peso; ed è da notarsi, che la somma di queste forze eccede di molto il valore della forza assoluta, e che solamente la somma de i quadrati della *premente* e della *sollecitan-*

citante eguaglia il quadrato della forza assoluta, come porta la natura del triangolo rettangolo.

VII.

Ma se la strada, che far dee il mobile sia curva concava o convessa, allora le dette forze resteranno variate in ciascun punto della trajettoria: Sia questa CBV (*Fig.* 2. *Tav. I.*), in cui VD l'orizontale, e BE, *be* siano due tangenti in diversi punti della medesima Trajettoria, esponga BQ la forza assoluta pel punto B, a cui suppongasi arrivato con la sua discesa il mobile. Dal punto Q si cali la perpendicolare alla tangente BE, come istessamente dal punto *b* condotta la tangente *bq*, e presa *bq* eguale essa pure alla forza assoluta, si tiri altra perpendicolare *qe* alla tangente *be*, e s'intendino BR, *br* elementi della curva infinitamente piccoli, saranno per le cose, che si sono dette alli numeri IV. e V., BE, *be* le forze *sollecitanti*, e QE, *qe* le *prementi*, e queste molto fra di loro diverse, e se la QB, ovvero la *qb* non fosse una forza costante come è quella della gravità, ma variante, ed espressa dalle ordinate della curva HFZ, ne deriverebbero varie formule di forze centrali, l'indagar le quali non è del presente Trattato.

VIII.

Se saranno due piani, uno inclinato BV (*Fig.* 3. *Tav. I.*), e l'altro perpendicolare all'orizonte BD, che abbiano ad esser percorsi da un mobile respettivamente; si cerca la velocità che avranno ne' due punti d'orizonte K e T, che devonsi intendere di livello. Rappresenti dunque QB la gravità assoluta del mobile, e fatto il triangolo rettangolo QBE, dinoterà QE la forza *premente* il piano VB, come la BE la forza *sollecitante* il mobile nel medesimo, per il Numero V. All'asse VB si descriva la parabola conica BRC, col parametro, che sia la quarta proporzionale con la lunghezza del piano BV, col seno dell'inclinazione BD; e con la doppia QB esprimente la gravità, condotta l'ordinata KR, valerà questa la ricercata velocità del mobile nel punto K. Parimente all'asse BD si faccia un altra Parabola BS di parametro eguale alla doppia QB, e prodotta la KT in S sarà TS ordinata di questa nuova parabola pur eguale alla velocità in T del mobile discendente per la perpendicolare BD, e saranno eguali le velocità in K e T del mobile che percorre ed il piano inclinato, e quello a piombo.

Dimo-

Dimostrazione: Perchè i triangoli VBD, QBE sono simili sarà l' analogia VB. BD :: QB. BE, quale BE sarà eguale alla forza *sollecitante*, e perchè per il numero III. il doppio spazio percorso KB moltiplicato con la forza BE è come il quadrato della velocità, adunque l' ordinata KR della parabola BRC rappresenterà la velocità competente a questo punto, come anche il doppio spazio BT moltiplicato nella forza della gravità assoluta QB, valendo il quadrato della velocità, esporrà la TS ordinata della parabola BS la velocità rispondente al punto T. Essendo poi per i conici il quadrato di RK eguale al rettangolo sotto di KB e del parametro della parabola CRB, cioè KB × 2BE, e così il quadrato di TS eguale al prodotto di BT in 2QB, e per i triangoli simili QBE, BKT essendo QB. BE :: KB. BT, sarà anche 2QB. 2BE :: KB. BT, e 2QB sarà in ragion composta della diretta di 2BE × KB e della inversa BT, onde se si sostituirà questo valore della doppia QB nell' egualità di TS quadrato col rettangolo BT in 2QB sarà KR quadrato al TS quadrato come 2BE × KB a 2BE × KB, vale a dire, rimarrà TS eguale a RK, e perciò le velocità del mobile ne' punti T ed S del medesimo orizonte saranno eguali, il che era da trovarsi e da dimostrarsi.

Ovvero più brevemente. Per la natura delle parabole saranno i quadrati di RK e di TS eguali alli rettangoli 2BQ × BT, 2BE × KB. Ma BQ. BE :: KB. BT. per i triangoli simili, dunque BQ × BT eguale a BE × KB, dunque 2BQ × BT eguale a 2BE × KB, dunque li quadrati di RK e di TS eguali, e perciò anco RK eguale a TS; il che ec.

IX.

Corollario. Si può adunque prendere le velocità competenti tanto sopra la parabola del piano inclinato, quanto sopra quella del perpendicolare, giacchè e nell' uno e nell' altro punto corrispondente sono eguali, come si è dimostrato: anzi d' ordinario descrivesi solamente la parabola della perpendicolare per dinotare la velocità di qualunque piano inclinato, bastando che dal dato punto in questo venga condotta una orizontale, che termini alla parabola.

X.

Se faranno diversi piani inclina i come BV, Bu ec. (*Fig.* 4. *Tav.I.*) le forze *sollecitanti* BE, B *e*, faranno reciprocamente come le lunghezze de' piani percorsi, mentre per la similitudine de' triangoli BQE, KTB; BQ*e*, B*k*T faranno le analogie BE. BQ :: BT. KB, come pure B*e*. QB :: BT. B*k*, adunque BQ in ragione composta della diretta di KB e BE ed inversa di BT, e parimente nella diretta di B*k*, B*e*, e reciproca di BT, e perciò il rettangolo sotto di KB, BE sarà eguale al rettangolo sotto di B*k*, B*e*, e per conseguenza BE. B*e* :: B*k*. KB.

In altro modo si può dimostrare come segue: Essendo KB. BT :: QB. BE sarà BE in ragion composta della gravità e dell' altezza del piano, e della inversa della lunghezza. Il medesimo sarà di B*e*, ma la gravità e l' altezza sono costanti ne' piani proposti, dunque BE a B*e* in reciproca delle lunghezze; il che ec.

XI.

Corollario. Nè essendo il piano perpendicolare BT se non un piano sommamente inclinato all' orizzonte, sarà ancora la forza *sollecitante* BE alla forza *assoluta* della gravità QB, nella reciproca ragione della lunghezza de' piani BT e KB.

XII.

Per conoscere la forza viva, che il mobile avrebbe in scendendo pel piano inclinato in qualunque punto K, oppure, ch' è lo stesso, la resistenza che vi si ricercasse per ridurlo alla quiete nel detto punto K, sicchè perdesse affatto il suo concepito momento, basterà moltiplicare la massa del corpo che scende, col quadrato della velocità, cioè (immaginandosi descritta la parabola BS e prodotta KT in S) con TS quadrato, onde per esprimere l' aggregato di tutte queste forze per i diversi punti del piano, bisognerà concepire un solido rafferrmato da due parabole, i di cui assi formino sopra il lato del quadrato, un triangolo isoscele mistilineo, qual quadrato sia quello delle ordinate delle medesime parabole, e da una superficie convessa che termina in un punto, cioè nel vertice delle stesse parabole, vale a dire per il quadrato CEDB (*Fig.* 5. *Tav.I.*); per le parabole AE, AD, che convengono nel punto A, per il triangolo mistilineo isoscele CAB, e per la superficie

ficie conveſſa ADE, ovvero per il quadrato *cedb*, per le parabole A*e*, A*d*, per il triangolo *c*A*b*, e per la ſuperficie A*de*.

XIII.

Scolio. E' nota la controverſia che verte fra i Matematici ſopra dell' antedetto principio del valore delle forze *vive*, tali chiamandoſi quelle di un corpo, che ſi trova nell' attuale movimento, a differenza delle forze *morte*, che in altro non conſiſtono ſe non nello sforzo o conato al moto di un corpo, che ſi trovi in quiete, e che abbia ſolamente la forza di moverſi in potenza: tal forza *morta* viene miſurata dal peſo del corpo (parlando de' gravi, che tendono al centro della Terra) o ſia dalla maſſa del medeſimo in date diſtanze dalla ſuperficie della Terra; nè intorno di queſte forze *morte* cade controverſia alcuna fra gli Statici, come cade nella miſura delle *vive*; mentre alcuni penſano, che queſte poſſano confonderſi, come le confondono di fatto coll' impeto del corpo moſſo, o con la quantità del di lui moto, facendole come la maſſa moltiplicata nella velocità; dove altri, non accordando il detto principio, diſtinguono e l' impeto, e la quantità del moto predetto, dalla forza *viva*, che vogliono formarſi dalla maſſa nel quadrato della velocità. Fondaſi l' opinione de' primi in quell' aſſioma filoſofico, che gli effetti debbano eſſer proporzionali alle loro cagioni, o per meglio dire, che il totale effetto eſaurir debba tutta quella cauſa, da cui deriva; negando i ſecondi, che il moto del corpo, o ſia la quantità del di lui moto, o l'impeto del medeſimo ſia l' intiero ed adeguato effetto della potenza agente, volendo che l' effetto intiero ſia lo ſpazio, al quale un grave, per eſempio, potrebbe aſcendere in forza della potenza, che lo muove, il quale ſpazio, nè meno ſecondo al ſentimento dello ſteſſo Carteſio fautore della prima opinione, non deve confonderſi, nè con il tempo, nè con la celerità del mobile. Quindi la più retta e genuina ſpiegazione della miſura delle forze *vive* ricavano i ſecondi dalle reſiſtenze, che vincer dee un corpo moſſo, ſtimando queſte eſſer la vera ed adeguata miſura di ciò che cercano: Che però ſopra un tal principio, la ſteſſa gravità è da conſiderarſi come una reſiſtenza, comecchè queſta impediſce, che il corpo moſſo non ſaliſca, ſe non ad un certo determinato punto dello ſpazio, oltre di cui, eſtinti già tutti i gradi della forza *viva*, non può progredire: miſurano pertanto la detta forza *viva* col moltiplicare il peſo, o la maſſa in

detta

detta altezza dello ſpazio, la quale altezza eſſendo nel fatto de' gravi cadenti, come il quadrato della velocità, tal prodotto varrà la forza *viva*. Stanno per la prima opinione il Galileo, il Carteſio, il Newton, il Varignon, il Padre Abate Grandi, ed altri Matematici di chiaro nome; e per la ſeconda l'Ugenio, il Leibnizio, il Bernoulli, l'Ermanno, ed altri molti inſigni Statici: noi per forti motivi avvalorati da irrefragabili ſperienze, ſeguir dobbiamo queſti ultimi. Per altro inſiſtendo nell' ipoteſi de' primi, la formula eſprimente la forza, ſpiegata nel numero precedente, non ſarebbe già quella del ſolido, di cui s'è detto, ma la ſemplice parabola.

XIV.

Nelle acque correnti contenute fra ſponde o parallele, o in qualſivoglia modo inclinate, quando eſſe acque ſieno ridotte allo ſtato di *permanenza*, cioè che nè creſchino per aggiunta di nuova acqua, o per qualche impedimento inferiore che le trattenga, nè decreſchino per mancanza di una data e coſtante ſopravenienza, oppure per il levarſi loro qualche oſtacolo, onde reſti più di prima facilitato lo ſcarico, paſſerà per ogni ſezione una data ed eguale quantità di acqua, e queſto è principio fondamentale di queſta ſcienza, e ſu di cui s'appoggiano i più utili Teoremi di eſſa, ſenza che patiſca nè in pratica, nè in teorica eccezione alcuna.

XV.

Per velocità di un'acqua corrente, quando non ſi noti altra circoſtanza, intender vogliamo un movimento delle parti dell' acqua da per tutto uniforme, detta anche tal velocità dagli Idrometri *media* o *ragguagliata*; per altro a ſuo luogo ſi conſidereranno poi le velocità difformi, con il modo di ridurle *ragguagliate* o *medie*; ciò ſuppoſto, eſſendo la quantità dell' acqua, che paſſa per una ſezione di qualunque fiume, ridotto che ſia allo ſtato di permanenza, in ragion compoſta del tempo, della velocità, dell' altezza viva, e della larghezza di detta ſezione, ne deriva, che in ogni altra ſezione dello ſteſſo o egual fiume correr debba la ſteſſa proporzione, abbenchè poſſino in molti modi variarſi gli elementi predetti. Ventidue caſi differenti ſono regiſtrati dal chiariſſimo P. Ab. Grandi nel ſuo Trattato delle acque, che riſultano dalle diverſe ſuppoſizioni delle variabili e coſtanti quantità

tità de' predetti elementi, e sono questi i Teoremi generali appoggiati a verità incontrastabili di tutta la dottrina delle acque.

XVI.

Scolio. Si chiami in grazia di esempio la quantità dell'acqua scaricata da una sezione di un fiume Q; la velocità, larghezza, ed altezza dell'acqua nella sezione respettivamente V, L, A, il tempo in cui segue lo scarico T; Parimenti la quantità scaricata da un'altra sezione o del medesimo, o di un altro fiume sia *q*, e gli elementi predetti *u*, *l*, *a*, *t*; sarà l'analogia per il numero precedente Q. *q* :: ALVT. *alut*, onde se Q=*q*, sarà ancora ALVT=*alut*, e se in oltre V=*u* sarà LAT=*lat*, ovvero T. *t* :: *al*. AL, vale a dire, che i tempi dello scarico saranno nella ragione inversa delle sezioni. Inoltre, tenendosi la medesima ipotesi di Q=*q*, se sarà T=*t*, s'averà LAV=*lau*, e però V. *u* :: *la*. LA, cioè le velocità in ragione contraria delle sezioni; e se L=*l* sarà AVT=*aut*, ovvero T. *t* :: *au*. AV; che però date le larghezze delle sezioni eguali, saranno i tempi in ragione reciproca del prodotto dell'altezza viva, e della velocità, e così in qualunque altro modo, supposti i dati, nascono altre analogie come resta manifesto, senza immorar di vantaggio in cosa da se stessa assai facile.

XVII.

Un'acqua, che contenuta fra sponde parallele discenda nel piano inclinato AC (*Fig. 6. Tav. I.*), non potrà mantenersi in tutti i punti successivi del piano predetto la primiera altezza AF di sua sezione, ma di mano in mano discendendo, anderà scemando l'altezza nelle sezioni BE, CD ec. (supposto il tutto senza resistenze, ed il piano sensibilmente inclinato) mentre se BE, CD si mantenessero eguali nell'altezza ad AF, avendo l'acqua in CD, e BE maggior velocità, a cagione del piano inclinato, e prescindendo dalle resistenze, di quello abbia in AF, dovrebbe in dette sezioni discontinuarsi nel proprio corpo: cosa che non succede, e per il numero XIV. allorchè la superficie sia ridotta allo stato di permanenza, passando per ciascheduna sezione una eguale quantità di acqua, ne nasce, che tutte le BE, CD ec. debbano farsi minori, a misura, che si discostano dal principio A.

Ovvero più brevemente: essendochè le velocità sono in reciproca ragione delle altezze, supposta data, e costante la larghez-

za, ne deriva, che le velocità debbano crefcere difcoftandofi dal principio; adunque devono calare le altezze.

XVIII.

Benchè le BE, CD dinotino l'altezza dell'acqua ne' punti B, C, nientedimeno ciò non ha verun rapporto col folido, che nel medefimo piano fcendeffe per l'azione della propria gravità; imperocchè le particelle componenti l'acqua per tutta l'altezza BE, trovandofi realmente diftaccate le une dalle altre, aver devono anche tutti i loro movimenti feparati, il che non può fuccedere ne' folidi, ne' quali, per effer le loro particelle componenti collegate affieme, muovonfi come una cofa fola, rimanendo ogni particella moffa dalla fteffa forza, e regolato il tutto dal centro di gravità d'effo corpo. Dal che fi ricava, che tutte le parti minime dell' acqua per tutta l'altezza BE fi potranno muovere con velocità diverfe; quindi per ridurre a calcolo l'impeto, che effa avrebbe in quefta fezione, converrebbe raccogliere affieme tutte quefte velocità, e ricavarne la media, col fervirfi poi di quefta pel calcolo ricercato. Ben è vero, che fe il piano AC è molto inclinato, e l'altezza BE non molto confiderabile, fi potrà prendere la velocità competente al punto B per coftante in tutti gli altri punti dell'altezza BE, e ciò fenza errore fenfibile.

XIX.

Confiderando la forza viva dell'acqua, ch'è una affezione differente dalla quantità del moto, ne' varj punti del piano inclinato, effa forza, non oftante il renderfi fempre minore l'altezza della fezione più che il punto in quiftione è lontano dal punto A origine, può fempre aumentarfi in difcendendo; conciofiacofachè, diminuendofi l'altezza delle fezioni, crefcono le velocità, e componendofi la detta forza dall'area della fezione, e dal quadrato della velocità, ed aumentandofi in maggior proporzione i quadrati, che non fanno i lati de' medefimi, dovrà la detta forza crefcere, non con quella proporzione però, che anderebbe aumentandofi quella d'un grave folido, che fcendeffe per lo fteffo piano. Chi dunque fupponeffe un grave di pefo variabile, di cui la maffa ne' varj punti del piano inclinato, foffe come le refpettive ordinate BE, CD ec. quefto tal corpo variante, avrebbe la medefima forza, che l'acqua della fezione d'un fiume dentro le dette circoftanze; e farebbe ridotta la legge delle forze de' folidi difcen-

fcen-

ſcendenti a quella che oſſervano i fluidi, conſiſtendo in ciò una delle più rimarcabili differenze, che fra queſti corra, per rapporto a' fenomeni de' loro movimenti.

XX.

Le forze vive delle ſezioni di un fiume medeſimo ſono fra di loro come le velocità reſpettive; imperocchè eſſe forze ſono fra di loro in ragione delle maſſe o ſezioni, e del quadrato della loro competente velocità; ma una ſezione nella ſua velocità, deve eſſere eguale all'altra ſezione nella ſua velocità, ſecondo i principj comuni dell'Idrometria; adunque le dette forze ſaranno fra di eſſe nella ragione delle loro reſpettive velocità.

CAPITOLO SECONDO.

Della uscita dell' Acqua da' lumi semplici de' Vasi; sue leggi, e fenomeni.

I.

NE' vasi, che abbiano aperto un foro di qualunque figura nel loro fondo, quando prescindasi dalle resistenze interne del vaso, ed esterne dell'aria, dalla viscosità dell'acqua, e da ogni altra circostanza, non si vede cosa in contrario, che persuader possa, che quella tal acqua in uscendo dal detto foro, allorchè il vaso sia sempre tenuto con la medesima altezza dell' acqua, non abbia a muoversi di moto accelerato, attesochè essendo realmente ogni minimo componente dell'acqua un grave, e tutti essi minimi, essendo affetti dalla medesima azione della gravità, non potrà quello che verrà dietro al primo, al secondo, al terzo ec. dare veruno impulso a quello, che lo precede, nè molto meno venir ritardato; tanto anche fu esposto dal Guglielmini nella prima delle due Lettere Idrostatiche indirizzate al chiarissimo Leibnizio, e che si leggono e nella Miscellanea Italica del Roberti, e nella Raccolta degli Autori ch' hanno scritto delle acque, stampata in Firenze. Se dunque e l'acqua, ed ogni altro fluido uscente da' vasi hanno una tal legge, avranno altresì quella, che le loro velocità all'escire, dopo incominciato il flusso, stiano in ragione sudduplicata delle altezze di essi fluidi, appunto come resta spiegato al numero III. del Capitolo precedente, e la scala di queste velocità sarà una parabola conica, come pur è notato al numero VIII. del medesimo Capitolo.

II.

Accelerandosi dunque il moto del fluido nel Vaso ABCD (*Fig.* 7. *Tav. I.*) all' uscire che fa dal foro FG, e successivamente in tutti gli altri punti di mezzo nella perpendicolare al centro del foro IK, nè dovendo questo discontinuarsi, nè abbassarsi di livello dalla sua superficie EH, ed avendo però per li numeri XIV. e XV. del precedente Capitolo a passare in tutte le sezioni poste fra K ed I una egual quantità di acqua, dovranno però anche le sezioni esser reciproche con le velocità respettive; quindi se questa legge deve

deve sussistere, non potranno esse sezioni essere eguali, ma maggiori, e maggiori a misura, che si accostano al punto K; ed ecco la precisa necessità di considerare in movimento non solamente quell' acqua che a perpendicolo sovrasta al foro FG, ma anco molta della laterale, perchè ridotto il flusso allo stato di permanenza, deve senz' altro formarsi l' infundibulo EFGH, che distinguerà il moto vivo dell' acqua dal moto contenuto negli spazj EBF, HGC, come acutamente fu asserito dal celebratissimo Newton ne' suoi *Principj della natural Filosofia*: inoltre, e come mai le particelle sommamente mobili dell' acqua, potrebbero tutte, a riserva delle imminenti a piombo sopra del foro, starsi immote e rigide, se la stessa sabbia dell' oriuolo a polvere, benchè di figura sì irregolare, ed in paragone dell' acqua cotanto resistente al moto, pur si conforma in una specie di cono, qualora esce pel suo foro senza agitazione esterna? Vi concorrono dunque nell' uscita dell' acqua i moti laterali, ed il moto vivo si propaga assai più de' limiti del foro, essendo affatto impossibile, che si possa formare un pariete rigido, e a piombo d' acqua, come dall' altra parte ha tutti i numeri dell' evidenza, e di una naturale inalterabile necessità il dilatarsi esso moto vivo, come si è esposto.

III.

Sarebbe assai facile il ridurre a calcolo la quantità dell' acqua uscente dal lume FG col conformarla in un cilindro o prisma, che avesse questa stessa base, ed una certa altezza, se qualche circostanza non l' imbarazzasse. Poste dunque le stesse cose, come sopra, e supponendo per ora, che la quantità dell' acqua, ch' esce dal Vaso per FG, sia in ragione composta del tempo, del lume, e della velocità CM, o C*m*, essendo per la natura della parabola CM, o C*m* in ragione sudduplicata delle altezze CD, CH, e de' respettivi parametri, i quali per il numero III. del primo Capitolo, sono come il doppio di una linea, che ne rappresenti la forza o la gravità; sarà dunque la detta quantità uscente in ragion composta del tempo, del lume, e della sudduplicata delle respettive altezze CD, CH, e della linea predetta dinotante la gravità.

IV.

Ed ecco, come nel Vaso ABCD in qualunque modo aperto nel suo fondo, si possa dare l' inegual moto dell' acqua, e salvarsi anche l' accelerazione che ha il medesimo con gli altri gravi, e ciò me-

mediante le ineguali fezioni, nelle quali realmente divider fi dee tutta efs'acqua, qualor fi concepifca pofta in movimento; difficoltà, che per non effere ftata mai direttamente incontrata dal Guglielmini, non ha potuto appieno rifolvere nelle accennate fue Lettere Idroftatiche le obbiezioni fattegli dal Papino, regiftrate negli Atti di Lipfia dell'anno 1691, comprendendofi anche da quefto, come tanto nel piano inclinato, che nel perpendicolare fi falva l'identità dell'operare della natura, fempre coftante nelle proprie leggi ed effetti. E' poi offervabile, che fe un vafo foffe tutto aperto nel fuo fondo, e foffe fempre tenuto alla medefima primiera altezza, che ciò non oftante l'acqua in efcire non conferverebbe lo fteffo diametro dell'apertura del Vafo, ma reftringerebbe la fua *vena*, concorrendo a far quefto e le refiftenze del vafo, e quelle dell'aria, oltre molte altre cagioni, che fono ftate ne' precedenti numeri fufficientemente confiderate.

V.

Scolio I. Effendo che le principali fperienze per rintracciare la quantità del moto de' fluidi, fono ftate fatte, e fi fanno ancora ne' vafi, che contenendo dell'acqua, la trafmettono per qualche foro aperto o ne' loro fondi, o ne' loro pareti in altri recipienti; ci accade però di dovere intorno a quefti fare le opportune rifleffioni, e da' fenomeni offervati da diligentiffimi Uomini, raccogliere le leggi del moto predetto, così per lo ftato *permanente* di effa acqua, tenuta cioè fempre al medefimo livello, come per lo *variante*, alla fteffa altezza non confervata. Fu dottrina del chiariffimo Evangelifta Torricelli, che le acque ufciffero da' lumi de' vafi con una velocità in ragione fudduplicata delle altezze della medefima acqua; tal propofizione reftò poi confermata da molti fperimenti praticati dai dottiffimi Mariotte, e Guglielmini, e poi con una del pari elegante ed ingegnofa dimoftrazione del rinomatiffimo Signor Giovanni Bernoulli fu la fteffa a *priori* dimoftrata, come fi regiftra in uno fchediafma del fu Signor Ermanno negli Atti di Lipfia 1716. Eccone un'altra: Sia f una forza coftante, ds uno fpazio infinitefimo per cui fi muova l'acqua, q la quantità che efce da un foro in un tempo pure infinitefimo dt: farà l'equazione fecondo a' principj della Statica $2\int fds = quu$ (dinotando u la velocità,) dicafi inoltre l il lume per cui efce l'acqua nel tempo $dt = \frac{ds}{u}$, g la gravità della medefima acqua,

qua, ed a l'altezza a cui viene coſtantemente mantenuta, ſarà $q = \int lu\,dt = \int \frac{lu\,ds}{u} = \int l\,ds$, dunque $2f = luu$, ma $f = gla$, e perciò $2ga = uu$ ed $u = \sqrt{2ga}$, ovvero per la coſtante $2g$, $u = \sqrt{a}$: perlochè corroborata queſta legge dalla ragione, e dalle oſſervazioni, non rimane più luogo da dubitare, ch' ella non ſia fatta ſecondo l'operar della natura. Il Caſtelli, che primo di ciaſchedun altro riduſſe la ragione delle acque correnti ad eſſere appoggiata alla Geometria, e dopo di lui il Barattieri, il Caſſini, ed il Montanari, conſiderando le velocità de' fiumi, non credettero conforme al vero il ſervirſi in queſti della legge ſopraddetta, cioè ch' eſſe foſſero in ragione ſudduplicata delle altezze, computando queſte dall' orizzontale, che s' intendeſſe paſſar per l' origine del fiume in quiſtione, ma furono di parere che le dette velocità ſteſſero nella ſemplice ragione delle medeſime altezze, alla quale aſſerzione ſi oppoſe poſcia il Guglielmini nel Trattato *Della natura de' Fiumi*. Più innanzi procureremo di fare col mezzo di molte oſſervazioni un eſatto criterio di queſte due opinioni, comecchè ſervono di baſe a molta parte di ciò che ſpetta all' acque correnti.

VI.

Scolio II. Ne' vaſi o conſerve, deſtinate a ſcaricar dell' acqua, molte coſe vi ſono da conſiderare: ſono le principali, I. *La velocità dell' acqua dentro del vaſo*. II. *La velocità della medeſima all' uſcire dall' emiſſario*. III. *La quantità dell' acqua, che eſce, e queſta o preſcindendo dalle reſiſtenze, oppure ponendole in conto*. IV. *Il tempo che ſi conſuma in ſcaricarſene una data mole*. V. *La forza con cui ella eſce, ed è valevole a fare impreſſione ſopra d' un corpo reſiſtente*. VI. *Le reſiſtenze de' pareti, e dell' emiſſario*. VII. *La contrazione della vena, che l' acqua acquiſta dacchè è uſcita dal lume, e la cagione perchè naſca un tal fenomeno*. VIII. *La differenza che vi è nello ſcarico unendo all' emiſſario un tubo sì in riguardo alla lunghezza di queſto, sì alla larghezza e figura del medeſimo*. IX. *La figura de' Vaſi*. X. *Il ſito e forma de' lumi, per i quali ſi verſa l' acqua*. XI. *La fermezza, che devono avere i Vaſi per contenere l' acqua*. XII. *E finalmente, l' impedimento del moto, allorchè il lume o ſemplice, o armato di tubo ſcaricaſſe dell' acqua, ſe tali emiſſarj ſteſſero immerſi nell' acqua ſtagnante*: ch' è dal più al meno tutto quello, che concerne la dottrina del moto dell' acque ne' Vaſi.

Sia

VII.

Sia il vafe ACDB (*Fig.* 8. *Tav. I*) tutto ripieno di acqua, ed abbenchè fia aperto in PO, s'intenda però tenuto fempre pieno fino in CA. Si prenda AR eguale all' unità, e per i punti R ed N fi conduca il femicircolo RNS, il di cui centro fia I: parimenti prodotta la NM, ch'è una retta perpendicolare, che paffa per lo centro del lume PO, fino in T, fi faccia MT eguale ad AR o all' unità, e per i punti T, O s'intenda fatto il mezzo circolo TOV col centro H, che tagli MN in V; prodotta poi CA in E fino che AE fia eguale a AS per i punti E e B col parametro eguale ad AR intendafi defcritta la parabola conica EB, il di cui vertice fia B, ed a cui fi ordini KW eguale ad MV, fe fi farà AZ eguale a BK abfciffa della parabola, farà il punto Z il più alto, come il punto O il più baffo dell' iperboloide ZQO del quarto grado, in cui fi conformerà l'acqua in ufcendo pel lume PO, cofìcchè dalla rotazione di quefta curva intorno all' affe MN verrà defcritto l' infundibulo ZOPX, che falverà la legge fpiegata al numero II. di quefto Capitolo. Condotte al detto iperboloide le ordinate XYZ, GLQ effendo $QL^2 . OM^2 :: \sqrt{NM} . \sqrt{LN}$ cioè in fudduplicata di NM e di LN; ed effendo pur tale la ragione che fi ricerca pel movimento dell'acqua, che difcende, mentre qualunque fezione LQ, o la fua doppia GQ fta come i quadrati di LQ oppure di GQ: così l' orificio PO o MO fta come il quadrato di PO, oppure di MO: refta manifefto, che quefta curva falva i fenomeni della difcefa dell' acqua dentro de' vafi aperti nel fondo, come in PO. Che poi il punto Z debba effere il più alto nel cafo prefente, e refti determinato, quando AZ refta eguale all' intercetta BK della parabola BWE fi dimoftra nel modo che fegue: Effendo per la natura della parabola fteffa il quadrato di AE, ovvero di AS al quadrato di KW, o di MV, come l' abfciffa AB all' abfciffa KB, o alla fua eguale per la coftruzione AZ, farà dunque AS a MV in fudduplicata ragione di AB ad AZ, e per la natura de i circoli, effendo il quadrato di AN eguale al rettangolo di AS in AR, ed il quadrato di MO eguale al rettangolo di MV in MT, ed effendo AR, MT eguali per la coftruzione all' unità, farà l' analogia; come il quadrato di AN al quadrato di MO, così la AS alla MV, adunque il quadrato di MO farà pure in ragione fudduplicata di AB ad AZ.

Ovvero più brevemente: effendo il quadrato di AN ovvero di

di ZY al quadrato di OM, così AS ovvero AE ad VM, ovvero KW per la natura del circolo, dunque il quadrato di ZY al quadrato di OM, come AE a KW; ma per la natura della parabola AE a KW, così la dimidiata di AB alla dimidiata di AZ, dunque il quadrato di ZY al quadrato di OM, così la dimidiata di AB alla dimidiata di AZ; il che era da dimostrarsi.

VIII.

Corollario. Perchè dunque la AZ non può diventare nulla, se non quando NA sia infinita, ne deriva, che NA sarà uno degli asintoti di questa iperboloide, e che solo ne' vasi di una infinita larghezza può restare immobile parte dell' acqua fino alla sommità, ma che in tutti i vasi di una altezza determinata, si dà uno spazio più e meno dilatato in cui tutta l' acqua si muove, vale a dire, per tutto quello che giace oltre del punto Z, il quale sarà sempre d' una altezza eguale alla quarta proporzionale del quadrato di AS, del quadrato di MV, e dell' altezza del vaso AB, e volendo ciò determinare in numeri, supponendo la larghezza del vaso AC di 40 once, NA di 20, l' altezza AB di 100, il diametro del foro PO di 10, ed MO di 5, sarebbe la AZ ricercata un $\frac{25}{64}$ di oncia: Resta pur manifesto, che l' altro asintoto dell' iperboloide sarà NM, non potendo l' ordinata LQ se non ad una infinita distanza unirsi con la NM.

IX.

Abbenchè le velocità delle acque correnti, ch' escono da' lumi de' vasi, sembri che debbano esser semplicemente regolate dalle altezze dell' acqua esistente nel vaso, nientedimeno sensibile differenza vi è fra il moto dell' acqua, ch' esce da lumi aperti nel fondo, e fra quelli fatti ne' lati, non ostante che le altezze delle acque si mantenghino le stesse: nasce ciò, perchè il foro aperto nel fondo ha l' acqua premuta egualmente da per tutto, prescindendo dalle resistenze, dove ne' fori laterali la pressione dell' acqua non può agire con la medesima forza in tutti i punti del lume, essendo più premute le infime particelle dell' acqua vicine al fondo, che le più distanti da questo, onde l' aggregato delle velocità, che nel foro laterale si esercitano, sarà sempre minore dell' aggregato delle velocità, che spingono fuori l' acqua dal lume orizzontale.

X.

Perchè le velocità delle acque correnti, possono esser di una diversa intensione ne' varj punti della stessa perpendicolare, perciò coll'oggetto che venghino rappresentate in una figura è costume di ordinarle tutte ad una linea retta perpendicolarmente, e fare che terminino ad una curva, la di cui natura dipende poi dal vario grado di esse velocità, chiamandosi questa comunemente nel linguaggio de' Geometri *Scala delle velocità*. Sia l'altezza di una sezione di un' acqua corrente AC (*Fig.* 9. *Tav. I.*) ad angoli retti, a questa siano condotte AB, EF, CD ec. ciascheduna delle quali esponga respettivamente la velocità dell'acqua ne' punti A, E, C, e con tal legge potendosi inalzare infinite perpendicolari, saranno tutti i punti estremi di esse B, F, H, D terminati in una linea curva o retta, a misura del grado delle dette velocità: la natura della qual linea o scala sarà determinata dalla ragione di EF ad AE, o di CD ad AC, che sono le di lei funzioni, come vengono dette da' Geometri; e perchè tutte queste ordinate si possono considerare come altrettanti spazj percorsi da un mobile in un dato tempo con una velocità alle stesse linee respettivamente proporzionale; perciò questi spazj potranno ancora esser dinotati da dette respettive ordinate. Inoltre ciascheduna ordinata AB, EF, CD ec. potendo venir considerata come un filamento di acqua, e tutti questi filamenti essendo d'una eguale grossezza, pertanto saranno essi prismi o cilindri di eguali basi, e di differenti altezze; e questi corpi rappresenteranno la quantità dell'acqua, che nel tempo in cui viene scorso lo spazio KH con le velocità KH, uscirà per i punti fisici, o basi A, E, C ec. e l'aggregato di tutti i detti corpi, empiendo l'area ABDC, sarà da questa connotata la quantità dell'acqua, che in detto tempo uscirà per l'altezza AC.

XI.

L'area ABCD, moltiplicata nella larghezza del lume o sezione, esprime la quantità dell'acqua, ch' esce in un dato tempo pel lume o sezione predetta, e se la larghezza di questa è costante, sarà la quantità dell'acqua come l'area ABCD, e per maggior facilità riducendo al calcolo l'espressione; se diremo essa larghezza z; AM, x; AB, y; MC, a, ed AC, $a-x$; sarà nel primo caso la quantità dell'acqua M — $z\int y\,dx$, e nel secondo

Q —

$Q - \int y dx$ ($\int$ indica la somma degli elementi, ch'entrano a comporre l'area, ed M, Q quantità costanti da determinarsi.) Se dunque a quest'area, che può esser curvilinea, sostituiremo un'area rettilinea rettangola ed eguale a quella, esprimerà essa l'aggregato di tutte le velocità, ed insieme la quantità dell'acqua che dentro un assegnato tempo può somministrar la sezione; i lati dunque di questo rettangolo restino espressi per *m* ed *u*, sarà l'equazione $Q - \int y dx = mu$: Che se uno di questi due lati, come *m* si farà eguale ad AC, $a - x$, in tal caso si ridurranno le due aree rettilinee, o curvilinee ad avere la stessa altezza, e l'equazione diventerà $Q - \int y dx = u \times \overline{a - x}$, onde $u = \frac{Q - \int y dx}{a - x}$; pertanto facendosi CG eguale ad $AI = \frac{Q - \int y dx}{a - x}$, e conducendosi IG parallela all'asse AC, si averà il rettangolo AICG eguale all'area ABDC, e la AI ovvero KH, condotta dal punto dell'intersecazione della GI con la curva, sarà quella, ch'esprimerà la *velocità media*, o *ragguagliata*, con la quale se si movesse l'acqua in tutti i punti del lume, o della sezione, farebbe tanto cammino, quanto realmente ne può fare in movendosi con le velocità ineguali terminate alla curva BHD, onde l'una per l'altra si può sostituire, anzi per facilità de' calcoli, sarà più espediente di servirsi delle velocità *medie*, che delle effettive.

XII.

Ma questa velocità *media* si trova assai facilmente nel modo che segue: supponendo che la curva della velocità sia la parabola MBD, (*Fig.* 10. *Tav. I.*) cosicchè l'area ABDC rafferma l'aggregato di tutte esse, essendo AB minima e superficiale, e la CD la massima del fondo; si produca BA in Z, cosicchè AZ sia eguale alle due terze di CD, e per il punto Z si tiri la CZQ che resti pur tagliata in Q dalla MQ parallela alla BZ; indi si faccia AY eguale alle due terze di AB, e si tiri la CYT, poi per il punto A si conduca la AN parallela a CYT; se si ordinerà la EF eguale alla QN nella parabola MBD, e dal punto F sia condotta la GH parallela all'asse MC, sarà il rettangolo AHGC eguale all'area parabolica ABDC, ed EF sarà la ricercata *velocità media*. Perchè ne' due triangoli simili CZA, CQM corre l'analogia AC. CM :: AZ. QM :: $\frac{2}{3}$ CD. QM per la costruzione, sarà il rettangolo $\frac{2}{3}$ CD × CM eguale al rettangolo di AC in QM: parimenti

 per

per i triangoli ſimili CAY, ANM, eſſendo CA.AM :: AY.MN :: $\frac{2}{3}$ AB. MN. ſarà il rettangolo $\frac{2}{3}$ AB × AM eguale al rettangolo di MN in AC; ma la differenza de i due rettangoli $\frac{2}{3}$ CM in CD, e $\frac{2}{3}$ AM × AB vale lo ſpazio parabolico ABDC, adunque queſto ſpazio ſarà eguale al rettangolo CG × GH, e per il numero precedente, lo ſpazio predetto applicato all' altezza viva GH ovvero AC ſarà eguale alla ricercata *velocità media*; il che era da trovarſi e da dimoſtrarſi.

XIII.

Scolio. Reſti eſpreſſa la velocità ſuperficiale AB per il numero 18, e quella del fondo CD per 24, ſi ha a trovare la *velocità media* corriſpondente. Sia MC = 100, AM = 60, ſarà per lo numero antecedente QM = 40, ed MN = 18, onde la *velocità media* EF, o QN ſarà 22. Così per ſapere quanto il punto E ſe ne ſtia ſotto del pelo dell' acqua AB, o più alto del fondo CD; eſſendo per la natura della parabola il quadrato di CD alla CM, come il quadrato della EF alla ME, o ſia alla AM + AE, ſarà ſervendoſi de' numeri ſoprapoſti 576. 100 :: 484. 60 + AE, e l' egualità 48400 con 34560 + 576 AE, e facendo le neceſſarie traſpoſizioni e diviſioni, ſarà AE eguale a 24 $\frac{1}{36}$, e per conſeguenza CE = 15 $\frac{35}{36}$.

XIV.

Abbenchè paja, che le velocità delle acque uſcenti dai fori de' vaſi, debbano eſſer ſemplicemente regolate dalle altezze dell' acqua eſiſtente nel vaſo, nientedimeno ſenſibile differenza vi è fra la velocità dell' acqua ch' eſce da i fori aperti nel fondo, e da quelli fatti ne' lati, quando ſiano di una ſenſibile grandezza, non oſtante che le altezze dell' acque ſi mantenghino le ſteſſe; naſce ciò, perchè il lume aperto nel fondo manda fuori in ogni ſuo punto l' acqua, animata dalla ſteſſa forza, che ſi genera dalla preſſione dell' acqua, che vi ſta di ſopra, dove ne' lumi laterali, eſſa preſſione non può con la medeſima energia operare in tutti i punti della ſezione, trovandoſi più preſſate le infime parti vicine al fondo, di quello ſiano preſſate le più diſcoſte dallo ſteſſo. Sia il Vaſo ABDC (*Fig.* 11. *Tav. I.*) in cui intendaſi aperto il foro EF nel fondo, ſcaricherà queſto in un dato tempo una determinata quantità di acqua, tenuto che ſia ſempre ripieno ſino in AC. Chiudaſi poi, e ſi apra il lume laterale DG, che ſia della medeſima

ſima grandezza dell' altro, e che termini in D col fondo; ſe il vaſo, anche in queſto ſecondo caſo, ſarà ſempre conſervato con l' acqua fino in AC, darà minor quantità di acqua dell' altra uſcita pel foro EF del fondo, abbenchè dentro lo ſteſſo ſpazio di tempo. La ragione ſi è, perchè la forza della preſſione in EF ſi eſercita in tutti i punti, che compongono la ſezione del foro EF egualmente, mentre la ſteſſa altezza DC dell'acqua la và animando, dove nel lume laterale DG, eſſendo in G minore l'altezza dell' acqua di quello ſia in D, ſarà anche minore la forza della preſſione, nè ſarà eguale a quella del foro EF ſe non nel punto D.

XV.

Sia da cercarſi le due differenti quantità di acqua, che uſcir poſſono da diverſi lumi verticali, comparati con uno orizzontale; ſia il vaſo RQBA (*Fig. 12. Tav. I.*) con un foro nel fondo T di una figura quadrata, ed un altro verticale in Z pur quadrato, onde le aree di queſti lumi ſaranno Z quadrato, e T quadrato; La quantità somminiſtrata da T ſia Q, e quella somminiſtrata da Z ſia R; così il tempo in cui eſce per T ſia X, e quello per Z ſia Y, ſarà la quantità Q per il numero III. di queſto Capitolo in ragion compoſta del quadrato di T, di X, e della ſudduplicata dell'altezza AB; intendaſi poi deſcritta la parabola APGC con l' aſſe AB, e condotte le ordinate MO, NP, ed altre; è chiaro per li numeri XI, e XII. di queſto, che la velocità *media* competente al foro Z, ſi dovrà eſprimere per la differenza de' rettangoli $\frac{2}{3}$ di $NP \times AN$ e $\frac{2}{3}$ $AM \times MO$ applicata al diametro del foro Z, o ſia alla differenza fra le due quantità AN e AM, e che perciò la quantità dell' acqua, che darà eſſo foro Z, ſarà in ragion compoſta diretta del quadrato della differenza di AN e AM, del tempo Y, e della differenza de' rettangoli predetta, e reciproca della differenza di AN e AM, e per conſeguenza queſte due quantità ſaranno fra di loro, come il triplo quadrato del foro T, e la ſudduplicata di AB, ed il tempo X, alla doppia differenza di AN e AM, ed il tempo Y nella differenza de' prodotti di AN, e la ſudduplicata di queſta ſteſſa linea con AM, e la ſudduplicata della medeſima AM, cioè, ſarà $Q.\ R :: 3TTX\sqrt{AB}.\ 2\,\overline{AN - AM}.\ Y.\ \overline{AN\sqrt{AN} - AM\sqrt{AM}}$.

Corol-

XVI.

Corollarj (*I.*) Se si farà $AB = AN$, il che succederà allora, che il foro verticale sia col suo lato inferiore al fondo del vaso, e di più facendosi $T = AN - AM$, cioè supponendo eguali i due fori laterale e del fondo, si muterà l'analogia suddetta nella seguente Q. R :: $3TX \sqrt{AB}$. $2AB \times Y \times \sqrt{AB - AM} \sqrt{AM}$, e (*II.*) facendo $AM = o$, ch'è il caso portato da M. Mariotte nel suo Libro *de' movimenti dell' acque* a c. 416, sarà anche $T = AN = AB$, e perciò Q. R :: 3X. 2Y; e (*III.*) se i tempi saranno eguali, si avrà l'analogia Q. R :: 3. 2. vale a dire, che le quantità fluenti dell'acque per l'uno, e per l'altro de' lumi predetti saranno tra di loro nella proporzione sesquialtera.

XVII.

In due modi si può assoggettare al calcolo la quantità dell' acqua, che viene scaricata da i fori aperti ne' vasi, cioè o *relativamente* col paragonare la quantità dell'acqua somministrata da uno de' vasi, con un'altra quantità escita da un altro, e ciò avuto riguardo alla grandezza de' fori, all'altezza dell'acqua, ed al tempo in cui succede lo scarico; oppure *assolutamente*, cioè a dire, col rilevare non solo la ragione, che fra di loro ritengono due quantità nell'antedetto modo escite da i vasi, ma col rintracciare il reale suo peso, ed il suo volume: Il primo modo è molto più facile del secondo, e qualche volta è sufficiente per venire in chiaro di ciò, che si cerca per qualche fenomeno dell'acque correnti; il secondo riesce alquanto più difficile, perchè più composto: Ecco e dell'uno, e dell'altro il metodo, che si appoggia a quanto si è detto ne' numeri precedenti, ma che può esser ricevuto come un incontrastabile principio, cioè che le quantità dell'acqua ch'escono nell'antedetta maniera, sono in ragion composta delle velocità, del tempo che consumano ad uscire, e dell'orificio; cosicchè chiamando queste quantità Q, V, T, e B quadrato respettivamente, sarà sempre $Q = VTB^2$; il valore della quale espressione si muterà a misura, che si muteranno le quantità, e le circostanze; e se vi saranno altre quantità q, u, t, bb esprimenti l'uscita dell'acqua da un altro vaso, sarà pure $q = utbb$, e perciò Q. q :: BBTV. $bbtu$, cosicchè se in grazia di esempio, il foro del secondo vaso che scarica la quantità q sia 36 linee quadrate, cioè $b = 6$, l'altezza dell'acqua in esso vaso

vaſo 64, il tempo 10 minuti, cioè $t = 10'$, $u = 8$ per il numero III. di queſto; e per il Vaſo, che dà la quantità Q, B ſia eguale a $\sqrt{40}$, $V = 10$, $T = 20'$. ſarà $q . Q :: 288 . 800$, ovvero come $9 . 25$.

XVIII.

Ma la quantità *aſſoluta* ſi determina nel modo che ſegue: Siano i due vaſi RQBA, *rqba* (*Fig.* 13. *Tav. I*) i quali abbino l'altezza dell'acqua *ab*, AB, ed i lumi *fb*, FB poſti verticalmente, ed abbenchè per queſti ſi verſi l'acqua, s'intenda però che l'altezza primiera di queſta non mai manchi, e per maggior facilità ſervendoſi de' ſimboli, e del calcolo, dicaſi $AB = A$, $AF = B$, il lume FB s'intenda quadrato, ed eguale a C^2; $ab = a$, $af = b$ ed $fb = cc$, ſarà $FB = A - B = C$, ed $fb = a - b = c$; la quantità dell'acqua eſcita in un dato tempo dal vaſo *rqba* ſia q, e queſta eſprima in grani il peſo dell'acqua, ſarà per il numero XV. di queſto $q = \frac{cc \times \overline{2a\sqrt{a} - 2b\sqrt{b}}}{3a - 3b}$, e per la medeſima ragione, dicendo la quantità dell'acqua eſcita dal Vaſo RB in grani Q, ſarà $Q = \frac{CC \times \overline{2A\sqrt{A} - 2B\sqrt{B}}}{3A - 3B}$, e perciò $q . Q :: \frac{cc \times \overline{2a\sqrt{a} - 2b\sqrt{b}}}{3a - 3b} . \frac{CC \times \overline{2A\sqrt{A} - 2B\sqrt{B}}}{3A - 3B}$, e l'equazione $Q = \frac{q\, CC \times \overline{A\sqrt{A} - B\sqrt{B}} \times \overline{a - b}}{cc \times \overline{A - B} \times \overline{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}}$.
Se dunque riſulterà da' fenomeni, che in uno dei due Vaſi e. g. dal *rb* eſca una conoſciuta quantità d'acqua per un dato lume in un dato tempo, ſi ſaprà ancora quanto peſo ne potrà uſcire da un altro, che abbia diverſo foro, e diverſa altezza dell'acqua.

XIX.

Il Guglielmini nel ſuo Trattato *Aquarum fluentium menſura* a c. 143. dice, che in un vaſo cilindrico di due piedi di diametro, e con altezza di acqua, mantenuta ſempre la ſteſſa, di piedi 3, once 11, con lume quadrato di linee tre di lato, uſciſſe di acqua in un minuto primo di ora libbre di Bologna 32, once 10, che ſono grani 252160, in ragione di once 12 per libbra, di dramme 10 per oncia, e di grani 64 per dramma; coſicchè nel caſo del numero precedente, ſarebbe $q = 252160$ grani, $cc = 3 \times 3 = 9$, $a = 564$ linee, e $b = 561$ linee: oſſervò di più che in un'oncia cubica di acqua ſi contenevano di peſo grani 786, onde

onde nella detta formola, sostituendo tutti questi numeri in vece de' simboli corrispondenti sarebbe $Q = \frac{252160 \times CC \times \overline{A\sqrt{A} - B\sqrt{B}}}{3 \times 564\sqrt{504} - 561 \sqrt{561} \times A - B}$; oppure più generalmente ponendo il tempo dello scarico del Vaso T, essendo gia quello dell' altro vaso *rb* eguale per l' osservazione a 60″ sarà $Q = \frac{252160 \times cc \times T \times \overline{A\sqrt{A} - B\sqrt{B}}}{3 \times 60'' \times 564\sqrt{564} - 561\sqrt{561} \times A - B}$, e facendo il foro quadrato cioè $C = A - B$ la formola diventerà la seguente $Q = \frac{252160 \times C \times T \times \overline{A\sqrt{A} - B\sqrt{B}}}{3 \times 60'' \times 564\sqrt{564} - 561\sqrt{561}}$ nella quale sostituendo i valori di C, di T, di A, e di B, si averà in peso di grani la quantità dell' acqua che verrà somministrata dal vaso RB dentro di quel tempo. Che se questa quantità espressa in grani si voglia in once cubiche, basterà dividere il quoziente prima per 786, che sono i grani, che per le sperienze del Guglielmini entrano in un' oncia cubica di acqua della misura però Bolognese, indi dividendo questo nuovo quoziente pur anco per 1728, che sono le linee di un piede cubo, si averà la quantità dell' acqua ricercata in piedi cubi.

XX.

Volendosi sapere il peso dell' acqua, che uscisse da un lume aperto nel fondo orizzontale di un vaso, ritenuto sempre alla medesima altezza di acqua, servendosi della formula del numero precedente, sarà da riflettersi che questo lume paragonato ad un lume verticale, quando tutti e due siano della medesima grandezza e figura, e che il verticale con uno de' suoi lati stia piantato nel fondo, darà una quantità di acqua, che alla quantità somministrata dal lume del fondo starà come $2A\sqrt{A} - 2B\sqrt{B}$. $3C\sqrt{A}$, come risulta dal numero XV. di questo; onde dicendo R la quantità escita pel foro laterale, ed S quella escita dall' altro del fondo, e facendo R eguale alla quantità Q del numero di sopra, e $c = A - B$, sostituendo in quella formola il valore di R quivi ritrovato, e supponendo il tempo $T = 60''$, si ricava $S = \frac{6364}{5} CC\sqrt{A}$ essendo che $564\sqrt{564} - 561\sqrt{561}$ è 100 prossimamente; onde l' esperimento del Guglielmini, ridotto al lume orizzontale, avrebbe dato grani 272333, essendo cioè $CC = 9$ ed $A = 564$, che fanno di Bologna libbre 35, once 5 in circa, e ge-

e generalmente qualunque ſia il tempo, in cui eſce la detta quantità di acqua pel foro orizzontale, ſe diremo eſſo tempo T, ſarà la formola $S = \frac{6304 \times \Gamma C \times T - \sqrt{A}}{60''.\ 5.}$

XXI.

Scolio. Sia in grazia di eſempio da indagare la quantità dell' acqua che uſciſſe da un foro circolare fatto nel fondo d' un Vaſo, il qual foro abbia di diametro 12 linee del piede del Reno, che riſpondono ad once 9, e punti 10 del piede di Bologna: ſapendoſi che queſta miſura a quella ſta come 23 a 28; e contenga l' acqua in altezza di piedi 15 : 5 : 7 di Reno, che riſponderanno a linee 1829 di Bologna, ridotte con l' accennata proporzione, e s' intenda la ragione del diametro alla circonferenza come 113 a 355, onde il lume ſarà di perimetro 31 linea proſſimamente, e l' area riſponderà a queſto logaritmo 1.8830528, ed il lato a 0.9415264; quindi la formola del numero antecedente ſarà $S = \frac{6304 \times l\,1.8830528 \times \sqrt{1829} \times T}{5 \times 60''}$, e ſe $T = 6''$, diventerà: $\frac{6304 \times l\,1.8830528 \times \sqrt{1829} \times 6''}{5 \times 60''}$, che riſponde proſſimamente ad once cubiche di Bologna 644, e ridotte ad once cubiche di Reno, triplicando la ragione di 23 a 28, ſarebbero once di queſto piede 1161 in circa, cioè mezzo piede cubo di Reno più 297 once cubiche. Il Sig. Ermanno in queſti medeſimi ſuppoſti nella *Foronomia* allo Scolio della Prop. 33 del Lib. 2. ſervendoſi dell' analogia della ſceſa de' gravi, ſecondo le oſſervazioni dell' Ugenio, trova che dovrebbe uſcire un piede cubo di Reno più 24 pollici; ma ſecondo i di lui dati calcolando, ſi trova che uſcirebbe un piede cubo, meno un ſolo pollice, cioè pollici 1727, e di miſura di Bologna once cubiche 957; ecco dunque la differenza, che porta il calcolo fatto, ſervendoſi de' fenomeni della ſceſa de' gravi per l' uſcita dell' acqua piuttoſto che delle immediate oſſervazioni tirate dal peſo della mole uſcita, che importa più d' un terzo: può eſſere che tal divario attribuir ſi debba alle reſiſtenze che incontra l' acqua in uſcendo dai fori, come anche dal ſoffregamento contro del ſolido, oltre all' aria che eſſa pure vi reſiſte. Veggaſi quanto ſopra di queſta difficoltà ne ha ſcritto il Padre Abate Grandi, nel Libro del movimento dell' acque, allo Scolio della Propoſizione 10. pag. 510.

APPENDICE
DEL
CAPITOLO SECONDO.

Che contiene le varie proposizioni e pareri intorno all' uscita dell' acqua dal fondo de' Vasi, conservata che sia dentro de' medesimi ad una data altezza.

MOlto essendo stato scritto da celebri Matematici intorno al moto dell' acqua uscente per un foro fatto nel fondo di un Vaso, conservato sempre ripieno alla medesima altezza, dacchè il chiarissimo Cavaliere Newton avanzò la proposizione registrata nel Libro II. *de' Principj della naturale Filosofia*, Edizione prima, non potrà essere se non d' utilità, che in quest' Appendice venga considerato, quanto da' predetti dottissimi Uomini è stato prodotto, coll' indicare ancora nella discrepanza delle opinioni, i motivi de' loro dissensi, le varie interpretazioni date al fenomeno, ed i fondamenti più probabili delle di loro asserzioni; cominciando dunque dal Sig. Newton.

I.

1. Considera egli nel luogo citato il vaso ACBD (*Fig.* 14. *Tav. I.*) con un foro EF nel di lui fondo, e ripieno d' acqua fino in AD, la quale nell' uscire non iscemi: chiama il foro EF nel fondo f, l' altezza dell' acqua costante GE $= a$, il peso dell' acqua incombente sopra del foro $= p$, la velocità che acquisterebbe nel fine della discesa, se libero cadesse questo peso nel vuoto $= s$, il tempo t, il moto m; vuole poscia che la velocità ch' avrebbe l' acqua all' uscire dal foro, sia alla velocità acquistata dopo della caduta nel vuoto, come d all' e; onde nominando r quella velocità sarà $r.$ $u :: d. e$, e perciò $r = \frac{du}{e}$. Indi segue: E perchè l' acqua discendendo nel vuoto, acquistato che ha la velocità u, può (ritenendo invariata la medesima) descrivere lo spazio $2s$, secondo a' ritrovati dal Galileo; dunque anco l' acqua uscente dal foro con la ve-

la velocità $\frac{du}{e}$ potrà descrivere lo spazio $\frac{2ds}{e}$, attesochè sono proporzionali $u.\ 2s :: \frac{du}{e}\left(\frac{2dsu}{eu}\right) = \frac{2ds}{e}$. Prende in seguito questo spazio, ch'è lo stesso dell'altezza della colonna acquea, e lo moltiplica col foro, provenendone $\frac{2dsf}{e}$ valore della quantità dell'acqua, che può fluire dal foro nel tempo, in cui liberamente sarebbe essa quantità caduta nel vuoto: Raccoglie dipoi il moto di essa acqua, col moltiplicare cioè questa colonna o quantità dell'acqua nella sua velocità r, onde ne cava $\frac{2dsf}{e} \times \frac{du}{e} = \frac{2ddsfu}{ee}$, il qual moto, dovendo essere eguale a quello seguito nel vuoto, sarà l'equazione $\frac{2ddsfu}{ee} = afu$, oppure $\frac{2dds}{ee} = s$ ovvero $\frac{dd}{ee} = \frac{a}{2s}$ e $\frac{d}{e} = \sqrt{\frac{a}{2s}}$, cioè $d.e :: \sqrt{\frac{a}{2}}.\ \sqrt{s}$. cioè $r.u :: \sqrt{\frac{1}{2}a}.\ \sqrt{s}$. oppure $r.\ u :: \sqrt{aa}.\ \sqrt{2as} :: a.\ \sqrt{2as}$, vale a dire, che la velocità con la quale l'acqua esce pel foro, alla velocità dell'acqua liberamente cadente nel tempo t, e con cui percorre lo spazio s, sarà come l'altezza dell'acqua sopra del foro alla media proporzionale fra l'altezza medesima raddoppiata, e lo spazio predetto descrittosi nel cadere di ess'acqua.

2. Si concepisca ormai, che questi moti si facciano al rovescio ascendendo, e perchè $r.\ u :: \sqrt{\frac{1}{2}a}\ \sqrt{s}$ per le cose dette di sopra, sarà anche $rr.\ uu :: \frac{1}{2}a.\ s.$ cioè i quadrati delle velocità come gli spazj respettivi, e per tanto l'acqua fluente ascenderebbe all'altezza di mezza la colonna, nel tempo, che la stess'acqua nel vuoto ascendesse tutto lo spazio s; di modo che la quantità dell'acqua uscente dal foro, nel tempo che un grave potesse descrivere in cadendo l'altezza $\frac{1}{2}a$ sarà eguale alla colonna di tutta l'acqua af, che sopraincombe al foro.

3. Perchè non si poteva maneggiare questa quantità di moto dell'acqua uscente pel foro senza considerare costante la velocità, nè tale essendo ne' gravi cadenti; perciò il Sig. Newton ha introdotto il paragone del peso cadente nel vuoto, supposta la velocità acquistata nel fine dello spazio percorso, correrne con la medesima invariata, un altro, e con tale supposizione ha poi dedotte le predette conseguenze; ma perchè le illazioni ricavate fossero convincenti, sarebbe stato d'uopo di provare, che

l'acqua all'uſcire del Vaſo, e non altrove di ſua colonna ſi moveſſe dì moto equabile; quindi la concluſione Newtoniana non può eſſer conſiderata che come ipotetica, e dare ſolamente un paragone fra i due moti dell'acqua uſcente pel foro, e quello del peſo, e non già come ſe dinotaſſe il moto reale ed aſſoluto della medeſima acqua uſcente pel foro fatto nel fondo del vaſo in quiſtione.

II.

1. Nella nuova edizione de' Principj della Filoſofia Newtoniana 1713, e così nelle altre pubblicate dopo di queſto tempo, occupa queſto Problema il luogo della Propoſizione 36, in vece di quello della 37 della prima edizione, e ſenza più ſervirſi dell'antedetto paragone de' moti dell' acqua nel vuoto, e nel foro del Vaſo, è ſtata riformata la Propoſizione nel modo che ſegue: Sia il Vaſo cilindrico PCDQ, (*Fig.*15.*Tav I.*) in cui s' intenda un cilindro di ghiaccio APBQ della medeſima capacità del vaſo, e che con moto uniforme diſcenda perpetuamente, di modo che le di lui parti inferiori non sì toſto tocchino la ſuperficie AB, che liquefacendoſi il ghiaccio, e riducendoſi in acqua, diſcendano verſo del foro EF, formando la cateratta o imbuto AEFB, ed eſcano pel medeſimo foro perfettamente empiendolo. E perchè per la determinazione della quantità uſcita ſi ha biſogno dell' uniformità del moto, pertanto vuole il Signor Newton, che la velocità del ghiaccio squagliato in acqua ſia uniforme, e tale come ſe cadeſſe dall' altezza IH: ſuppoſta queſta velocità, ricava poi l' altra dell' acqua all' uſcire dal foro, facendo l' analogia, come ſezione a ſezione, così reciprocamente velocità a velocità. Dicendo dunque $AB = a$, $HI = x$, $EF = b$, $GI = y$, ſarà $bb. aa$ :: (eſſendo i circoli come i quadrati de' loro diametri) ($\sqrt{HI}$.) $\sqrt{x}. \frac{aa\sqrt{x}}{bb}$, ma la velocità ſta ancora in dimezzata dell' altezza dell' acqua, ſarà però l'equazione $\frac{aa\sqrt{x}}{bb} = \sqrt{y}$, ovvero $b^4. a^4 :: x. y$. vale a dire IH*a*IG in duplicata del circolo EF al circolo AB.

2. Paſſa dipoi alla conſiderazione del riſtringimento della vena all' uſcire che fa l' acqua dal foro, ma ciò non eſſendo della preſente iſpezione, ſi omette da noi il quivi rifletterv i

3. Il corollario primo reſta manifeſto dalla analogia $b^4. a^4 :: x. y$ ricavato, come ſopra ſi è detto, dal principio idroſtatico delle ſezioni

zioni in ragione contraria delle velocità; quindi se ne deduce, che se AK a CK sia in ragione duplicata del foro per cui esce l'acqua alla duplicata del circolo AB, la velocità dell'acqua uscente pel detto foro sia come quella d'un'acqua, che fosse discesa dall'altezza CK.

4. Nel Corollario secondo, la forza (nel senso Newtoniano, con cui può prodursi tutto il moto dell'acqua all'uscire dal vaso, vale il peso d'una colonna cilindrica, di cui base sia il foro EF, e l'altezza 2GI, veramente essendo proporzionale il peso ad essa forza, ed esso trovandosi composto dalla predetta colonna, sembrerebbe che la forza dell'acqua non dovesse se non conteggiarsi con questa stessa colonna; contuttociò, se ben si farà attenzione, altre circostanze nel calcolo sono da aversi in riflesso, concossiacosachè, se il moto dopo la caduta dell'acqua dall'altezza GI continuasse subito ad essere invariato, ed equabile, non si potrebbe porre in dubbio la verità dell'asserto; ma se di esso, come in fatti succeder deve, abbia ad assoggettarsi alle leggi de' gravi cadenti, pare che in altro punto più sotto del G sia da prendersi quell'altezza da cui cadendo l'acqua abbia ad animare il moto che si cerca, ed i calcoli debbansi fondare sopra di altri principj, onde determinarsi la vera quantità.

5. Nel Corollario terzo si dimostra, che il peso di tutta l'acqua nel Vaso ABCD sta alla parte che fluisce per la cateratta come la somma de' circoli AB ed EF al doppio circolo EF del foro, il che si rileva nel modo seguente: Sia IH $= m$, IG $= n$, IO $= x$, ON $= y$, AB $= 2c$, EF $= 2b$, dunque HG $= n - m$, ed essendo per quanto si è detto nell'esporre la proposizione, l'equazione AB^2 $\sqrt{\text{IH}} =$ MN^2 $\sqrt{\text{OI}}$, ovvero in termini analitici $c^4 m = y^4 x$ sarà $x = \frac{c^4 m}{y^4}$, e prendendo le differenze $dx = \frac{-4c^4 m\, dy}{y^5}$, ed il solido di parte della cateratta AMNB, essendo $\int 4yydx$ diverrà, sostituendo il valore di $dx = \int -16 c^4 my^{-3} dy$, e facendo ON $=$ GF per aversi il solido intiero, sarà l'integrale $\frac{-8c^4 m}{yy} + \frac{8c^4 m}{bb}$, ed il solido o peso di tutta l'acqua contenuta nel vaso $= 4cc \times \overline{n - m}$; quindi la ragione fra questi due solidi sarà quella di $4cc \times \overline{n - m}$. $-\frac{8c^4 m}{yy} + \frac{8c^4}{bb}$, ma si ha anco l'equazione AB$^2\sqrt{\text{IH}} =$ EF^2 $\sqrt{\text{GI}}$ cioè $cc\sqrt{m} = bb\sqrt{n}$, onde $n = \frac{c^4 m}{b^4}$; sostituendo pertanto questo va-

lore

di n nella detta analogia, si avrà $\frac{4c^4m}{b^4} - m. \frac{-8ccm}{yy} + \frac{8ccm}{bb}$.
erchè per l' intiero solido dell' imbuto deve farsi $y = c$, adun-
la detta analogia si muterà in $\frac{c^4 - b^4}{bb} . 2bb + 2cc$, ovvero
$- b^4 . 2bbcc - 2b^4$; e dividendo l'uno e l' altro membro per $cc - bb$
a come $cc + bb . 2bb$, ovvero come $4cc + 4bb$ ad $8bb$, vale a
e, come la somma de i due circoli AB, EF al doppio circolo di EF.

6. Gli altri Corollarj sono troppo facili; nè accade però maggiormente fermarsi nella loro spiegazione.

III.

1. Il Signor Jurin nelle Transazioni Filosofiche d' Inghilterra num. 355. considera egli pure il movimento dell' acqua uscente dal foro di un vaso fatto nel fondo, secondo a quanto fu considerato dal Sig. Newton alla predetta proposizione 36 della seconda edizione. Noi riferiremo le sue viste, aggiugnendovi l' analisi da cui egli facilmente le avrà ricavate. Avendo egli dunque, sul fondamento avanzato dal Newton, stabilita la cateratta che si forma nell' atto di succedere il detto movimento, dice, che l' acqua ne uscirà con quella velocità, ch' è dovuta al cadere de' corpi gravi da una data altezza, che quì è appunto quella dell'acqua nel vaso, considerando per altro l'acqua discendente nel medesimo soggetta a tutte le leggi degli altri corpi gravi. S'intenda DE (*Fig.* 16. *Tav. I.*) ordinata della curva CGS $= y$, AD $= x$, sarà la velocità competente alla sezione EE $= \sqrt{x}$, supposta l' acqua sempre conservata all' altezza DA nel vaso, e perchè il prodotto di ciascheduna sezione EE nella sua respettiva velocità, dev' esser costante, secondo le leggi delle acque correnti; pertanto sarà l' equazione alla curva CGS, $xy^4 = 1$, la quale è manifesto che sarà un iperboloide del quarto grado; e lo spazio SADES sarà eguale a $\frac{4}{3}$ del rettangolo HD, e per conseguenza lo spazio SHE eguale ad un terzo del medesimo rettangolo di HD; ed essendo lo spazio SHE infinito dalla parte S resta manifesto che questo, ciò non ostante, non può esser maggiore della detta terza parte di esso rettangolo; paradosso, come tant' altri, che punto non sorprende i moderni Geometri.

L' analisi è assai facile; sarà dunque l' elemento del predetto spazio DdeE $= \int - ydx$ mentre crescendo le abscisse, decrescono le ordi-

ordinate della curva in quiſtione, e per l' equazione ſi ha $\frac{4dy}{y^4} = -ydx$, onde l' integrale ſarà $\frac{4}{3y^3} = \frac{4}{3y \times yy}$, ma per la natura della curva eſſendo ancora $yy = \frac{1}{xyy}$ diventerà però il detto integrale $\frac{4}{3} xy$.

3. Stabiliſce poſcia il Sig. Jurin il ſuo teorema primo, ch'è il fondamentale in queſto particolare, e dice, che uſcendo l'acqua da un foro circolare fatto nel fondo del vaſo, che s'intendeſſe avere un' infinita larghezza, il moto di tutta la cateratta acquea verſo dell'orizzonte, ſarà eguale al moto di un cilindro acqueo di baſe eguale al foro, e di altezza quanto quella dell' acqua, onde la velocità ſua ſia pari a quella dell'acqua uſcente per il detto foro.

4. Oltre alle coſe antedette, dicendo il foro bb, e l'altezza dell' acqua del vaſo a, avremo l' equazione $xy^4 = ab^4$ (A), e condotta ee infinitamente proſſima ad EE, ſarà il ſolido infiniteſimo EE $ee = \int - yydx$ (B), ed il moto ſuo ſecondo a' principj communi dell' idroſtatica $\int - yydx \sqrt{x}$, e differenziando l' equazione (A) ne proviene $\frac{4b^4 ady}{y^5} = -dx$, onde ſoſtituendo queſto valore nella formola (B) ſarà eſſa mutata in $\int \frac{4b^4 ady}{y^5} \times \frac{bb \sqrt{a}}{yy} = \int 4b^6 a \sqrt{a} \times y^{-5} dy$, ovvero $\frac{4b^6 a \sqrt{a} \times y^{-4}}{4} = \frac{b^6 a \sqrt{a}}{y^4}$ (C). e ſoſtituendo in vece di y^4 il ſuo valore $\frac{b^4 a}{x}$ ſarà trasformata queſta formola (C) nella ſeguente $bbx\sqrt{a}$, e quando ſi concepiſca che AD diventi AB, allora ſarà $x = a$, e la formola diventerà $bba\sqrt{a}$, ma queſta vale il cilindro predetto nella velocità competente alla diſceſa per tutta l' altezza dell' acqua; dunque ec.

5. Li tre corollarj che ſtanno aggiunti alla dimoſtrazione che fa il Signor Jurin della prima parte del ſuo primo teorema, facilmente ſi deducono da quanto ſi è di ſopra eſpoſto: mentre ſuppoſta coſtante l' altezza dell'acqua, ſtabiliſce $m = bb$, cioè il moto in ragione del foro, ch'è il primo corollario; indi fatto coſtante bb, cioè il foro, ſarà $m = a\sqrt{a} = \sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}} = u^3$, (dicendo u la velocità) vale a dire il moto in feſquiplicata dell' altezza dell'

dell'acqua, ch'è il ſecondo Corollario; e finalmente dato m, ſi cangia la formola in $bb = \frac{1}{a^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{u^3}$, cioè il foro in reciproca ſeſquiplicata dell'altezza dell'acqua, ovvero in triplicata reciproca della velocità, ch'è il terzo Corollario.

6. Parimenti ſi ricavano con molta facilità li 6. Corollarj anneſſi alla dimoſtrazione della ſeconda parte del teorema dell'autore. Si dica q la mole uſcita, e le altre coſe come ſopra, ſarà ſecondo a'principj preſi da eſſo oltre $m = abb\sqrt{a}$, $q = bbtu$ (dicendo t il tempo impiegato nel raccoglierſi quella tal mole d'acqua) $= bbt\sqrt{a}$, onde ſoſtituendo nella formola $m = bba\sqrt{a}$ il valore di $bb\sqrt{a} = \frac{q}{t}$ ſi avrà $m = \frac{aq}{t}$, nella quale, facendo coſtante l'altezza e la mole, ſarà $m = \frac{1}{t}$, vale a dire il moto in reciproca ragione del tempo, e date a, t. ſarà $m = q$, cioè eſſo moto come la mole, e fatte coſtanti t, q, ſarà $m = a$, cioè la mole come l'altezza; date m ad a, ſarà $q = t$ che dà la mole come il tempo; date m, q allora $a = t$ cioè l'altezza come il tempo; e finalmente date m, t ſarà $q = \frac{1}{a}$, vale a dire la mole in ragione inverſa dell'altezza dell'acqua, il che rafferma tutti li ſei antedetti Corollarj; da tutto ciò però non ancora ſi rileva la concluſione del Corollario ſecondo Newtoniano, ch'è il ſoggetto della quiſtione, reſtando ſin quì per altro manifeſto che il Signor Jurin nel fatto de' vaſi che ſcaricano dell'acqua per un foro fatto nel fondo de' medeſimi, vuole ed ammette la cateratta, di cui ſi è detto.

IV.

1. La propoſizione Newtoniana adottata per vera ſenz'altra dimoſtrazione dal dottiſſimo Jacopo Keill, nel Libro intitolato *Tentamina Medico-phyſica. Tentamen III.* fu dichiarata falſa dal celebre ed amiciſſimo, allorchè viveva, Sig. Michelotti nel Libro *de ſeparatione fluidorum in corpore animali* (p. 112.) profeſſando che l'acqua uſcente dal foro d'un vaſo, altra velocità aver non poſſa, che quella che acquiſtato avrebbe un grave in cadendo da pari altezza, come quella dell'acqua; nel che il Sig. Jurin è perfettamente d'accordo col Sig. Michelotti, ſe rettamente s'attende a quanto eſſo ha dimoſtrato, nè altro divario ſi fa vedere, ſe non che eſſo Signor Michelotti non vuole cateratta o imbuto nel moto

to dell' acqua del vaso: per altro la conclusione del Jurin sembra la stessa affatto che quella del Sig. Michelotti; anzi l' istanza che questi fa (pag. 127.) all'altro, cioè, che se è vero, che in qualunque sezione EE (*Fig.16.Tav.I.*) debbasi esprimere la velocità per la sudduplicata di DA, non puossi negare, che anche nella sezione del foro CC, la velocità competente esser non debba la sudduplicata di BA, il che sono persuaso, che non solamente non lo negasse il Sig. Jurin, ma che anche sia una delle conclusioni dedotte dalla sua stessa analisi, se in vece di porre l' equazione $xy^4=1$, sia posto per supplire anco alle leggi degli omogenei, e per aversi la dimostrazione da noi sopra espressa nel numero precedente $xy^4=bba$, dicendo bb il foro, ed a l' altezza dell' acqua. Perlochè sin ad ora tutto il dissenso fra questi Autori non è se non che, se si dia o nò la cateratta, non mai che la velocità dell' acqua uscente dal foro non sia eguale a quella che avrebbe un grave in cadendo da pari altezza, e non già dalla doppia, come è il parere del Sig. Newton. Si farà sopra di quanto scrisse il Signor Michelotti contro il Signor Jurin, qualche riflesso sì intorno la cateratta acquea, che si vuole far credere affatto commentizia, sì intorno a quello che si è addotto di fisico, e considerato per distruggerla.

2. Comecchè dunque verun assurdo non vedo, ch' essa cateratta porti in natura, e che anzi per l' opposto, ponendo la medesima, osservo con essa salvarsi molti fenomeni, che nella discesa dell' acqua ne' vasi aperti con un foro accadono; e che l' occhio e la ragione la fanno, per così dire, altresì toccar con mano, se non col riconoscerla effettivamente dentro del Vaso, al certo, coll' osservarla fuori d' esso nel restringersi, che manifestamente fa la vena dell' acqua in discendendo (sopra di che si può anche vedere il Trattato del movimento dell' acque del chiarissimo Padre Abate Grandi Prop. IX. Cap. II. p. 507. Autore in queste ed in altre materie a niuno secondo) non so comprendere come la medesima vena non possa, o non debba ammettersi, e continuare anche dentro del vaso, come di fuori apparisce, e formare in somma l' imbuto, o sia cateratta in quistione.

3. Esaminando poi quanto riferisce il Sig. Michelotti circa il Vaso ACDB; (*Fig.17.Tav.I.*) lo considera egli ripieno prima di acqua fino in AB col foro O per cui si scarica con una velocità come $\sqrt{AC}$, ed indi facendo, che quasi tutta essa acqua svanisca, a riserva di una pochissima ed insensibile parte CD *mn*, gli sostituisce un corpo soli-

do A *m n* B della medesima gravità specifica dell' acqua, ma talmente lubrico, che niuna resistenza patir possa dalle sponde del Vaso, onde impedirsi la libera scesa, ed in conseguenza l' azione sopra della superficie dell' acqua rimasta *mn*: il che posto, conclude, che pel detto foro uscirebbe ancora l' acqua affetta della medesima velocità come prima, cioè come √AC.

4. Supponiamo dunque di aversi trovato questo corpo solido, e sia di cera caricato di poca limatura di ferro o di piombo, di modo che posto in acqua sia conosciuto veramente della medesima gravità specifica di essa acqua; quindi se verrà posto nella medesima, potrà fermarsi in qualunque sito sotto della di lei superficie, senza che affettar possa nè di salire, nè di scendere, secondo a quanto importa l' equilibrio fra due corpi eterogenei bensì, ma della medesima specifica gravità. Ciò dato, sia posto il detto solido A *m n* B sopra l' acqua del nostro vaso: in questa dunque o ch' egli ha campo da immergersi, o no; supponiamo che immerger si possa, adunque secondo a' principj della Statica, non potrà sussistere, ma dovrà andarsi a collocare sotto della superficie, e disturberà per conseguenza questo ideale sperimento: ma si vuole supporre che talmente combacj i lati del vaso, che bensì premer possa l' acqua rimasta *m*CD*n*, ma non penetrarla, ed in tal supposizione peserà egli sopra dell' acqua, quanto porta la di lui mole e peso, e nel comprimer l' acqua farà appunto l' effetto dell' embolo in un sifone; e comecchè i solidi, a differenza de' fluidi, operano con tutte le loro parti, quasi fossero unite in un solo punto, così la forza che darebbe all' acqua per uscire dal foro, non sarebbe già quella che compete all' altezza AB, moltiplicata nel foro, ma quella che deriverebbe dal cilindro di acqua, che avesse il peso assoluto di tutto il detto solido, e per conseguenza nulla ha che fare tale argomento per farci conoscere il moto dell' acqua in quistione.

5. Nè parmi che aver possa maggior forza contra della cateratta Newtoniana, l' altra ragione presa dall' Elaterio. Vuole il Signor Michelotti (pag. 129) supporre un corpo senza gravità, fluido però, ed egualmente denso che l' acqua: cosa in fatti che non si crede necessaria per dedurne la conseguenza, che si ha in vista, potendo bastare la supposizione ch' egli sia elastico, e che esercitar possa contro del fondo una forza pari a quella dell' acqua nelle ipotesi di sopra prese; l' effetto che questi produrrebbe

può

può bensì provare esservi in natura delle potenze, che applicate a varj corpi generar possono eguali velocità, ma non mai avrà che fare con l' esistenza o no della cateratta.

V.

1. Rispose il Signor Jurin al Michelotti al numero 355. An. 1722. delle Transazioni Anglicane, procurando di giustificare le sue prime proposizioni, e dichiarando fra le altre cose di mai aver nè meno pensato di scriver contro la dimostrazione del chiarissimo Signor Giovanni Bernoulli, ben sicuro che niuno mai potrà rinvenire nella sua dissertazione cosa, che abbia nè anco ombra di verisimiglianza, ch' egli abbia voluto connotare il predetto Sig. Bernoulli.

2. Cerca poi di salvare il Corollario Newtoniano della quantità del moto eguale alla doppia colonna, che ha per base il foro del vaso, e passa a giustificare ancora la proposizione 37 de' principj della prima edizione, col far vedere che il tutto procede bene nelle supposizioni del Newton, avvalorando ancora quanto avanza con alcuni sperimenti, che dice fatti, e dal detto Autore, e da altri, affermando lui stesso di averli veduti con altri molti della Società Regia, nell' esame di che noi non immoreremo di vantaggio, attenendosi a quanto abbiamo detto ne' numeri I. e II. di codesta Appendice, allorchè furono considerate quelle proposizioni. Indicando dunque il Signor Jurin che la colonna premente debba risultare dal foro moltiplicato nella doppia altezza dell' acqua, come appunto l' ha considerata il Signor Newton, ne porremo quì l' analisi, che s' accorda con quanto rimarca esso Signor Jurin al §. *Libet hic loci* &c. cioè che l' intiera cateratta sia eguale alla detta doppia colonna o cilindro, il di cui peso tutto impiegar si dee nella scesa dell' acqua; imperocchè il valore di detta cateratta è $\int -yydx$, in cui sostituendo $4xdy$ in vece di $-ydx$, e $\frac{b^4a}{y^4}$ in vece di x in forza dell' equazione $xy^4 = b^4a$, ne deriva $\int -yydx = \int 4b^4ay^{-3}.dy$, ovvero $\frac{4b^4ay^{-2}}{2} = \frac{2b^4a}{yy}$, ma $yy = \frac{bb\sqrt{a}}{\sqrt{x}}$, dunque sostituendo il valore di yy sarà $\frac{2b^4a\sqrt{x}}{bb\sqrt{a}} = 2bba$ essendochè quando si calcola tutta intiera la cateratta, x diventa $= a$; il che era ec.

3. Segue poscia il Sig. Jurin ad esaminare i fondamenti, sopra

de' quali si è formata la dimostrazione del Sig. Giovanni Bernoulli, pretendendo di poter concludere, che quella goccia di acqua, che da esso viene posta come animata non che dalla gravità naturale della medesima, ma dalla colonnetta acquea, che gli sovrasta, non lo sia in effetto, sopra di che lasciandone la decisione ad altri passerò a fare qualche riflesso sopra la risposta, che ne ha dato il Michelotti.

VI.

1. La critica dunque, che a questa proposizione fa il Signor Jurin, avendo per fondamento, che tutte le particelle dell'acqua agiscano in ragione della propria gravità, senza che le sovrapposte vi concorrano ad accrescerne la forza, pretende il Signor Michelotti nelle risposte fatte e pubblicate l'anno 1724. p. 15. e seguenti, che il principio sia equivoco e falso, ed è di parere, che da ciò seguirebbe un assurdo, che qualunque grave mosso dalla quiete, riceverebbe in un istante quella intiera velocità, che acquisterebbe il medesimo se fosse sceso da una maggiore altezza. Prova indi la verità della proposizione Bernoulliana anche col mezzo dell' equilibrio de' liquori, notando che l'azione delle parti di essi, rispetto alle parti imminenti al foro, sia quella di un cuneo, che volendo penetrare sforza del pari e le superiori, e le inferiori particelle, onde ne deduce dover esser la velocità della particella che sta per uscire dal foro in ragione dell' altezza di tutta l'acqua.

2. Quanto a me, come parmi evidente nelle sue supposizioni la dimostrazione del Sig. Bernoulli, così mi sembra anche assai facile il porla in chiaro, quando però prima venga distinto il vero caso della quistione. Un fiume, per prender la cosa assai materiale, quando il di lui corso si voglia ridurre ad un certo calcolo, in due stati si deve considerare, o di alterazione, attesa la sopravvenienza di nuove acque o lo scemamento delle medesime, ovvero di permanenza con acque costanti: nel primo caso i calcoli fondati sopra una data quantità di acqua, che in un dato tempo passi per ciascheduna sua sezione non servono, come servono nel secondo, ch'è quello che d' ordinario viene considerato dagl' Idrometri. Se si farà la dovuta attenzione anche all' acqua uscente dal noto foro del fondo, o da qualunque altra parte, non sarà difficile da concepire, che anche in questa faccenda succeder dee in parità di circostanze lo stesso che ne' fiumi, almeno

no per alcuni istanti di tempo, cioè fino a tanto che sia ridotto il moto dell'acqua ad uno stato di permanenza, e ch' esso abbia acquistati tutti que' gradi di velocità in tutte le sue parti, che gli competono.

3. Quando dunque si distinguano questi due casi, si può facilmente venire in cognizione per il primo, che la pressione delle parti soprapposte alle inferiori deve aver luogo, almeno per que' primi istanti, e che questa poi debba cedere tantosto che succeda il secondo caso dello stato di *permanenza*, nel quale tutte le particelle ch' escono dal foro, n' escono dopo essere state mosse dalla superficie arrivando sino al fondo con quel moto ch' è comune a tutti i gravi cadenti, e senza che abbiano uopo di altra forza acceleratrice, che della naturale della propria gravità.

4. Proseguisce il Michelotti (pag. 22.) con nuovi argomenti contro la proposizione Juriniana, considerando quella forza che può far la pressione dell' acqua in un vaso largo di fondo, e ristretto nella sua sommità, e supponendovi dentro l' acqua naturale, e poi agghiacciata, e nella varietà di detta forza che si esercita contro del fondo nell'uno e nell' altro caso, pone in essere quanto sia incongruo l' asserto di esso Signor Jurin. Ottimamente il Michelotti va deducendo quanto sia diversa la pressione del fluido, rispetto al solido, premendo questo nella sola ragione del di lui peso (quando sia in quiete) quello nella ragione della base nell' altezza del fluido, nascendo tal differenza appunto dalla natura della fluidità, diversa da quella de' corpi solidi. Il fenomeno può spiegarsi nella maniera che segue, il quale per dir vero ha molto sembiante di paradosso. Nel vaso ACDEFB (*Fig.* 18. *Tav. I.*) di figura larga nel fondo, e che poi va restringendosi verso la di lui sommità, vi sia l' acqua sino in AB; la pressione che farà contro del fondo EF è eguale alla pressione che farebbe l'acqua se il vaso fosse bensì con la medesima base, ma con l' altezza dell' acqua da per tutto come FB, vale a dire, se la base essendo circolare, fosse il vaso un cilindro; in somma produrrà lo stesso effetto e nell' uno, e nell'altro caso, abbenchè nel cilindro l' acqua fosse in assai maggior quantità di quello fosse nel vaso proposto; attesochè il peso dell' acqua contenuta nella parte ristretta CABH non solamente ha uopo di esser bilanciata dall' acqua esistente in un qualunque sito della porzione larga del vaso, ma tutta dee cooperare al medesimo effetto, mentre il peso AHBC tro-

trovandosi sempre in atto di discendere, deve restare impedito egualmente da ciascheduna parte dell'acqua sottoposta, e laterale, giacchè se una parte fosse nell'azione di resistere, e l'altra no, accaderebbe che per questa subito discendesse l'acqua CABH per la ragione del bilanciamento de' liquidi; L'asserto si prova ancora, conciossiachè se in qualunque punto di DC apriremo un foro, l'acqua, quando l'altezza sia conservata fino ad AB, risalirà, non computate le resistenze dell'aria, ed altre del vaso, fino al detto livello AB, ed istessamente aprendosi infiniti fori, succederà sempre lo stesso per le cause sopraddette; inoltre, se con un tubo recurvo piantato nel fondo EF, e rivoltato verso di AB, daremo sfogo a quest' acqua, vedremo, che poste le stesse cose, risalirà essa acqua al livello AB, e così seguirebbe se infiniti tubi recurvi posti nell' antedetto modo fossero inserti nel detto fondo; dunque la pressione è eguale alla base EF nell' altezza FB, come appunto succederebbe se lo sperimento si facesse in un vaso cilindrico FG, che fosse ripieno di acqua; cosa che non può fare il solido, perchè le di lui parti non agiscono se non unite, e come una cosa sola, quanto se fossero rammassate nel di lui centro di gravità, ed allora, come nota il Michelotti, la pressione è proporzionale al peso semplicemente, cioè alla quantità della materia, ch'è posta sopra quel tal fondo.

5. Quanto all'ipotesi di esso Michelotti di considerare l'acqua esistente nel vaso di difforme larghezza, primo nello stato di fluidità, indi di agghiacciamento, comecchè è vera l'illazione che ne viene dedotta circa alla forza del di lei premere, così pare che sia molto lontana da ciò che ha voluto intendere il Jurin, avendo questi bensì considerato col Newton, che si possano agghiacciare le parti laterali dell'acqua, quelle cioè che non stanno a piombo sopra del foro, ma non già quelle della colonna imminenti all'emissario, come rilevasi dal di lui §. *Quoniam nulla alia re &c.* (pag. 10) della dissertazione prodotta dal Michelotti, che però varie essendo le supposizioni, non è da maravigliarsi, se anco le conseguenze sieno diverse.

6. E circa allo sperimento della scesa di quella colonna di Zecchini cento, l'ipotesi del Michelotti, non è quella del Jurin, e per quanto a me pare, non può ella accordarsi co' pesi di ciascheduna sezione della cateratta, nè può correre la parità che ne viene addotta, mentre intanto si dice, che la cateratta succeder debba, in quanto che l'acqua in discendendo viene animata

da

da una varia velocità, ed ha bifogno per non difcontinuarfi di far che le fezioni di effa cateratta fieno reciproche alle dette velocità; dove gli Zecchini fecondo all'ipotefi del Michelotti riufcendo fempre minori di pefo a mifura, che fi difcoftano dal fondo, fu di cui pofano, non fi fa vedere come mai correr poffa il paragone fra le fezioni della cateratta più dilatate a mifura, che dal foro fono difcofte, con gli Zecchini, che devono effer minori di pefo; ma o maggiori, o minori di quefto che foffero, è noto che prefcindendo dalle refiftenze dell'aria, tutti i gravi cadenti, difcendono nello fteffo tempo, quando pari fiano le altezze delle cadute.

7. E quanto a ciò che foggiugne il Michelotti, (pag. 24) che prima che il Jurin voglia definire il moto dell'acqua ufcente pel foro di un vafo col fondamento della quantità ufcita e conformata in un cilindro di doppia altezza di quella che abbia l'acqua nel vafo, abbia egli a provare, che la forza dell'acqua ufcente come fopra, debba effer eguale a quella che avrebbe un grave, che cadendo in un dato tempo ed eguale a quello dell'acqua ufcente dal vafo nelle dette circoftanze; fi può rifpondere, che abbenchè non fia incomparabile il moto uniforme coll'accelerato, come fembra volerci fignificare il Michelotti, trovandofi fempre la velocità dell'uniforme ed equabile doppia dell'accelerato, acquiftata nel medefimo punto fecondo ai principj del Galileo, nulladimeno la difficoltà della propofizione del Jurin, credo confiftere nel non faperfi dove effo moto accelerato termini, e dove cominci l'uniforme, fe al foro, come l'hanno fuppofto fin ora quafi tutti quelli, che hanno trattato di quefte materie, ovvero nel maggior riftringimento della vena acquea, come lo perfuadono oltre la ragione anco gli fperimenti fatti, e fra quefti quelli praticati dalla diligenza del chiariffimo Signor Marchefe Poleni; non folamente nel Libro *de Caftellis*, ma ancora in quella lettera che indirizzò al Signor Marinoni Matematico Cefareo l'anno 1724, non potendo la diverfa quantità dell'acqua ufcita e raccolta in que'cavi prifmi, de'quali egli fa menzione, in altro modo falvarfi e fpiegarfi, fe non col riftringimento delle vene; ha il medefimo Signor Poleni, con una efattezza eguale alla di lui penetrazione, rettificate le fperienze dell'infigne Mr. Mariotte *Trattato del movimento delle acque*, (pag. 423.) e rilevata con il porre a' vafi lumi di varie figure, e di difformi groffezze la molta differenza che ne rifulta, la quale fe fu conofciuta dal Mariotte,

riotte, venne da lui attribuita nel medesimo *Trattato* (p. 428) *discorso terzo*, alle diverse resistenze incontrate dall' acqua all' uscire, il che è vero: ma tali resistenze non da tutto il moto dell' acqua, ma da quello in particolare che si fa per la varia grossezza de' lumi, semplicemente provengono.

8. Alla dimostrazione portata in appresso dal Sig. Michelotti (pag. 29.) non vi è che rispondere, se intender si vuole nel primo tempo, che aperto il lume l'acqua fluisce; ma quando questa sia ridotta allo stato di permanenza; in tal caso . considerando il moto concepito dall' acqua, se questo si vuole equabile ed uniforme, può benissimo esser vero, che la pressione sia eguale al doppio cilindro, il che non succederà allora quando il detto moto tale non fosse, mentre non valerebbe che il semplice cilindro, cioè il prodotto del foro nell' altezza dell' acqua; quindi il tutto dipende dal porre una retta ipotesi senza confondere i moti accelerati con gli equabili ed uniformi, e lo stato *variabile* dell' acqua, che ha ne' primi istanti dell' apertura del foro, con lo stato di *permanenza*, il che nella determinazione della quantità dell' acqua uscita da' fori predetti, ha cagionato dimolti equivoci, e perplessità.

VII.

1. E' entrato in questa quistione anco il Signor Daniele Bernoulli figliuolo del rinomatissimo Sig. Giovanni fin d' allora che trovavasi in Venezia. A questo insigne Matematico professando io del pari e grandissima stima per la singolar sua cognizione nelle scienze più recondite, ed una sincera amicizia per le rare doti che il di lui animo adornano, dovrei ciecamente soscrivere a quanto nelle di lui eruditissime Esercitazioni ha prodotto in Venezia fin dall' anno 1724, se non fossi sicuro che l' ingenuità sua, e l' amore della sola verità, a cui ha diretto ogni scopo de' suoi profondi studj, non mi permettessero di aggiugner quivi qualche riflessione sopra di quanto fu in questa materia da esso in allora pubblicato.

2. Il motivo dello scrivere suo fu, com' egli stesso si esprime, perchè il Signor Conte Riccati, soggetto di chiarissimo nome, avea trovato nella proposizione, di cui si è detto, di che ridire a quanto avea pubblicato il Signor Michelotti nel Libro *De separatione fluidorum*, professando esso Sig. Conte di poter difendere

fendere e foſtenere la verità del Corollario Newtoniano, non ammeſſo dal predetto Sig. Michelotti.

3. Pone il Sig. Bernoulli come *apodittica* la dimoſtrazione Newtoniana del Corollario ſpeſſe volte nominato della prima edizione de' Principj, ed in prova della validità della medeſima dice: che ſe nel vaſo EABF (*Fig.* 19 *Tav. I.*) ripieno di acqua fino in EF s' intenda aprirſi il foro CD, e ſi ſupponga, a riſerva della porzione A*mn*B infinitamente piccola, agghiacciarſi l' altra parte acquea E*mn*F, dice, che il ghiaccio dovrà eſercitare ſopra dell' acqua rimaſta la ſteſſa preſſione, che faceva prima dell' agghiacciamento. Circa però alla forza di queſta ragione, avrei quella ſteſſa difficoltà ch' ebbi quando eſaminai la propoſizione del Sig. Michelotti nel numero precedente §. 4; diverſa, quanto al mio intendere, eſſendo l' affezione del ſolido, che tale è divenuta l' acqua agghiacciata, da quella del fluido, ed altri e diverſi per conſeguenza gli effetti che a produrſi vengono nell' uno e nell' altro ſtato; onde per queſto capo ſembra che il mezzo termine addotto dell' acqua agghiacciata non poſſa aver luogo per concludere quanto è ſtato propoſto.

4. Per altro la dimoſtrazione del Sig. Co: Riccati riferita nelle *Eſercitazioni* (pag. 33) è appoggiata a non altro che alla velocità ridotta equabile, e coſtante, che vien ſuppoſto aver acquiſtato l' acqua all' uſcire dal foro, nè ſi vede perchè in tale ſuppoſizione non abbia ad aver luogo per concludere effettivamente quanto è ſtato aſſerito; il punto ſta che tal ſuppoſizione ſi accordi col fatto, e che così realmente ſucceda in natura.

5. Nè differente da ciò è quanto nella lettera del Sig. Conte Riccati portata (pag. 38 di dette Eſercitazioni) vien riferito al §. *Quid ex his ſequatur vides;* volendo cioè non altro eſſo Sig. Conte ivi concludere, come conclude di fatto, che ſe la quantità dell' acqua uſcita nell' aſſegnato tempo è doppia, doppia doveſſe altresì eſſere la forza impellente della medeſima, ſecondo gli ſteſſi principj portati dal Sig. Michelotti.

6. Dicendo poſcia il Sig. Conte Riccati al §. della lettera ſuddetta (pag. 39.) *Quod ſi ab iſtis circumſtantiis;* che non potendoſi miſurare altrimenti la forza eſpellente, ſe non per la quantità del moto generata in un dato tempo; vien egli documentato dalla eſperienza, che l' acqua uſcente da un vaſo nel tempo definito dal Newton, quando venga paragonata con quella quantità, ch' empiſſe la cavità di un cavo cilindro, attaccato normalmente

all' orificio, farà molto maggiore della semplice, vale a dire, del prodotto del foro nell' altezza dell' acqua costante; ma soggiugne, non mai però arrivare ed esser doppia, abbenchè in certi casi a questa di molto s' avvicini, secondo gli esperimenti fatti dal Sig. Marchese Poleni.

7. Questi credo che possino esser quelli registrati nella lettera da esso diretta al Signor Marinoni Matematico Cesareo, cioè li sei ne' quali armando il foro di lamine, e di cavi cilindri, ha raccolto varie quantità di acqua dentro il tempo di un minuto primo d' ora, conservando però sempre gli stessi diametri delle aperture, e la stessa altezza dell' acqua; in fatti essendo il foro, di cui egli si è servito di 3. linee di diametro, cioè all' incirca $\frac{1}{15}$ di un pollice quadrato, e l' altezza dell' acqua di piedi 13 ovvero once 156, e supponendo coll' Ugenio che un grave discenda in forza della propria gravità per piedi 15 in un minuto secondo di ora (omettendo il pollice di più, ch' egli osservò, ciò poco alterando il calcolo) il medesimo grave percorrerebbe in 52''' in circa lo spazio delli 13 piedi predetti; quindi facendo $\frac{156}{15}$ la quantità corrispondente in detto tempo, valerebbe questa pollici cubici $10\frac{2}{5}$.

8. Ma avendosi osservato, che in un minuto primo uscirono nel primo sperimento pollici cubici 607; adunque in 52''' uscirebbero pollici $11\frac{15}{52}$, cioè poco più della semplice quantità ricercata dal foro, e dalla semplice altezza. Nel sesto sperimento poi, mutati gli emissarj, abbenchè dello stesso diametro e figura, crebbe la quantità raccoltasi nel medesimo tempo a 905. pollici cubici, i quali divisi per 52''', come sopra, danno pollici cubici $17\frac{21}{52}$, vale a dire, che molto si accosta alla doppia quantità, senza però mai arrivare al preciso; ma tutte queste varianti quantità provengono dal sito del maggior restringimento delle vene acquee, senza la considerazione di cui, mai si potranno spiegare li sopraddetti fenomeni.

9. Segue il Sign. Co. Riccati nella detta lettera (pag. 40) in forza degli addotti sperimenti a rappresentare, che se nel tempo definito dal Newton, discendendo la suprema superficie dell' acqua, che sta imminente sopra del foro, fino al fondo del Vaso, o sia il cilindro sotto una tal altezza, e di base eguale al foro, se altro non cospirasse (dic' egli) ad alterare questo di lei moto, dovrebbe uscirne appunto tanta quantità, quanto porterebbe essa colonna, ma dalle esperienze n' esce di vantaggio; dunque, conclude,

clude, che all' azione verticale dell' acqua, vi si aggiugne anco l' obliqua, ed essere in somma certo, che opera in questo incontro una maggior copia di acqua, di quella che porterebbe la sola colonna predetta.

10. Nella risposta che a questa lettera diede il Sig. Bernoulli (pag. 44) adduce in prova del suo argomento varie ragioni, che non facendo direttamente allo stato della quistione, che quì si esamina, le potrà il Lettore vedere nel suo fonte; si dirà solamente che (alla pag. 46) sembra ch' e' dubiti dell' esperienze citate dal suo Antagonista, cioè ch' esca maggior quantità di acqua pel foro, di quello che dia il calcolo della colonna: asserendo, che la ragione persuade il contrario; quì mi farò lecito di dire, che il fatto è tale, nè doversi ricredere a quanto con tutti i numeri dell' attenzione ha osservato il Sig. Marchese Poleni nella citata lettera, dalla quale si è tirato il calcolo registrato a' numeri 7. e 8. di questo articolo.

11. Le obiezioni del Sig. Bernoulli diedero motivo al Sig. Conte Riccati di replicar di nuovo con altra lettera in data 24. Marzo 1724, e viene pur questa registrata nelle Esercitazioni (pag. 47, e seguenti) in questa riproducendo al criterio la materia, si esprime (pag. 50) che veramente da quanto scrissero il Guglielmini, l' Ermanno, il Varignon, e l' Ugenio si ritrae, dover uscire dal foro del vaso in quistione una doppia quantità di acqua rispetto a quella raffermata dalla colonna imminense al detto foro, ma pretende esso Sig. Conte che non vi arrivi, nè arrivar vi possa; dopo presa per mano la dimostrazione Newtoniana del Corollario della 36. afferma che in questa siasi molto bene dal suo Autore distinta la velocità della superficie, dalla quiete che aveva prima che niun moto concepisse: cosa, dice, non bene osservata da altri che hanno versato sopra di tal materia, aggiugnendo, che il Newton insegna, che detta velocità della superficie, debba esser quella, che un grave avrebbe acquistata in cadendo col moto accelerato dall' altezza HI: (*Fig.* 15. *Tav. I.*) cosa a cui, soggiugne il Sig. Conte Riccati, per non aver avuto riflesso il Sig. Bernoulli, l' abbia portato a tirar delle conseguenze lontane dal vero, volendo per altro che nel fatto della cateratta, vi sia stato anche nel suo Autore qualche cosa di umano: confessando però, che con tale ipotesi si salvino molto meglio i fenomeni, che secondo qualunque altra di ciaschedun altro Autore.

12. Provocato a versar sull' esperienze, risponde il Sig. Bernoulli

noulli (pag. 58) dubitar delle praticate osservazioni, rimarcando che le fatte dal Sig. Marchese Poleni, non danno che il medio fra la semplice, e la doppia quantità, o sia il cilindro dell' acqua imminente al foro, quando, soggiugne, la ragione mostra, che avesse ad essere eguale o all' una, o all' altra di esse due quantità, e conclude di non doversi fidare degli sperimenti, almeno (credo che voglia dire) de' praticati sino allora. Veramente il voler che le sperienze indichino a capello il vero stato di ciò, che si cerca, sembra un pretender troppo, e voler che la fisica dia quanto la pura, ed astratta Geometria; basta bene, che gli sperimenti si accostino convenientemente a quel termine, che l' osservatore ha in vista. Nelle fatte sperienze, che danno sempre una maggior quantità di acqua del semplice cilindro predetto, e mai minore, anzi in certi casi assai da vicino al doppio, pare che prescindendo dalle circostanze che visibilmente possono alterar l' uscita dell' acqua, debbasi credere, che se non precisamente la doppia colonna, non mai la semplice sia quella che uscir dovrebbe: cosa, che abbondantemente resta poi comprovata dalle ultime esperienze fatte dal Sig. Marchese Poleni, e registrate nella detta lettera diretta al Sig. Marinoni: notizia della quale in fatti non mi costa, che il Signor Bernoulli abbia avuta, essendosi pubblicata dal più al meno nello stesso tempo, che le Esercitazioni stesse uscirono alle stampe. Quindi non dee recar meraviglia, se il Signor Bernoulli non avendo vedute dette posteriori esperienze, abbia detto di dubitare delle osservazioni sino allora praticate dagli Idrometri. Che poi l'aria abbia potuto ritardare nella scesa del grave il di lui moto, e che per conseguenza il tempo della caduta, a cui si è ragguagliata anco l' uscita dell' acqua, sia stato preso maggiore di quello sia stato in fatti, non pare che tale obiezione possa detrarre sensibilmente alle dedotte conseguenze: e ciò tanto meno, se si ha riguardo che questo è stato calcolato secondo le osservazioni fatte dall' Ugenio nel pieno, e non già nel vuoto, allorchè con replicate sperienze ricavò, che un grave liberamente cadente dalla quiete, percorra in un minuto secondo di tempo piedi 15, ed un pollice del Regio piede di Parigi.

13. Ciò che il Sig. Bernoulli (p. 59) avanza del cilindro insistente sopra dell' orificio del fondo, e pertugiato da infiniti fori, non pare, che l' effetto, che ne dee avvenire, altro non possa indicare, se non che allo sbilancio della colonna, o cilindro suddetto,

detto,

detto, ſucceder debba il movimento delle parti laterali, nel che farſi, ſe ben ſi riflette, naſcerà non altro che la cateratta Newtoniana; tanto poi è lungi, che l'acqua laterale alla detta colonna pur acquea, poſsa tenerla ſoſpeſa, che anzi è credibile, che venga aiutata dalla detta acqua laterale al moto; ed in ſomma che ſegua appunto l'oppoſto di ciò, che di ſeguire ci avviſa eſso Signor Bernoulli; e circa a' cuneoli dell'acqua, e agli interſtizj riſultanti fra goccia e goccia, non pare che una mera ipoteſi immaginata per ſalvare con qualche veriſimiglianza gli allegati fenomeni, al certo ſenza alcun fondamento, che ſia reale, che pure ſembrava aſsai neceſsario, trattandoſi non di altro, che del modo di conoſcere la miſura di detta acqua uſcita.

14. Paſsa in ſeguito il Sig. Bernoulli (pag. 61. e 62) a provare contro del Sig. Conte Riccati, che quando ſi voleſse ammettere il moto obliquo delle particelle dell'acqua aſserito da eſso, queſto non ſolo nulla contribuirebbe alla preſſione delle gocce dell'acqua, che anzi per lo contrario, quanto maggiore egli foſse, tanto minore pretende, ch' eſser doveſse la velocità con cui ſi ſcaricherebbe l'acqua. A tal cauſa conſidera in primo luogo il vaſo pieno d'acqua, ma tutto aperto nel di lui fondo, e dice, che ciaſcheduna particella dell'acqua, venendo animata dalla propria naturale gravità, diſcenderebbe con una velocità da principio infinitamente piccola, nel paſsar che farebbe dalla quiete al moto; ma in tal caſo, non ridotto il fluido allo ſtato di *permanenza*, pare che l'ipoteſi ſia fuori della quiſtione. Conſidera poi in ſecondo luogo il foro infinitamente piccolo, e ricerca che coſa ne foſse per ſeguire nell'uſcita dell'acqua, ed aſseriſce che ciaſcheduna goccia di acqua dovrà comunicare a quella che gli ſta di ſotto tutta la forza della ſua gravità differentemente da quello che ſuccederà nel primo caſo, in cui la goccia precedente non riceveva impulſo veruno dalla ſuſseguente; e la ragione dice, di eſsere, perchè in queſto ſecondo caſo la goccia ſuperiore preme con tutta la ſua gravità la inferiore, mentre eſsa niente cede; credo, voglia inferire, perchè queſta è come in quiete per l'equilibrio dell'acqua laterale col mezzo de' cuneoli da eſso introdotti nella ſpiegazione del fenomeno; nella qual circoſtanza deve però ricevere, ſecondo al parere del Sig. Bernoulli, tutto l'impeto della ſuperiore. Prima di paſsar oltre ſiami lecito di riflettere brevemente ſopra l'aſserito equilibrio, che conſiſte nel ſupporſi, che ogni particella della colonna acquea reſti controbilanciata da un filamento

dell'

l'acqua laterale, il che a mio credere ha le sue grandi difficoltà per essere ammesso, come un vero principio in Statica. Questo equilibrio dunque fra le particelle della colonna, e l'acqua laterale, se io mal non m'appongo, è stato dedotto da quanto succede nel meccanismo della sospensione dell'argento vivo nel Barometro; ma la faccenda, se dritto si mira, va molto diversamente, mentre in quella macchinetta succede effettivamente il bilanciamento fra la colonna dell'aria alta quanto è tutta l'atmosfera, e le 28 once di altezza in circa del Mercurio; ma l'azione, e reazione, che vicendevolmente viene esercitata da que' due fluidi succede pel vuoto d'aria che resta fra la superficie del Mercurio, e la sommità del cannello sigillato ermeticamente, come si può vedere da quanto ne scrissero tanti Autori, che di tal materia hanno lodevole, e chiaramente trattato; tolto perciò il vuoto, si toglie subito anco l'equilibrio; quindi non si sa concepire in buona filosofia, che i filamenti laterali, possino mai formar bilanciamento con le parti della colonna; ma per l'opposto, anzi cospirare al medesimo moto, ch'ella ha, e procura di avere per uscire dal foro; e perciò la pressione non potrà essere esercitata dalle superiori contro le inferiori particelle. E quanto all'argomento che si potrebbe trarre dalle galleggianti per ispiegare il detto equilibrio, entrandovi nel paragone due corpi eterogenei, la cosa esce subito da' limiti delle nostre suppposizioni, nè può dare per l'assunto del Sig. Bernoulli prova alcuna.

15. In terzo luogo si fa a riflettere il Sig. Bernoulli ad un altro caso, che sarebbe allora quando il foro fosse eguale alla metà del fondo, o della superficie dell'acqua contenuta nel vaso: il che posto, dice, che la superficie predetta EF (*Fig. 19. Tav. I.*) discenderebbe con la metà della velocità, di quello sarebbe l'acqua uscente per CD: e ne ricava, che ciascuna goccia non impieghi da principio del suo muoversi, se non la metà della propria gravità naturale, e l'altra metà la comunichi alla goccia, che gli sta soprapposta; di modo che torni lo stesso, come nel foro infinitamente piccolo del caso precedente, venendo l'acqua animata da una gravità acceleratrice eguale alla metà della gravità acceleratrice ordinaria; onde poi la forza con cui l'acqua da principio esce, la stabilisce eguale a mezzo il peso della colonna acquea imminente sopra del foro CD, e la velocità con cui esce, rispetto a quella con cui uscirebbe, se il foro fosse infinitamente piccolo, come $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ad 1, vale a dire, l'acqua fluirebbe con quella velocità, ch'è dovuta

ad

ad un grave che cadesse dall'altezza di $\frac{1}{4}$ BF; e finalmente vuole che da ciò ne segua, ch' essendo in questa supposizione maggiore il moto obliquo o intrinseco, che deriva dall' ampiezza maggiore del foro, minore sia la velocità.

16. Ma qui mi sarà permesso di riflettere, che il Signor Bernoulli, ed appoggia, direi quasi, senza avvedersene, la cateratta che cerca di proscrivere, e fa un' ipotesi, che pare interamente fuori della quistione: Appoggia la cateratta, avvegnachè, dicendosi la velocità del vaso suddupla di quella del foro per esser reciproche le sezioni con le dette velocità, convien porsi il moto in tutta la superficie EF, come appunto per un qualche spazio succede nella cateratta; e pure esso Signor Bernoulli non voleva altro moto nell' acqua, che quello che si fa nella colonna imminente al foro; oltredichè non resta poi manifesto, come porre si possa la velocità della superficie EF suddupla di quella del foro, quando quella per la supposizione non ha da muoversi, dovendo esso vaso conservarsi sempre ripieno; quindi le conseguenze che se ne sono dedotte, pugnando con i supposti nulla possono concludere. Facendo poi attenzione alla formula $\frac{n-m}{n}p$, espressa dal Sig. Bernoulli (p. 63) per la forza che caccia l'acqua fuori del foro, quando questo fosse eguale a tutto il fondo, cioè $n=m$; in tal caso essa forza sarebbe nulla, e la velocità espressa per $\frac{n-m}{n}r$ (in cui r vale l'altezza del cilindro: dove p nella prima espressione dinota la pressione della colonna acquea) sarebbe essa pure eguale a *zero*, non che infinitamente piccola, come l' Autore si esprime più abbasso; Può forse aver egli inteso per l' una e per l' altra il solo primo istantaneo momento: ma questo non è quello che porta la quistione, come tante volte si è notato nella disamina di queste proposizioni.

17. Istando il Sig. Co: Riccati verso il Signor Bernoulli, che per venir in chiaro della verità, volesse far il calcolo di quell' esperimento, che viene registrato dal Guglielmini verso il fine del suo Trattato *della misura delle acque correnti*, lo eseguisce il Signor Bernoulli (alla p. 66) delle *Esercitazioni*; ed in fatti si trova, che paragonata l'uscita effettiva dell' acqua dal foro con quella del cilindro inserviente al medesimo, non è molto differente dall' egualità, cioè con la sola discrepanza di queste due frazioni $2\,\frac{10298}{16611}$ e $2\,\frac{25}{36}$ cioè quella, che corre fra il numero 504320 e 509328,

e 509328, ovvero di parti 5008; degno per altro di rimarco si è, come non ostante che la mole dell'acqua del cilindro, molto per vero dire, si accosti ad esser eguale alla uscita pel foro, ciò non ostante quella sia però maggiore, e come che lo sperimento fu fatto dal Guglielmini coll'armar il foro di semplice lamina di ferro, così risponde con poco divario a quello, che pur fece il Sig. Marchese Poleni (se le misure si riducono, come è conveniente o tutte alle parti del piede Regio di Parigi, oppure a quelle del piede di Bologna) sopra di che potrà vedersi, quanto fu detto a' numeri 7. e 8 dell'articolo corrente di quest'Appendice, cioè, che praticato lo sperimento in questo modo, l'acqua uscita molto si accostava ad esser eguale a quella che potrebbe esser contenuta nel semplice cilindro di base come il foro, e di altezza come quella costante dell'acqua del Vaso, il che poi non si è verificato nelle susseguenti sperienze, quando il foro veniva armato in altra maniera, come in detto Articolo abbondantemente si è considerato; in somma, quando non si abbia in riflesso il diametro della *vena*, ch'è il vero e naturale emissario, ma solo l'artificiale del foro, nulla di certo in questo affare sarà mai per raccogliersi.

18. Il fenomeno poi, osservato dal Signor Bernoulli (pag. 68) della vena di acqua torbida ed opaca fino al di lei maggior restringimento, e dopo il detto punto pellucida e chiara, sembra a me, che molto provi, circa all'accelerarsi del moto dell'acqua fino al detto punto, e ridursi poi equabile dopo del medesimo, mentre e l'opacità, e la torbidezza non ponno da altro procedere, che dalla maggior costipazione ed affollamento dell'acquee particelle, che atteso il di loro maggior moto, più si affollano fino al massimo restringimento dalla *vena*; ma dopo di questa, rimettendosi alla uniformità del movimento, danno luogo alla diafaneità; il che ancora resta ulteriormente comprovato dall'osservarsi la vena continuar col medesimo diametro senz'altra alterazione: segno indubitato della equabilità del moto contratto dopo di quel punto dalle particelle dell'acqua.

VIII.

Nel mentre che stavo trascrivendo la presente Appendice, mi giunse la nuova Edizione della *Natura de' fiumi* del celebre Guglielmini, con le annotazioni del chiarissimo Sig. Eustachio Manfredi, soggetto per tutti i titoli d'indelebile memoria, e la di cui

cui perdita seguita in quest' anno 1739, sarà memorabile, accoppiate ch' erano in lui con raro esempio le perfette cognizioni egualmente delle più sublimi scienze, e delle più amene lettere. Egli dunque nell' Annotazione III. del Capitolo primo alla Propos. 6. (p. 34) rimarca, che il detto Guglielmini sia stato il primo a porre in essere la figura della cateratta o imbuto, che viene formato nel cadere dell' acqua dalla sommità di un vaso che ne sia ripieno, ed abbia un foro nel fondo, andandovi di moto accelerato. E vaglia il vero, certamente che il Newton nella prima Edizione de' *Principj della naturale Filosofia* non fa parola di tal cateratta, come la fa nella seconda pubblicata del 1713, quando il Libro della *misura delle acque correnti* del Guglielmini uscì l' anno 1692; Egli dunque e l' indicò in detto Trattato al Libro 4. Propos. 6, e geometricamente poi dimostrolla, benchè cateratta non la chiamasse, nel Libro 5. Prop. 9. Dopo poi e del Guglielmini, e del Newton, il celebratissimo Sig. Giovanni Bernoulli negli Atti di Lipsia del 1716, ed il Sig. Ermanno nell' Appendice alla *Foronomia* ne diedero le loro particolari dimostrazioni fondate sopra il principio delle pressioni; onde furono di parere, che per concepire la velocità dell' acqua all' uscire dal foro, bastasse il porre al calcolo la semplice altezza della colonna acquea imminente ad esso foro.

2. Ma il Sig. Manfredi con un molto convincente raziocinio stabilisce contro il sentimento predetto: *Che il semplice peso della colonna del fluido, che sta perpendicolarmente sopra del foro, da se solo non basterebbe che per metà a cacciar fuori l' acqua con quella velocità, con cui esce dal vaso (se questa è eguale a quella di un cilindro caduto da pari altezza) nè per trovare il rimanente della forza a ciò necessaria ad altro si saprebbe ricorrere, che all' altra acqua laterale, ch' è d' intorno alla detta colonna: e che spingendo secondo alla comune proprietà de' fluidi per ogni verso, venga come ad ischiacciare, e ad assottigliare quell' ultima falda o gocciola d' acqua che si presenta al foro (la quale sola può cedere a tal pressione per avere l' esito aperto per lo stesso foro,) e con ciò fuori la sprema, succedendo essa a riempier d' intorno ciò che quella ha lasciato di vuoto presso gli orli del foro, onde poi nasca la contrazione del getto: E però si dee conchiudere, che la forza di tutta l' acqua laterale nel produrre questo effetto sia altrettanta, quanta è quella della colonna perpendicolare, con cui in fatti sta in equilibrio; se pure non si dee dire piuttosto,*

tosto, che tutto l' effetto dipenda dalla detta acqua laterale, e che la colonna verticale altro non faccia, che andare somministrando al foro nuove falde di se stessa, di mano in mano che la forza obliqua le va spremendo, e cacciando fuori del vaso.

3. Ho voluto quì trascrivere tutti li pensamenti del Signor Manfredi, per spiegar il fenomeno: riputando io poter questi dar tutto il peso a quanto si cerca; circa poi alla di lui dimostrazione che comincia al §. *Prendendo dunque* ec. (p. 40) ella è tutta fondata sopra la comparazione di un solido, che cade dall' altezza che ha il fluido nel vaso, con la quantità del fluido ch' esce dal medesimo vaso, supposto che il primo abbia nel fine di sua caduta acquistata per appunto quella velocità, che poi sempre ritener dee il fluido in escire dal foro; vale a dire, ch' essa velocità nel solido sarebbe stata capace di correre un doppio spazio nel medesimo tempo, se in vece di cominciar dalla quiete ad accelerarsi, secondo la legge ritrovata del Galileo, fosse sempre disceso con quella tal velocità acquistata nel fine della caduta; quindi esso Sig. Manfredi raccoglie, che la quantità del fluido uscito, debba in buona teorica esser doppia della colonna, che sta sopra del foro, e non già, come altri hanno sentito, come la semplice colonna.

CAPI-

CAPITOLO TERZO.

Della uscita dell' Acqua da' Vasi armati di tubi; sue leggi, e fenomeni.

I.

NElla ricerca della quantità dell' acqua, che in certo determinato tempo esce da' lumi de' vasi, oltre alle cose dette nel Capitolo antecedente, vi è da attendere ad altre molto essenziali circostanze, le quali o trascurate, o non osservate, possono render dubbiose le sperienze, e fare che i calcoli che ad essi si appoggiano, restino non corrispondenti alla verità che si cerca. Fu il primo, per quanto a me costa, il Mariotte, che si avvisò, uscire maggior quantità di acqua da un tubo cilindrico, che fosse inserito nell' orificio di un vaso, di quella che nel medesimo tempo, può dallo stesso uscire dal detto orificio libero, e non punto armato di tubo, benchè il diametro e nell' uno e nell' altro caso si supponga il medesimo. Riporterò una sola delle quattro sperienze fatte da questo accuratissimo Autore, e sarà quella che riferisce nel Trattato del moto dell'acque Vol. II. pag. 423. Ediz. d' Olanda in 4. *Io*, dic' egli, *ho fatta un' altra simile sperienza: Ho attaccato un tubo di sei piedi di lunghezza, e di un' oncia di larghezza all' apertura E* (Fig. 20. Tav. I.) *di un vaso di capacità di un piede cubo, il quale essendo stato riempito di acqua, e' si vuotò in 37 seconde: ed avendo tagliato il detto tubo nel mezzo H, si vuotò in 45 seconde: e tagliato nell' alto in E, si scaricò in 95 seconde; dal che si ricava, che la lunghezza de' tubi cagiona maggiore accelerazione.* Altri sperimenti soggiunge poi il detto Autore, che tutti confermano questa sua proposizione, aggiungendo a carte 424. *Un altro tubo di piedi 4 fece pure il medesimo effetto; egli aveva 4 linee* (di apertura di diametro) *da un capo, e quattro e mezzo dall' altro. Si inserì all' orificio secondo tutte e due le posizioni* (cioè da un capo, e poi dall' altro) *e diede la medesima quantità di acqua, se non che parve, che essendo le 4 linee in E, e le* $4\frac{1}{2}$ *in F* (vale a dire con la maggiore apertura esternamente) *ne somministrasse tre o quattro cucchiari di più.* Nota inoltre, che se questi tubi sono troppo ristretti, poco o nulla è la differenza fra la quan-

tità che danno i vasi, siano o armati, o non armati ne' loro emissarj di tubi.

II.

Per ispiegare con fondamento quanto ci occorrerà in questa materia, è necessario di avanzare ciò che il Sig. Cavaliere Newton ha prodotto ne' *Principj della natural Filosofia*. Ediz. II. Prop. 36. Libro II. Caso primo al §. *Liquescat jam glacies &c.* dic' egli dunque: *Conciosiachè le particole dell' acqua non passano tutte perpendicolarmente per il foro, ma da i lati del vaso d'ogni intorno fluendo, e drizzandosi verso l' orificio, passano per questo con moti obliqui: e dirigendo abbasso il loro corso, cospirano nell' uscire a formare una vena di acqua, la quale è più ristretta un po al di sotto del foro, di quello sia nello stesso orificio, ed è il diametro della vena, al diametro dell' orificio come 5 a 6, ovvero come 5 $\frac{1}{2}$ a 6 $\frac{1}{2}$ prossimamente, se pure senza prendere sbaglio, queste misure ho potuto prendere*. E verso il fine di questo stesso paragrafo soggiugne: *Egli è poi noto, per gli sperimenti, la quantità dell' acqua somministrata da un lume circolare aperto nel fondo di un vaso, esser quella, che in ragione del diametro della vena con l' antedetta velocità uscir dee ec.* Dalle quali cose si raccoglie in primo luogo, per l' osservazioni del Mariotte, che maggior quantità d' acqua esce pel foro di un vaso armato di tubo, di quello faccia per il semplice lume: contuttochè siano entrambi di una stessa apertura di diametro; ed in secondo luogo dalle sperienze del Newton, doversi stimare la quantità dell' acqua, che viene somministrata da' lumi, in ragion della velocità, e della sezione non del foro, ma di quella della vena di acqua, che in uscendo si forma.

III.

Per istabilire alle osservazioni di questi insigni Autori, che primi tali fenomeni scoprirono, un congruo raziocinio, e ridurre possibilmente alla verità del calcolo la cosa, è d' uopo riflettere a qualche essenziale proprietà de' corpi fluidi in generale. Hanno questi, come è noto, le loro parti componenti, tutte vicendevolmente staccate; ma una certa loro naturale viscosità, o come altri chiamar la potrebbero, *attrazione*, fa che si muovano con una specie di partecipazione, vale a dire, come se le medesime parti fossero in qualche modo assieme collegate: cosa, a cui se ben si atten-

attende, che disturba non poco le ordinarie leggi della gravità, per le quali ciascuna particola dell'acqua, dovrebbe con un certo impeto avvicinarsi al centro de' gravi, come accade a' solidi, qualora liberamente discendono; dal che si raccoglie, che il fluido muover si debba, come se fosse una cosa sola, ma il di lui moto dipende poi da molte altre circostanze affatto proprie di esso fluido, e niente comuni a' corpi solidi. In uscendo dunque, che fa l'acqua da' vasi, conviene attendersi non solamente alla velocità, che ritiene per la pressione delle parti superiori, ma ancora al vero diametro del foro, come secondo il Newton si è registrato nel numero precedente. E perchè si osserva, che l'acqua uscente da' vasi non progredisce sempre con la stessa grossezza di vena, ma che si va assottigliando fino ad un certo termine, egli è da esaminarsi, da che possa derivare un tal ristringimento di diametro, il quale è maggiore, allorchè l'acqua passa nell'uscire per semplici lumi, e minore, quando passa per tubi di qualunque figura; e s'indicherà poi il modo di calcolare precisamente qualunque quantità di acqua, somministrata da qualunque lume o munito, o non munito di tubo.

IV.

Per la spiegazione di un tal fenomeno, il dire, che la velocità si accresca in passando pe' tubi, e che perciò si assottigli la *vena* dell'acqua (che così la chiameremo per uniformarsi al Signor Newton) ella è una mera ipotesi gratuitamente introdotta, non iscorgendosi veruna cagione, che un tale accrescimento di celerità possa produrre; quello che ben ci pare secondo la ragione in questo proposito di poter dire, si è, che ogni qualvolta i fori de' vasi vengono armati di tubi, allora l'acqua non può non seguire la direzione della cavità de' medesimi, senza che venga gran fatto ribattuta e riflessa verso l'asse del moto, camminando incassata, ed essendo più gagliardo il moto che si fa, secondo la lunghezza de' tubi, dell' obliquo che può nascere dalla ripercussione fatta da' pareti, onde le *vene* de' tubi sono sempre in parità di circostanze più dilatate delle *vene*, che si formano da' semplici e nudi lumi de' medesimi vasi; mentre discendendo l'acqua per l'altezza di questi vasi, non sì tosto esce da quelle angustie, che il di lei moto retto, resta non poco debilitato; perlochè l'obliquo, proveniente dall'affollamento dell'acqua in uscire, prevalendo sopra dell' altro, si dirige verso l'asse del moto, e riduce

duce però più ristrette le *vene* ne' loro diametri. Una tale convergenza ne' semplici lumi, nasce dalla forza maggiore che ha l'acqua all'uscire spinta dalla pressione della soprastante nel vaso, dove uscendo da i tubi, non viene il moto obliquo gran fatto accresciuto; imperocchè la lunghezza del tubo, gli leva buona parte dell'energia, con cui essa acqua dentro la cavità del detto tubo s'introduce. Se dunque da i moti obliqui, e per conseguenza ritardanti il libero corso dell'acqua, ne nasce la maggior contrazione delle *vene* dell'acqua; e se questa, posta in azione, risente in ogni sua parte le diverse affezioni del moto, non è difficile il dedurre la spiegazione del fenomeno, cioè, che in parità di circostanze, scarichi più acqua un foro armato di tubo, di uno che ne fosse privo.

V.

Per calcolare adunque le vere quantità dell'acqua che somministrano i vasi o per nudi fori, oppure col mezzo de' tubi, conviens distinguere due sorti di sezioni, cioè *fisica*, e *razionale*. La sezione *fisica* è quella che si viene a formare dal reale emissario, e che ha per sua ampiezza il diametro o del semplice foro, oppure del tubo. *Razionale* poi è quella che fa la *vena* dell'acqua nel sito del suo maggior restringimento, il quale, come dicemmo, nasce dalla cospirazione di tutti i moti obliqui dell'acqua posta in movimento per uscire. Per non andar errati nel calcolo della quantità dell'acqua ch'esce nel modo predetto, dobbiamo servirsi delle sezioni *razionali*, non delle reali, e *fisiche*, che sono sempre maggiori delle prime, e danno sempre un prodotto maggiore del vero: ch'è quel tanto che fu indicato anco dal Newton, come si è esposto al num. II. di questo Capitolo. Sia il diametro del lume *razionale* di un vaso *b*; l'altezza dell'acqua mantenuta costante *a*; il tempo in cui se ne vuota una data quantità *t*; ed il diametro del lume pur *razionale* di un altro vaso B; l'altezza della sua acqua, conservata come sopra A; ed il tempo dello scaricarsi di una quantità di acqua eguale alla prima T: se però sarà supposto incognito il diametro della vena del secondo vaso B, ed il resto tutto cognito, si avrà la formola $B = \frac{b\sqrt{t\sqrt{\sqrt{a}}}}{\sqrt{T\sqrt{\sqrt{A}}}}$, che si ricava dal num. XVIII. del Capitolo precedente.

Sco-

VI.

Scolio I. A motivo di rilevare, se alla teoria quì sopra posta corrispondano le osservazioni, si sono volute prendere quelle che stanno registrate nel Libro *de Castellis per quae derivantur fluminum aquae* del chiarissimo Signor Marchese Poleni: le quali comecchè fatte con la più precisa diligenza, così le prenderemo come fondamento de' nostri calcoli. Si piglieranno dunque alcune delle dette osservazioni come *radicali*, cioè a dire per norma dell' altre, e come sicure e certe: e colla base di queste, servendosi della formola del numero precedente, si anderanno rilevando le altre. Si supporrà per incognito il diametro di una vena di acqua, e per cognito quello di un altra; e sarà quello dell' osservazione che diremo *radicale*, ed assieme supporremo conosciuta l' altezza dell' acqua, ed il tempo in cui succede lo scarico di una data quantità della stessa, come in fatti porta quella tal osservazione. Prendendo dunque per osservazione *radicale* la registrata a' §§. 29. e 30. di detto Libro, nella quale il diametro della vena dell' acqua è di linee $25 \frac{1}{4}$; il diametro maggiore del frusto conico per cui usciva l' acqua di linee 42, il minore di linee 26, (essendo il detto maggiore attaccato al vaso) e la lunghezza linee 92, scaricò questi in minuti 2. 58″ una data quantità di acqua, essendo quella del vaso costantemente conservata all' altezza di linee 256; fatto però il calcolo, si ritrova, che il diametro della vena dell' acqua per il §. 31 dell' antedetto Libro, dovrebbe essere secondo i dati, e la formula linee $25 \frac{55448}{170333}$, ch' eccede di tutta questa frazione il diametro osservato, cioè della terza sola parte di una linea o poco più. Così nel §. 32. avrebbe ad essere il diametro della vena $25 \frac{18952}{170333}$, dove si pone solamente 24. Parimente nel §. 33 dovrebbe stare per la formola $25 \frac{82527}{85044}$, ma nell' osservazione non è più di linee $23 \frac{1}{2}$; ma egli è chiaro da vedere, quanto difficile sia il prendere queste misure con l' ultima esattezza, quale veramente la dinota il calcolo; e ciò non tanto per un certo tremore, che in uscendo concepisce la vena, ma ancora perchè non è così facile il rilevare, ove veramente sia il piano della minima sezione della vena predetta; oltredichè, si può dare il caso, che l' osser-

l' oſſervazione da noi preſa per *radicale*, non ſiaſi praticata con l' ultimo dell'eſattezza neceſſaria, ma che più preciſa ſia alcuna delle altre; lo che tutto può ſervire ad indurre le differenze ſopraddette.

VII.

Scolio II. Molto più però ſi accoſtano al vero i ſeguenti ſperimenti, col ſupporre cioè per oſſervazione *radicale* quella che ſta regiſtrata al §. 34, in cui ſi pone il diametro della vena linee $24\frac{1}{2}$, col fondamento della quale ſi ritrova, che il diametro della vena del §. 35. dev' eſſere $20\frac{36024}{211893}$, ponendoſi dall' Autore $20\frac{1}{2}$, ch'è una ſprezzabile differenza. Il diametro della vena del §. 38. deve ſtar ſecondo la formola $20\frac{4779}{211893}$, e l' oſſervazione porta 20. Nel §. 39. dev' eſſere $19\frac{50489}{55691}$, ed è poſto 20, pure con inſenſibile differenza. Si prende poi ne' tre ſeguenti ſperimenti per oſſervazione *radicale* quella del §. 40, in cui l' altezza dell' acqua è di linee 128, il foro di un tubo cilindrico linee 26, la ſua lunghezza linee 91, il tempo in cui ſcaricò una data quantità di acqua fu di 4. minuti, e 25 ſeconde, ed il diametro della vena linee 25; con tali dati ſi trova, che per il §. 41 avrebbe ad eſſere ſecondo la formula $24\frac{35047}{44322}$ aſſai proſſimo al numero raccolto. Così ne' §§. 42, 43 dovrebb' eſſere il diametro della vena $20\frac{30190}{70631}$, dov' è notato $20\frac{1}{2}$ con un inſenſibile divario.

VIII.

Scolio III. Preſa poi per *radicale* oſſervazione quella regiſtrata alli §§. 45, e 46. in cui non vi era tubo, con altezza di acqua di linee 178, con 9. linee di diametro nel lume, con acqua uſcita nel tempo di un minuto e mezzo di once cubiche 2560, ebbeſi la vena di linee $7\frac{1}{2}$; calcolando dunque col fondamento di queſta, trovaſi per lo §. 47, che il diametro della vena avrebbe ad eſſere ſecondo la formola $7\frac{228431}{579920}$, dove è poſta $7\frac{1}{6}$ ſecondo l' orizzontale, e $7\frac{3}{4}$ ſecondo la perpendicolare all' orizzonte. Nel §. 48, preſo il diametro della vena $8\frac{1}{5}$ per oſſervazione *radicale* ſi ricava, che il diametro della vena pel §. 49. doveſſe eſſere $7\frac{291253}{579920}$

ed

ed è posto $7\frac{1}{2}$, pure con una insensibile differenza. Il diametro della vena del §. 50. dovrebbe stare $8\frac{195883}{511525}$, e si fa eguale al foro reale, vale a dire, a linee 9. Nel §. 53, $8\frac{195883}{511525}$; nel §. 54 $8\frac{257055}{511525}$; nel §. 55, $8\frac{485843}{511525}$, cioè tutti essi diametri qualche poco minori delle linee 9, come porterebbero le osservazioni del precitato Libro. Nel §. 57, l'area della sezione si trova essere $39\frac{87739}{109954}$, ma l'osservazione porta 42: così al §. 60 l'area si trova $46\frac{40275}{93401}$, e secondo l'osservazione il lato quadrato di questa sezione è $7\frac{2}{3}$. Una tale troppo sensibile differenza fra il calcolo, e l'osservazione, può dipendere, perchè in questo §. non vengono dall' Autore determinati i lati della sezione *razionale*: nel rimanente, come si è veduto, si accordano le osservazioni, per quanto è lecito pretendersi nelle cose fisiche da i calcoli geometrici.

IX.

Dalle quali osservazioni, e diduzioni sembra potersi conchiudere, che i tempi, ne' quali escono le dette quantità di acqua da i frusti conici siano in subvigecupla proporzione de' diametri medii degli stessi frusti, o al più in subventunecupla de' medesimi diametri: noi però ci appiglieremo alla prima ragione di queste due; attesochè dalla comparazione de' §. §. 30. e 31, essendo quei diametri medii 29. e 34, sarebbe $\sqrt[20]{29} . \sqrt[20]{34} :: 177 . 178$. onde sommando i logaritmi estremi e medii di questi quattro termini, sarebbero l. 2.3245072, e l. 2.3235399, che hanno con poco divario lo stesso numero 211. Più anco si accosta alla detta proporzione paragonandosi i due §. §. 31. e 33 per l'egualità che devono raffermare di $177 \sqrt[20]{72} = 185 \sqrt[20]{29}$. dando i due logaritmi 2.3408399. e 2.3402916, il di cui numero è prossimamente 219: così paragonando i §. §. 31. e 32, dovendo stare l'analogia $\sqrt[20]{29} . \sqrt[20]{43} :: 177 . 180$, risultano i logaritmi 2.3283924. e 2.3296467, il numero de' quali è prossimamente 213.

X.

Scolio I. A norma di che, si può calcolare quant' acqua di più darebbe un regolatore, che fosse posto alla bocca, v. g. di un diversivo di un fiume, se questo avesse i lati dell' incile convergenti, rispetto ad uno che li avesse paralleli. Figuriamoci che quel

Regolatore avesse in bocca piedi 31, e nell' uscita piedi 24, e fosse paragonato ad uno della medesima lunghezza, ma con le sponde parallele e distanti da per tutto piedi 24; sarebbe per il numero antecedente come $\sqrt[20]{24}$ a $\sqrt[20]{\frac{55}{2}}$, così il tempo per l' emissario parallèlo che si chiamerà T al tempo per l' emissario convergente, che diremo t; e se T sarà eguale in grazia di esempio a 3600, sarà prendendo i logaritmi *l.* 0.0690105. *l.* 0.0723579 :: *l.* 3.5563025 al quarto, onde $t =$ *l.* 3.5596599, il di cui numero prossimo è 3628, cioè 28 secondi di più d' un' ora, ricercherebbesi per lo scarico della medesima quantità di acqua nell' emissario convergente, di quella si ricercasse nel parallelo; di modo che essendo i tempi come le quantità dell' acqua scaricata, se per esempio uscissero in un' ora 2000 botti di acqua pel parallelo, nel medesimo tempo pel convergente ne uscirebbero a questo conto botti 2015 $\frac{5}{9}$, cioè botti 15 $\frac{5}{9}$ di più; e servendosi dell' altra ragione subventunecupla ne uscirebbero sole botti 13 $\frac{7}{18}$ di vantaggio, sempre con una sprezzabile differenza.

Scolio II. Sia adesso da cercarsi qual larghezza aver dovesse l' emissario parallelo, perchè tant' acqua vuotasse in un dato tempo, quanta il convergente nelle misure predette; è manifesto che dovendo essere $T = t$, sarà in tal caso (fatto il calcolo) la larghezza ricercata dell' emissario parallelo $\frac{55}{2} = 27\frac{1}{2}$, cioè appunto un medio aritmetico fra 31. e 24. Ma a questo passo è facile da rilevare la contradizione che ne proviene in rapporto all' analogia dello Scolio precedente, mentre ivi il diametro medio di piedi 24 dell' emissario parallelo dà la stessa quantità che quello di piedi 27 $\frac{1}{2}$ convergente in diverso tempo: dove, secondo queste ultime supposizioni, la darebbe nello stesso tempo con manifesta implicanza: lo che abbastanza prova, o che la differenza è insensibile, ovvero, avendo noi puntualmente seguito quanto proviene dagli sperimenti del Signor Marchese Poleni, esser fuori di dubbio, che per salvare i fenomeni vi abbisogni qualche cosa di più di ciò, che per le formole generali danno le aperture degli emissarj, le convergenze, o parallelismi de' loro lati, o le velocità delle acque uscenti; lo che sia detto a maggior lume di questa cotanto intricata e difficile materia. Parimenti quando si facesse l' emissario parallelo eguale da per tutto a piedi 31, non si avrà gran fatto una maggior quantità di acqua, mentre in tal caso il logaritmo del tempo per l' emissario convergente sarebbe 3.5540924, a cui risponde il numero 3585, vale a dire, che 19 seconde prima darebbe il

paral-

parallelo la stessa quantità dell'acqua del convergente, e che questo in vece delle 2000 botti in un'ora, ne somministrerebbe botti $1989\frac{4}{9}$, cioè sole botti $10\frac{5}{9}$ di meno: Per altro e nell'uno e nell'altro caso sono queste differenze, come si è rimarcato, sprezzabili, quando si trattasse di una reale diversione per quello spetta alle alterazioni, che nascer potessero dalla maggiore o minore convergenza di detti Regolatori. Bensì ne nasce, che la sezione *razionale* di un tal regolatore, abbia ad esser non poco differente dalla *fisica* dell'emissario, altrimenti molto differenti sarebbero i prodotti per la quantità dell'acqua uscita, come può assicurarsene chi volesse avere il tedio di farne il calcolo. Sarebbe stato veramente il luogo più adattato da produrre queste considerazioni intorno a'diversivi, quello in cui si avrà a trattare delle acque correnti de'fiumi; ma ci sono parute tanto dipendenti da quanto in questi numeri si è esposto, che si è stimato proprio piuttosto che altrove di quì registrarle.

XI.

Insistendo nelle sperienze del surriferito Libro, segue il §. 34. in cui applicandosi al solito vaso un tubo cilindrico, resta conservata l'acqua alla consueta altezza di linee 256; il diametro del tubo fu di linee 26, e la sua lunghezza di linee 91; diede questo in tre minuti e sette seconde la solita quantità d'acqua. Parimenti nel §. 35. si registra l'osservazione dell'essersi applicata al medesimo vaso una lamina di grossezza di un dodicesimo di linea, di pari diametro col tubo, e che lasciò uscire la solita data quantità di acqua in 4 minuti, e 36 seconde. Fatti dunque i confronti di questi numeri e quantità, si trova che considerando la lamina anch'essa come un cortissimo tubo, il tempo dello scaricarsi dell'acqua sta in ragione subdecottupla della lunghezza respettiva de'tubi; cosicchè corre l'analogia $\sqrt[18]{\frac{1}{12}} . \sqrt[18]{91} :: 187 . 276$; rispondendo li due logaritmi che ne risultano, sommando gli estremi ed i medii termini, assai da vicino a dare il medesimo numero 2.4409091, e 2.4406313. Tanto pur ricavasi anco dalle osservazioni registrate ne'§.§. 41. 42. e 43; dove nel §. 41. si prende il tubo cilindrico della medesima lunghezza e diametro come sopra, ma l'altezza dell'acqua si è fatta di linee 542; il tempo dello scarico fu di minuti 2, e seconde 11; e ne'§. §. 42. e 43. presa la lamina come sopra, fu fatta pure la stessa altezza dell'acqua di linee 542, ed il tempo dello scarico della medesima quantità di acqua fu di minuti

 tre,

tre, feconde 13; onde l'analogia 131. 193 :: $\sqrt[18]{\frac{3}{11}}$. $\sqrt[18]{91}$, ed i logaritmi che rifultano dall'egualità fono 2.2860614, e 2.2855573 che danno quanto bafta lo fteffo numero; che però tanto da quefto, che dal IX. di quefto Capitolo, fembra poterfi raccogliere il canone, *Che le quantità* affolute ufcenti da qualunque tubo o convergente, o di lati paralleli, e di qualunque lunghezza, fiano in ragione compofta della fubvigecupla de' diametri medii, e della fubdecottupla delle loro refpettive lunghezze. Contuttociò quefto canone non rifponde (per quello riguarda alle proporzioni riferite alle lunghezze de' tubi) alle offervazioni de' §§. 50, 52, 53, e 54, falvandofi piuttofto quelle rifpondenti a' diametri medii negli emiffarj convergenti; dal che fempre più fi può conofcere, che molto refti da inveftigare per accoftarfi alla vera quantità, ch'efce da' vafi armati di tubi, ed in fpecie da quefti di figura cilindrica.

XII.

Tutto ciò che fin quì fi è detto non riguarda che il femplice paragone degli orifizj *razionali*, o fiano diametri apparenti delle *vene*, nella fuppofizione, che una delle due offervazioni fia giufta ed efatta; ora è da cercarfi il vero diametro *razionale*, fenza che fi abbia la neceffità di averne offervato prima un altro corrifpondente, come di fopra fi è fatto; onde *pofto il fifico orificio, fia da ritrovarfi il razionale*, almeno ne' lumi armati con tubi o conici, o cilindrici; attefochè ne' nudi orificj conviene fervirfi di qualche altra offervazione, come fi vedrà nel progreffo. Perchè dunque l'acqua difcendendo a cagion di efempio liberamente da O in N, (*Fig.* 21. *Tav. I.*) nell' accoftarfi che fa al punto *n*, fi va accelerando; coficchè in minor tempo una particella dell'acqua percorrerà lo fpazio K*n*, che un eguale fpazio PK; quindi per una tale ragione le vene dell'acqua dovranno per neceffità fempre più affottigliarfi in difcendendo, e nel progreffo facendofi maggiore la velocità per la fcefa del momento, con cui le parti dell'acqua a cagione o della loro vifcofità, o delle loro vicendevoli attrazioni, ftanno unite, fi devono allontanare le une dalle altre, e la vena rimanere come difcontinuata. Un tale ftaccamento comincia appunto fotto del minimo diametro della vena cioè in CD, oppure in LM, concependo che il vafo KABO, per li due eguali emiffarj KI, HGFA, verfi l'acqua IKLM, e DCHG. Ad altra circoftanza deefi pure attendere, ed è, che, come fi è notato, dovendo effer fempre maggiore il diametro della vena GHCD, ch'efce dal foro armato di

tubo

tubo conico, o cilindrico, del diametro della vena IKML, fatto da quello ſenza tubo, abbenchè non minore, ma eguale di portata al primo GH, ne deriva, che tutte le ſezioni analoghe della vena GHCD ſiano reſpettivamente maggiori di tutte le ſezioni analoghe della vena IKLM; onde il diametro *razionale* di IK, ſarà minore del diametro razionale di GH. Egli è ben vero, che per gli orificj armati di tubi conici o cilindrici, perchè poco o nulla reſtringeſi all' uſcire l' acqua, ſi potrà ſenza ſenſibile errore prendere i diametri *fiſici* in GH per i *razionali*, non però in qualche diſtanza da GH; come v. g. in CD, reſtringendoſi a norma dell' allontanarſi da GH ſenſibilmente la vena.

XIII.

Suppoſte le quali coſe, ſe per eſempio, conoſcer vogliamo il minimo diametro CD della vena GHCD, oſſerviſi il luogo preciſo, dov' eſſa comincia a gettare degli ſpruzzi, e a diſcontinuarſi, e ſia in C; ſi conduca CD normale alla direzione della vena nel punto C, o ſia alla ſua tangente, e queſta normale per il numero antecedente rappreſenterà il minimo diametro ricercato, e dal punto predetto C al lato BA prodotto ſi conduca la perpendicolare CE; dicaſi il lume *reale* o *fiſico* (che in queſto luogo equivale, ed è lo ſteſſo, a cagione di eſſere il detto lume armato di tubo, che il *razionale*) bb; e perchè eguali quantità di acqua devono paſſare per GH, e per CD nello ſteſſo tempo, conſervata che ſia ad un' altezza coſtante l'acqua dentro del vaſo in OB; ſarà l' equazione $bb\sqrt{BA} = uyy$ (dicendo yy l' area del ricercato lume, ed u la velocità corriſpondente al punto C; la qual velocità ſarà come la radice quadrata di BE a cagion dell' accelerazione, che in diſcendendo va acquiſtando l' acqua, ſecondo le leggi de' gravi cadenti) onde ſarà ancora $yy = \frac{bb\sqrt{BA}}{\sqrt{BE}}$, ovvero $y = \frac{b\sqrt{\sqrt{BA}}}{\sqrt{\sqrt{BE}}}$, ed in tal modo dalla ſola oſſervazione del ſito del punto C, ſi ricaverà per i detti tubi il minimo ricercato diametro.

XIV.

Ma ſe il lume ſarà ſenza tubo, converrà prima di ogni altra coſa ritrovare il diametro *razionale* corriſpondente al reale IK, il quale, come ſi è detto, è maggiore ſenſibilmente del *razionale*,

le, nè ſi può ſenza errore, come ne' tubi conici, o cilindrici, prendere uno per l'altro. Si oſſervi dunque il più eſattamente che ſia poſſibile l'apertura del diametro LM, e l'altezza corriſpondente NK; e dicendo il lume LM, *cc*, farà l'equazione $cc\sqrt{ON} = tt\sqrt{OK}$ (facendo *tt* eguale all'area ricercata della ſezione *razionale* IK) onde $tt = \frac{cc\sqrt{ON}}{\sqrt{OK}}$, ſtabilita la dimenſione della qual area, farà poi facile di rintracciare qualunque diametro minimo LM; e conoſciuto il minimo diametro *razionale*, chi voleſſe da ciò dedurre l'altezza corriſpondente AE, oppure KN, baſterà prendere per incognita la BE, o la ON, e tutte le altre quantità ſupporle conoſciute e date, ſervendoſi della formola $BE = \frac{b^4 \times BA}{y^4}$, ovvero $ON = \frac{t^4 \times OK}{c^4}$.

CAPI-

CAPITOLO QUARTO.

De' moti ritardati dell' acqua ch' esce da' lumi de' Vasi; sue leggi e fenomeni.

I.

PER moto ritardato non si vuole intender già quel ritardamento, che nell' uscire dell' acqua da' fori de' vasi deriva dal soffregamento delle parti componenti l' acqua con le pareti interne de' recipienti, e degli stessi lumi, ma bensì l' impedimento che si genera, allorchè l' acqua in uscendo incontra dell' altr' acqua stagnante, che sia però con la sua superficie di livello più basso di quello che sta nel vaso, mentre se quella ch' è in quiete fosse nello stesso orizzonte con quella che dee uscire, resterebbero bilanciate, e senza moto, come è facile da vedere. Il primo, per quanto io sappia, che di cotali moti ritardati ne formasse idea, e contezza ce ne desse, fu il Sig. Cav. Newton ne' *Principj della natural Filosofia*: vedendosi che nel caso sesto della Proposizione 36. Lib. 2. Ediz. II. accenna le leggi che cotesto moto può avere, dicendo: *Che se un vaso ripieno di acqua avrà un lume che sia immerso sotto la superficie di un' acqua stagnante, la di cui altezza sia minore dell' altezza dell' acqua del vaso, scaricherà l' acqua con una velocità che sarà come la dimezzata del residuo ch' è fra tutta l' altezza dell' acqua del vaso, e l' altezza dell' acqua stagnante*, cioè a dire, in ragione dimezzata dell' altezza dell' acqua del vaso, che rimane sopra dell' acqua stagnante.

II.

Sia a cagion di esempio il vaso ADGH (*Fig.22.Tav.I.*) ripieno di acqua fino in HA, ed abbia un lume CD; pongasi questo vaso nell' acqua stagnante BDFE, la di cui altezza sia BD, sarà la velocità, con cui esce l' acqua, purchè sempre sia tenuto pieno fino in HA, come la radice quadrata di AD — DB, cioè come $\sqrt{AB}$, e ciò proviene perchè tutta l' acqua GDB viene sostenuta da altrettanta acqua BDFE per l' equilibrio de' liquidi; onde la sola acqua sopra del livello BE, cioè quella, la di cui altezza è BA =

AD—BD deve uscire per il lume CD. Se dunque la quantità ch' esce per il lume CD così immerso, in un assegnato tempo, dicasi q, sarà l' equazione (supposta la larghezza del lume la QR) $q = QR \times \overline{AD-AC} \times \sqrt{AB} = QR \times CD \times \sqrt{AB}$, che sarà la formola generale per conoscere le dette quantità; e dicendo qualunque altra quantità r, e le altre respettive linee di altro vaso similmente immerso qr, ad, ac, ad, sarà l' analogia $q \,.\, r :: QR \times CD \times \sqrt{AB} \,.\, qr \times cd \times \sqrt{ab}$; quindi se una di queste due quantità, e le misure del vaso, saranno conosciute e nel peso, e nelle loro lunghezze, avremo, mediante la sola sostituzione, conosciuta qualunque altra quantità e misure dell' altro vaso; cosicchè sarà la formola $r = \frac{q \times qr \times cd \times \sqrt{ab}}{QR \times CD \times \sqrt{AB}}$.

III.

Altra sorte di moto ritardato nasce allora, che un fluido in quiete, viene posto in movimento da un altro fluido, che sopra vi cade. Sia il vaso ϕLEK, (*Fig.* 1. *Tav. II.*) il quale s' intenda chiuso da tutti i lati, a riserva del foro QP, e l' acqua in esso sia mantenuta all' altezza costante SB; l' altezza del foro sia sopra l' acqua stagnante $XT\mu$ per tutta la $P\mu = NR$ (condotta cioè VM parallela a SL) è chiaro che questa verrà posta in movimento dalla forza dell' impeto, con cui essa cadendo mette in azione la superficie fluida ma quieta $X\mu$. Un tal moto seguirà con due contrarie direzioni, cosicchè si moverà l' acqua in parte secondo la TX, ed in parte secondo $T\mu$, e quell' acqua, ch' è sottoposta all' asse della *vena* cioè la qV, non si moverà nè verso una, nè verso l' altra parte. Questa impressione deve avere i suoi limiti, e comunicarsi o sino al fondo in V, se la distanza non è grande, ovver anche non passare il punto Z, se RV fosse d' una insigne profondità; in tutti i modi ragion vuole che si comunichi alle parti dell' acqua con forza ineguale, e che perda della propria energia a misura che si discosta dalla superficie $X\mu$, e che resti l' acqua maggiormente mossa vicino ad XR di quello sia in YZ, o in V. Un tale scemamento di moto nasce, perchè essendo l' acqua $X\mu$ LV per la supposizione in una perfetta quiete, ed il moto dovendo cominciare la propria azione nella superficie XR per stendersi poi successivamente verso del fondo, avendo a movere tutti, dirò così, gli strati dell' acqua, e moverli successivamente, gli si moltiplicano le resistenze, onde deve perde-

re

re anche succeſſivamente non pochi gradi della prim iera velocità, prima di arrivare a muovere le parti più lontane dalla ſuperficie, e più vicine al fondo.

IV.

Prodotta l'orizzontale BS in M, producaſi altresì RV in M, e fatto aſſe Mq, e vertice il punto M, ſi deſcriva la mezza parabola MXq, egli è manifeſto che Xq eſprimerà la velocità della vena dell'acqua in TR; perdendoſi poi l'impeto a miſura dello ſcoſtarſi che fa dalla ſuperficie Xq fino all'eſtinguerſi affatto il moto, che può ſupporſi al fondo V, vi ſarà una curva, che tali velocità reſidue potrà connotare, come VYX, e però l'area di queſta rappreſenterà il moto ritardato nell'acqua ſtagnante, che riſulterà bensì originalmente dalla direzione verticale della penetrazione, ma effettivamente dalla tendenza orizzontale, con cui eſs'acqua viene poſta ſecondo tal direzione in movimento; che però ſe s'intenderà, che l'acqua della vena ad altro non contribuiſca, che ad eccitare il moto predetto all'acqua ſtagnante, ſenza farla punto creſcere di altezza, come accade allorchè o l'acqua ſtagnante può tramandare a capello la ſopravveniente, o pure che la dett'acqua ſtagnante ſia di ſuperficie così dilatata, che qualunque quantità di acqua, che vi poſſa ſomminiſtrare il vaſo, ſia da riputarſi un infinitamente piccolo, in riguardo della quantità di dett'acqua ſtagnante; ſarà dunque in tali circoſtanze il moto ritardato di queſt'acqua, rappreſentato dall'area di detta curva XRV, la natura della quale dipenderà dalla cognizione della legge delle reſiſtenze.

V.

Poſte le ſteſſe coſe, ſia il vaſo φLDEKA (*Fig. 1. Tav. II.*), che in vece di avere il foro PQ, foſſe dalla cima al fondo aperto, come moſtra la ſezione ADEK, coſicchè l'acqua ſtagnante poteſſe entrarvi liberamente, fino al lato oppoſto PL, ed inoltre, che per la bocca φK gli venga ſomminiſtrata una data quantità di acqua, la quale però in cadendo niente alteri quella che trovaſi attualmente nel vaſo, e che a cagione delle anguſtie della ſezione ADEK, che proibiſce la libera uſcita, debba alzarſi internamente di livello. Sia da ritrovarſi (dopo che ſarà l'interna acqua ridotta allo ſtato di permanenza, a cui arriverà in pochi momenti) l'altezza BC ſopra la ſtagnante CD. Anche dalla ſola iſpezione del-

la figura apparifce, che due moti devonfi feparatamente confiderare, il primo *vivo* dell' acqua che ftrammazza dalla fommità B nella ftagnante CG, ed il fecondo quello che dovrà concepire l' acqua ftagnante, a cagione della preffione e forza fatta dall' acqua viva CBG. Per quello riguarda il primo di quefti moti, effendo di già per la fuppofizione, arrivata l' acqua allo ftato permanente, in tutti i punti della perpendicolare cb, fi moverà con la fteffa legge, come ne' moti liberi di preffione, vale a dire, che defcrivendo intorno all' affe bc una mezza parabola, efprimerà quefta con la di lei area, l' aggregato delle velocità competenti a tutti i punti di bc. Il moto poi che riceverà l' acqua ftagnante CGD lo potremmo fupporre come le due terze del rettangolo fatto dalla velocità maffima CG, e dalla profondità CD, cioè che quefta curva DHG che lo efprimerà, farà deffa pure parabolica, giacchè con tale ipotefi baftevolmente fi poffono fpiegare i fenomeni, e le offervazioni.

VI.

Se pertanto diremo q la quantità dell' acqua fomminiftrata efternamente dal vafo ΦLEK, farà l' equazione $q = \frac{2}{3} BC \times CG \times DE + \frac{2}{3} CG \times DC \times DE$ eguale alla quantità dell' acqua, che nello fteffo tempo, in cui fi fcarica la quantità q efce per la fezione BDE col moto vivo BC, e con quello che diremmo di *partecipazione* CD. E fe fi concepirà, che un vafo efterno fomminiftri per la bocca ΦK al vafo ΦLEK per uno o più fori l' acqua q, cosicchè il numero di quefti fori fia n; la fezione razionale di uno di quefti fia bb, ed a l' altezza, alla quale viene coftantemente mantenuta l' acqua in quefto vafo efterno, e dicendo $BC = x$, $DE = y$, $DC = c$, farà l' equazione analitica $nbb \sqrt{a} = \frac{2}{3} xy \sqrt{x} + \frac{2}{3} cy\sqrt{x}$, ovvero $3nbb \sqrt{a} = 2xy \sqrt{x} + 2cy \sqrt{x}$, in cui fupponendo per incognita la fola $BC = x$, e liberando l' equazione dall' afimetria, fi ridurrà a $x^3 + 2cxx + ccx - \frac{9nnb^4a}{4yy} = o$; ed il valore di x farà $\sqrt[3]{\frac{m^3}{2} + \sqrt{\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}}} + \sqrt[3]{\frac{m^3}{2} - \sqrt{\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}}} - \frac{2}{3} c$ nella quale $\frac{m^3}{2} = \frac{8c^3yy + 243 nnb^4a}{216 yy}$. Quefto valore ferve per ritrovare, data la quantità dell' acqua efternamente fomminiftrata da' fori nbb, l' altezza, a cui giungerà fopra la ftagnante, la viva BC. Che fe

ſe l'acqua, che dal vaſo eſterno entra nel vaſo ΦLDEKA, cadeſſe ſopra l'acqua in eſſo contenuta, e ridotta già allo ſtato permanente, tal preſſione accreſcerebbe il moto della ſtagnante, coſicchè uſcirebbe dalla ſezione compoſta DEB tanta maggior copia di acqua, quanto importerà l'azione di eſſa nuova preſſione equivalente, cioè alle due terze del rettangolo, che aveſſe per lati, la maſſima velocità di queſt' acqua cadente, e la profondità BD.

VII.

Scolio. Molti ſperimenti intorno queſti moti ritardati ha fatti il Signor Marcheſe Poleni, e riferiti nel Libro intitolato: *De motu aquæ mixto*, da' quali ſi poſſono rilevare in fatti le altezze vive BC acquiſtate dall'acqua nell' uſcire che fa dalle ſezioni BDE. Dice il celebre Autore *di aver ricercate varie regole*, per adattarle alla ſpiegazione de' fenomeni, *e di aver con molti e molti calcoli procurato di ſalvare le oſſervazioni: varias regulas quæſivi, nec ſine plurimis calculis tentavi (non enim alio modo, quam tentando, res hæc perfici poſſe videbatur) aptare ipſas ſingulis experimentis &c.* §. 67, e ſoggiugne di aver finalmente ſcelta una regola, *la più conveniente di tutte per ottenere il fine, che avevaſi propoſto*; e di ciò aver eſeguito coll' introdur nelle curve paraboliche eſprimenti le velocità, certi parametri variabili, le formole de i quali ſi dichiara di averle fiſſate col tentare l'operazione, cioè a *poſteriori*, e dagli effetti riſultati dagli ſperimenti.

VIII.

Il Teorema ſu cui ſono piantate le propoſizioni, è fondato nella ſuppoſizione che l'acqua ſtagnante, dopo eſſere ſtata poſta in movimento da quella che ſopra vi cade, ſi muova in ciaſcheduna ſua parte con la velocità maſſima, con cui ſi muove la viva: così ſta eſpreſſo al §. 87. con queſti ſenſi: *La quantità dell' acqua, ch' eſce per la perpendicolare del moto miſto è il prodotto, che ſi fa dal tempo, moltiplicato per la radice dell' altezza viva nel parametro del moto miſto, moltiplicato per le due terze parti della viva altezza, aggiuntavi l'altezza morta*, vale a dire con i ſimboli Algebraici da noi ſopra adoperati, ſarà $q = t\sqrt{Px} \times \frac{2}{3}\overline{x+c} = t \times \frac{\overline{2x+2c}}{3}\sqrt{Px}$. (chiamando P il parametro del moto miſto) la qual formola è differente da quella, che ſi è poſta al num. VI.

 di

di questo, e la differenza nasce per prendersi la velocità massima competente alla viva altezza, come costante per il moto, che concepir deve l'acqua stagnante, dove nel numero predetto viene esposta per $\frac{2}{3}$ del rettangolo fatto dalla massima velocità, e dalla profondità, ove termina la propagazione del moto. E' pur differente da quella, imperocchè il parametro P si pone nel numero VI. costante, dove nel Libro del *moto misto* si varia secondo che variano le altezze che vengono chiamate *vive* e *morte*: La formola per esso si è dedotta, per quanto viene asserito, col tentar l'operazione; quella del numero VI. da i principj più semplici dell'idrometria.

IX.

Scolio I. Se la quantità $t \times \frac{\overline{2x+2c}}{3} \sqrt{Px}$ si porrà eguale alla quantità dell'acqua somministrata dal vaso intermedio, come far si deve ogni qualvolta l'acqua uscente per la sezione del *moto* chiamato *misto* è ridotta allo stato di permanenza, la formola non si troverà a sufficienza corrispondere alla detta uscita. Inoltre dandosi P per x e costanti, se noi vogliamo (date le altre quantità) ritrovare l'altezza viva della sezione, non lo potremo fare, secondo a quanto viene prescritto dal Libro predetto, se non arrivando ad una equazione biquadratica molto involuta per ritrarne il valore di x, dove con le formole di sopra registrate non ascende l'equazione, che al terzo grado. I calcoli registrati a' §. §. 82. 83. e 84. per verificare alcune osservazioni, danno il solo rapporto fra la quantità dell'acqua ch'esce in un sperimento, rispetto a quella ch'esce in un altro, lo che non sembra sufficiente per far conoscere realmente ciò che si cerca.

X.

Scolio II. Ad oggetto però di rilevare il consenso delle formole poste di sopra con li fenomeni osservati dal Signor Marchese Poleni, si sottopone al calcolo lo sperimento registrato al §. 43, servendosi della formola del numero VI. Supponiamo dunque come incognita l'altezza viva, ritrovatasi con l'osservazione, di $\frac{35}{4}$ di linee del piede Regio di Parigi, e come cognite tutte le altre quantità, cioè l'altezza di linee 55 dell'acqua stagnante $= c$, la larghezza della sezione $y = \frac{11}{2}$, il numero di tubi, che scaricano l'acqua cioè $n = 3$, l'altezza dell'acqua del vaso intermedio $a = 252$

$a = 252$, il diametro di ciaſchedun tubo, che il Signor Poleni dice, che arrivava quaſi alle 8 linee, noi le prenderemo come di $\frac{31}{4}$ di linee, e ciò non ſolamente perchè in fatti il foro fiſico ſcarſeggiava delle 8 linee, ma ancora perchè doveva molto più ſcarſeggiarne la ſezione *razionale* dalla accennata miſura, abbenchè poteſſe poi computarſi qualche coſa di più l' altezza dell' acqua del vaſo intermedio, che però prendendo queſto diametro di $\frac{31}{4}$ di linee ſi crede anzi di prenderlo un po' eccedente, piuttoſto che minore. Eſſendochè dunque il valore di x è eguale a $\sqrt[3]{\frac{m^3}{2} + \sqrt{\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}}} + \sqrt[3]{\frac{m^3}{2} - \sqrt{\frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}}} - \frac{2}{3}c$, in cui $m = \frac{8c^3yy + 243nnb^4a}{216yy}$ ne rileveremo il preciſo nel modo che ſegue.

XI.

Scolio III. Sarà $bb = 47$ omeſſe le frazioni, che poco o nulla rilevano

$$
\begin{aligned}
\log.\ 8 &= 0.9030900 \\
\log.\ c^3 &= 5.2210881 \\
\log.\ yy &= 2.3806634 \\
\hline
\log.\ &= 8.5048415
\end{aligned}
$$

il di cui numero è 319772774

$$
\begin{aligned}
\log.\ 243 &= 2.3856063 \\
\log.\ 9 &= 0.9542425 \\
\log.\ b^4 &= 3.3441958 \\
\log.\ a &= 2.4014005 \\
\hline
&\ \ 9.0854451
\end{aligned}
$$

il cui numero è 1217433109; e però la ſomma delli due antecedenti numeri ſarà - - - - 1537205883 (A)

$$
\begin{aligned}
\log.\ 216 &= 2.3344537 \\
\log.\ yy &= 2.3806634 \\
\hline
&\ \ 4.7151171
\end{aligned}
$$

il di cui numero è 51894, onde ſe queſto dividerà il numero (A), il quoziente 29622 ſarà $\frac{m^3}{2}$, e $\frac{m^6}{4}$ ſarà 877462884. (B). Se

poi

poi dal logaritmo di $c^6 = 10.\ 4421762$ si sottrarrà il logaritmo di $729 = 2.\ 8627275$, rimarrà $7.\ 5794487$ logaritmo di $\frac{c^6}{729}$ il di cui numero è 37977080, e se questo pure sarà sottratto dal numero (B) resterà $839485804 = \frac{m^6}{4} - \frac{c^6}{729}$ la di cui radice quadrata è prossimamente 28974, onde la formola per il valore di x, diverrà eguale a $\sqrt[3]{29022 + 28974} + \sqrt[3]{29022 - 28974} - \frac{110}{3} = 38\frac{4943}{112810} + 8\frac{113672}{170505} - \frac{110}{3}$, che si riduce a $x = 10\frac{505819101}{11540801430}$.

XII.

Scolio IV. In tali supposizioni dunque l'altezza viva x sarebbe qualche cosa maggiore delle dieci linee, dove il Signor Marchese Poleni la trova solamente $\frac{34}{4}$ di linee: molti accidenti possono esser cagione di un tal divario, i più rimarcabili sono i seguenti: il non aversi determinato il vero diametro *razionale* de' tubi del vaso intermedio, come sopra si è avvertito; l'aversi omessa la considerazione di qualche frazione nel calcolo ad oggetto di non imbarazzarsi in una fatica fuori di proposito; l'aversi preso nell'osservazione in vece della vera altezza dentro del labbro che fa l'acqua in strammazzando nella stagnante, qualche altezza nella stessa curvatura del detto labbro; e finalmente, perchè forse, per niente dissimulare, li $\frac{2}{3}$ del rettangolo fatto dalla massima velocità nella profondità da noi preso per esprimere il moto dell'acqua che prima era stagnante, non è per avventura la supposizione più esatta, ripugnando anche alla sperienza; mentre non abbiamo mai ritrovato che i tempi abbiano veruna costante relazione alle altezze vive, lo che pure dovrebb'essere, quando le velocità avessero qualche relazione alle altezze. Potrebbe tal varietà anco derivare, perchè il moto orizzontale concepito dall'acqua, penetrando assai sensibilmente fino al fondo, turbasse la legge predetta, e ricercasse di prendersi un'altra quantità diversa dal rettangolo, di cui si è detto; lo che non può veramente determinarsi che con molte e molte sperienze ed osservazioni.

XIII.

Si è sottoposta al calcolo la medesima osservazione del §. 43. del Libro predetto, supponendo cognite tutte le quantità, fuori che

che l'altezza dell'acqua del vaſo intermedio S, e ciò per ſcandagliare ſe in fatti corriſponda alla formola in eſſo fiſſata $q = \frac{2}{3} \times \overline{x+c} \times y \sqrt{Px} = nbb \sqrt{a}$, oppure $\sqrt{a} = \frac{\frac{2}{3} \overline{x+c} \times y \sqrt{Px}}{nbb}$. Avreſſimo, per vero dire, ricercato volentieri, come nel numero XI. di queſto ſi è fatto, il valore dell'altezza viva x, ma il tedio di aver a ſviluppare un'equazione del quarto grado ci ha fatto aſtenere da una tal ricerca; tanto più, che ſe il metodo è conforme alla verità, queſto, ſuppoſta incognita qualunque quantità, quando le altre ſieno note, deve far rilevare il valore dell'indeterminata. Per una maggior facilità adunque abbiamo preſa per incognita l'altezza predetta a, e ſuppoſti i numeri eſprimenti le altre quantità, come ſopra; ſi è in primo luogo ſulle tracce del §. 71. ritrovato il valore del parametro del *moto miſto*, ſenza però ſupporre diviſa la linea del piede Regio nelle [illegible] parti, come ivi viene praticato, ma prendendola come una linea appunto, e ſupponendo poi il parametro del moto chiamato *ſemplice* eguale all'unità, che dal Signor Marcheſe Poleni ſi fa 1000, ſi trova per tanto P eguale a $\frac{8975}{1.265}$, le altre quantità ſono $x = \frac{35}{4}$, $c = 55$, $bb = 47$; $y = \frac{31}{2}$, onde ſoſtituendo queſti valori nella formola ſoprappoſta, e riducendola proviene $\sqrt{a} = 17$. ed $a = 289$. Sopra di che è da avvertire, eſſerſi tralaſciate le frazioni, come poco o nulla alteranti il calcolo; ma ſecondo l'oſſervazione era $a = 252$, che però riſulta maggior del vero la quantità dell'acqua, che ſi fa uſcire per la ſezione del *moto miſto*, e poterſi concludere che la formola non ben regge alla verità, comecchè in tali ſuppoſizioni eccede l'altezza dell'acqua del vaſo di mezzo la vera oſſervataſi, di una quantità di linee 37.

XIV.

Che ſe in vece di ſupporre incognita la detta altezza, ſi farà tale la larghezza della ſezione cioè y, per vedere ſe il calcolo più ſi accoſtaſſe a quanto fu rilevato nell'oſſervazione, ſarà la formola per queſto caſo $y = \frac{nbb\sqrt{a}}{\frac{2}{3}\overline{x+c}\sqrt{Px}}$, in cui $a = 252$, e ſoſtituendo i numeri poſti e ritrovati di ſopra, ſi ha, laſciate le frazioni $y = 13$ quando nel §. predetto viene determinata $\frac{31}{2}$ cioè molto maggiore: Che però ad oggetto di far che uſciſſe una determinata quantità di acqua per la ſezione del *moto miſto*, converrebbe reſtringerla alle dette linee 13, con manifeſto diſſenſo dell'oſſervazione dalla formola.

Si

XV.

Si è pur fatta altra prova del nostro metodo sopra l'osservazione registrata al §. 48. in cui l'altezza *morta* si fa di linee in circa 16, la larghezza della sezione linee 38, e si hanno 12 tubi aperti. persistendo l'acqua del Vaso di mezzo pure alle linee 252. Si ritrova dunque, che questi numeri rettamente sostituiti nella nostra formola danno $x = 40\frac{1}{2}$ prossimamente, dove nel Libro predetto si pone linee 42, con divario quasi sprezzabile, potendo anco esser provenuto dall'aversi preso $c = 16$, quando dovevasi prendere $c = \frac{65}{4}$ cioè un po' maggiore di 16. Ma esaminando la formola del Signor Poleni, col porre per incognita l'altezza a dell' acqua del vaso di mezzo, si trova per lo sperimento sopraddetto del §. 48. essere il parametro del moto *misto* $P = \frac{4175}{7314}$; onde sostituendo i valori degli altri numeri, facendo $c = 16$, come sopra, si ha che l'altezza sopraddetta a, dovrebb' essere, neglette le frazioni, eguale a 289, come appunto fu ritrovato, calcolando l'osservazione del §. 43, e per conseguenza maggiore di quello, che realmente fu ritrovata, e dev' essere di un eccesso di linee 37 prossimamente. Un tale consenso fra tutti e due gli sperimenti, calcolati secondo le formole del Signor Marchese Poleni, fanno chiaramente comprendere esservi dappertutto dell' esorbitanza, e prendersi la quantità dell' acqua uscita col *moto misto* maggiore di quello, che in effetto dovrebb' essere.

XVI.

Corollario I. Qualunque delle quantità, ch' entrano nella nostra equazione fondamentale $x^3 + 2cxx + ccx - \frac{9nnb^4a}{4gg} = 0$ supposta per incognita, e cognite tutte le altre, si avranno nuove formole, che faranno conoscere il valore delle medesime. Sia in grazia di esempio incognito il numero di tubi n per i quali si scarica il vaso di mezzo. L'equazione si cangerà nella seguente (1) $n = \frac{2g\sqrt{x^3 + 3cxx + ccx}}{3bb\sqrt{a}}$, nella quale essendo cognite a, c, bb, x, si ritraerà il vero valore di n, cioè il numero predetto dei tubi da aprirsi, acciocchè con l'altezza a dell'acqua del vaso di mezzo, si abbiano poi ancora le altre quantità ricercate.

II. Ma

II. Ma ponendo incognita l' altezza dell' acqua e del vaſo di mezzo, ſarà la formola (2) $a = \frac{4yyx^3 + 8cxxyy + 4ccxyy}{9nnb^4}$.

III. E ſupponendo incognita la c, cioè l' altezza *morta* della ſezione, ſarà (3) $c = -x + \sqrt{xx + mm}$, in cui $mm = \frac{9nnb^4 a - 4yyx^3}{4xyy}$.

IV. E facendo incognita la larghezza della ſezione y, ſarà (4) $y = \frac{3\,nbb\sqrt{a}}{2\sqrt{x^3 + 2cx^2 + ccx}}$.

V. E finalmente volendoſi per incognito il lume di uno de' tubi (eguale però di diametro a tutti gli altri) del vaſo di mezzo, ſarà la formola $bb = \frac{2y}{3n\sqrt{a}} \sqrt{x^3 + 2cxx + ccx}$.

I caſi poſſibili dagl' impoſſibili ſi manifeſteranno dalle ſteſſe ſoſtituzioni, quando provenghino quantità negative o immaginarie.

VI. Servendoſi della (3) formola $c = -x + \sqrt{xx + mm}$ per ritrovare l' altezza dell' acqua ſtagnante c, ſe il numero n de' tubi del vaſo di mezzo ſarà 8, $bb = 47$ linee quadrate, $a = 300$, $y = 20$, $x = 12$ diverrà l' antedetta formola $c = 129$ nella quale $mm = 19737$ e $\sqrt{xx + mm} = 141$ proſſimamente.

XVII.

Sia da ridurſi il *moto ritardato* al *moto libero*, vale a dire, data la ſezione, in cui vi ſia un' acqua ſtagnante poſta in moto da un' acqua viva corrente che gli ſopravvenga, ritrovare un' altra ſezione, nella quale movendoſi liberamente l' acqua, ſcarichi queſta in un dato tempo la ſteſſa quantità di acqua che ſcaricava la ſezione del moto *ritardato*. Intendaſi nella perpendicolare AD (*Fig. 2. Tav. II.*) l' altezza BD, in cui per lo ſpazio BC muovaſi l' acqua di moto *libero*, e in CD di moto *ritardato*. Sia BE la parabola eſprimente le velocità del moto *libero*, e $\frac{2}{3}$ CE × CD l' area, che connota il moto *ritardato*; egli è da ritrovarſi l' altezza FG, ſopra la quale, come aſſe deſcrivendoſi la parabola FGH, eſprima l' area di queſta una quantità eguale alla quantità dell' aggregato de i due moti predetti *libero* e *ritardato*, cioè, che l' area FHG ſia eguale alle due aree BCE e $\frac{2}{3}$ DC × CE. Chiamiſi la FG l' altezza media de i due moti ſuddetti; e dovendo per la ſuppoſizione eſſer eguali le aree BCE + $\frac{2}{3}$ CE × CD a FHG, ſarà l' equazione

 (dicen-

(dicendo u la GH, y la CE, e le altre linee chiamandole e determinandole come ſopra) $\frac{2}{3} cy \sqrt{x} + \frac{2}{3} xy \sqrt{x} = \frac{2}{3} u z \sqrt{z}$ (z è l'altezza ricercata FG) che ſi riduce a $z = \sqrt[3]{\frac{\overline{c+x}|^2 \times xyy}{uu}}$, e l'area miſta diventerà $\frac{2}{3} u \times \sqrt[3]{\frac{\overline{c+x}|^2 \times xyy}{uu}} \times \sqrt{\sqrt[3]{\frac{\overline{c+x}|^2 \times xyy}{uu}}}$. Che però ſe ſi dirà q la quantità dell'acqua uſcita per FG in un dato tempo t, ſarà $q = \frac{2}{3} t u \sqrt[3]{\frac{\overline{c+x}|^2 \times xyy}{uu}} \times \sqrt{\sqrt[3]{\frac{\overline{c+x}|^2 \times xyy}{uu}}}$, e tale ſarebbe la ricercata quantità, che darebbe la ſezione *libera* nelle condizioni de' moti antedetti *libero*, e *ritardato*, e la velocità media $\frac{2}{3} u \sqrt{u \sqrt[3]{\frac{\overline{c+x}|^2 \times xyy}{uu}}}$.

XVIII.

Corollario. L'altezza della ſezione *libera* z del moto *ritardato* dell'oſſervazione regiſtrata al §. 43. del *moto miſto*, ſupponendo $u = y$ ſarebbe eguale a linee 33. proſſimamente, ricavandoſi ciò dalla formola poſta al numero antecedente, divenendo in tal ſuppoſizione $z = \sqrt[3]{\overline{c+x}|^2 \times x}$, nella quale $c = 55$, $x = \frac{35}{4}$. Ma l'altezza della ſezione libera del moto *ritardato* del §. 47 in cui $c = 108$, $x = \frac{21}{4}$, ed $y = u$ ſarà eguale a linee 32 in circa.

XIX.

Sia propoſto da indagare nel peſo di grani l'acqua, che foſſe per uſcire dalla ſezione *libera* del moto *ritardato* dentro lo ſpazio di un minuto di ora. E' chiaro da vedere, che la formola per queſti caſi è la regiſtrata al numero XVIII. del Capitolo II, e che allora la y ivi adoperata diventa zero; ſarà adunque $r = \frac{252160 \times 3}{9 \times 564 \sqrt{,64} - 561 \sqrt{551}} \times f \sqrt{x}$, ma $f \sqrt{x}$ è eguale in queſte ſuppoſizioni ad $uz\sqrt{z}$, ovvero facendo $u = y$ ad $yz\sqrt{z}$, perlochè ſarà la quantità dell'acqua ridotta al peſo di grani per il tempo predetto di un minuto di ora $r = \frac{252160 \times 3}{9 \times 564 \sqrt{564} - 561 \sqrt{561}} \times y \sqrt[3]{\overline{c+x}|^2 \times x} \sqrt{\sqrt[3]{\overline{c+x}|^2 \times x}}$, nella qual formola baſterà ſoſtituire i valori di c, x, e y per conoſcere la ricercata quantità.

Scolio.

XX.

Scolio. Essendo per tanto, secondo l'osservazione del §. 43. $y=\frac{11}{2}$, $c=55$, $x=\frac{15}{4}$, ed essendosi trovato al numero XVIII. di questo $z=33$, sarà $\sqrt{z}=\sqrt{33}$, onde $r=\frac{252160\times 3}{990}\times\frac{11}{2}\times 33\sqrt{33}$, che fanno grani prossimamente 2233526 per un minuto primo d'ora, ch' equivalgono ad once cubiche 2841 $\frac{250}{991}$; e nello sperimento del §. 47, uscirebbero nel medesimo tempo grani in circa 2177925, omesse le frazioni. Si potrebbero rettificare queste operazioni col ridurre a peso l'acqua, ch' esce dal vaso intermedio S, ed in tal modo sarebbe ridotto il foro verticale all' orizzontale, come viene anco prescritto al numero XX. del Capit. II. e la quantità dell' acqua sarebbe $\frac{126080}{110}\times f\,252\sqrt{252}-\frac{977}{8}\sqrt{977}$. Ma se si ponesse f ch' è l' orificio di uno de' fori, di linee quadrate 47, come sopra si è fatto, supposto il diametro $7\frac{3}{4}$, ne darebbero i tre fori maggior quantità di quella, che fosse per dare la *media* sezione *libera* del moto *ritardato*; onde perchè si ottenga l' eguaglianza, sarebbe da farsi $f=28$ linee quadrate, cioè, che il diametro di uno de' fori fosse di sole linee 6. Un tal divario può procedere dalle resistenze che incontra l' acqua all' uscire, essendovi molta differenza fra il moto dell' acqua osservato nello sperimento del Guglielmini, preso da noi per *radicale*, e quello osservatosi dal Signor Marchese Poleni. Il Guglielmini prese un vaso molto alto per le sue osservazioni; cosicchè vi è luogo di credere, che il moto dell' acqua risentisse minori resistenze in uscire dal suo orificio; in somma molte sono le circostanze che vanno alterando la quantità dell' acqua uscente da i vasi, per battere di puntino con li fondamenti teorici del calcolo; lo che abbiamo voluto accennare, perchè alcuno non credesse che volessimo troppo attribuire alle nostre proposizioni, o troppo derogare alle dottrine con studio, fatica, e merito avanzate dagli altri.

XXI.

Non solamente dall' equazione fondamentale $\overline{c+x}|^2\times x=\frac{onnb^4a}{4yy}$ si può avere l'altezza *media* z coll' eguagliare la frazione di que-

 sta a,

sta a, $\overline{c+x}|^2 \times x$, ma ancora coll'eguagliarla all'altro membro $\frac{9nnb^4a}{4yy}$ essendo questa quantità parimenti composta dalle condizioni della mole dell'acqua, ch' esce dallo spesse volte nominato vaso di mezzo, che ha servito per le osservazioni del moto misto: Comecchè dunque devesi conservar l'eguaglianza fra $\overline{c+x}|^2 \times x$, e $\frac{9nnb^4a}{4yy}$, così il valore dell' altezza della sezione *media* z, dovrebbe trovarsi sempre lo stesso, tanto diducendolo da uno, che dagli altri membri; contuttociò se con le osservazioni registrate dal §. 43. fino al §. 55. inclusivamente del Libro predetto, se ne farà la prova, si rileverà esservi un sensibile divario fra le medesime *medie* altezze. Le due Tavole del numero seguente ne faranno conoscere le differenze, nelle quali la prima colonna contiene le altezze medie *del moto ritardato* ricavate dalle altezze *viva* e *morta*, osservate negli sperimenti predetti; e la seconda contiene le medesime altezze medie calcolate dopo la quantità dell'acqua somministrata dal vaso di mezzo. Per la prima colonna si è adoperata la formola $z = \sqrt[3]{\overline{c+x}|^2 \times x}$; e per la seconda quella di $z = \sqrt[3]{\frac{9nnb^4a}{4yy}}$, avvertendo che la sezione *media* si suppone della stessa larghezza di quella del *moto ritardato* di linee quadrate 47, cioè, il di cui diametro sia linee $7\frac{1}{4}$. E' anche da avvertirsi, di aversi fatti questi calcoli, senza tener conto delle frazioni, ciò nulla rilevando per una sufficiente esattezza.

XXII.

Scolio I. TAVOLA PRIMA delle altezze *medie* del *moto ritardato*, secondo le osservazioni registrate nel Libro del *moto misto* dal §. 43. fino al §. 55.

§.	Altezze medie delle sezioni.		Altezze medie de' fori del Vaso di mezzo.
43	33		36
44	55+	Altezza morta linee 55.	57
45	73	Larghezza linee $\frac{11}{2}$	75
. .	90		91+
. .	106		105

Al-

§.	Altezze medie delle fezioni		Altezze medie de' fori del Vafo di mezzo.
47	33		36
..	51	Altezza morta linee 108	57
..	70	Larghezza linee $\frac{11}{2}$.	75
..	85 +		91 +
..	99		105
48	19		20
..	30	Altezza morta linee 26	31
..	43	Larghezza linee 38	41 +
..	52		50 +
..	61		58
49	35 +	Altezza morta linee 35	38
..	62	Larghezza linee 79	65

TAVOLA II. delle altezze *medie* del moto *libero*.

§.	Altezze medie delle fezioni		Altezze medie de' fori del Vafo di mezzo
53	15		$13\frac{73}{100}$
..	23	(Larghezza linee 88.)	$21\frac{79}{100}$ +
..	30		$28\frac{56}{100}$ +
..	37		$34\frac{59}{100}$
54	21		$19\frac{49}{100}$
..	34	(Larghezza linee 52.)	$30\frac{95}{100}$
..	44		$40\frac{56}{100}$
..	52		$49\frac{13}{100}$
55	21		$19\frac{83}{100}$
..	33		$31\frac{49}{100}$
..	45		$41\frac{13}{50}$
..	54		$49\frac{99}{100}$
..	63		58

XXIII.

Scolio II. Molte cofe poffono effer cagione del divario, che fi è notato fra le offervazioni ed il calcolo, una delle più probabili farebbe, fe rettamente non foffe ftato da noi affunto il diametro *ra-*

zio-

zionale de' fori del vaso di mezzo, stabilito come si è detto di linee $7\frac{1}{4}$, e resterebbe ciò anche avvalorato, se istituendosi il calcolo col supporre, in grazia di esempio, che l'altezza *media* dello sperimento del §. 43. fosse di sole linee 33. in vece delle 36, che nella supposizione predetta si sono ritrovate; ed in fatti si rileva, che ad oggetto che i fori e le sezioni diano la stess' altezza *media* per lo sperimento del §. 43, che ciascheduno de' fori dovrebbe avere di diametro linee $7\frac{237}{1000}$, grandezza non eccedente in paragone del diametro *razionale*; ma se poi questa quantità si prenderà come costante, non corrisponderanno gli esperimenti de' paragrafi susseguenti, mentre facendo attenzione alla serie di ambe le altezze *medie* e delle sezioni, e de i fori, si vede che l'altezza *media* della sezione del §. 43. è di linee 33, e quella de i fori di linee 36; ma quella ch'è la quinta dopo di questa, cioè quella degli sperimenti del §. 45. ha per altezza *media* della sezione linee 106, e per altezza media de i fori linee 105, minore dell'altra, dove nel §. 43. l'altezza *media* delle sezioni era minore dell' altezza *media* de i fori, e per questo tale esperimento il diametro *razionale* dovrebb' essere $7\frac{153}{200}$, ch'è maggiore di quello ritrovato di sopra in ragione di 7765. a 7237.

XXIV.

Scolio III. Più curioso è il risultato del calcolo degli sperimenti registrati inclusivamente dal §. 53. fino al §. 55. fatti per i moti *liberi*, o, come si chiamano nel Libro del *moto misto*, *semplici*; mentre se i fori, e le sezioni dessero, come sarebbe uopo, la stessa altezza *media* in una larghezza, che fosse respettivamente eguale alla larghezza delle sezioni *libere* de i medesimi sperimenti, secondo al calcolo fatto sopra 13. osservazioni, ciascun diametro *medio* de' fori del vaso di mezzo, dovrebb' essere di linee $8\frac{17}{173}$, cosa che non può correre, non arrivando alle 8. il diametro stesso di uno de i fori, come si rileva al §. 38, convien però dire, che qualche altra circostanza alteri queste misure: può essere che le resistenze, incontrate dall' acqua in uscendo da i fori, alterino in parte le altezze; contuttociò non sarei persuaso che fossero per riuscire sì sensibili da indurre tal variazione. Quello che mi sembra poter molto contribuire a ciò, si è, che l'acqua scappando dalle sezioni, non altrimenti di quello faccia in uscendo da' fori, è costretta a formare una sezione, che non impropriamente si potrà chiamare *contratta*, e per conseguenza minore della *reale*, onde sarebbe

rebbe ſtato deſiderabile di indagarſi anco la miſura di queſte ſezioni *contratte*, come ſi hanno per le vene delle acque uſcenti da' vaſi.

XXV.

Nella ſuppoſizione dunque, che i diametri *razionali* de' tubi del vaſo di mezzo ſiano ciaſcheduno di eſſi di linee $7\frac{3}{4}$, o ſiano linee quadrate 47, e che le ſezioni del *moto libero* ſi reſtringano ſecondo la loro larghezza all' uſcire che fa l' acqua, durando invariata l' altezza delle medeſime ſezioni; in tal caſo, ad oggetto di ſalvare l' egualità delle ſezioni *medie*, ſarebbe uopo ſupporre nello ſperimento primo del §. 53. in luogo della larghezza delle linee 88. ſolo linee $77\frac{6}{100}$, e nel §. 54. per il primo ſperimento in vece delle linee 52, ſolamente linee $46\frac{72}{100}$, e finalmente nel primo ſperimento del §. 55. in vece delle linee 38, linee $34\frac{89}{105}$, tutto ciò ricavandoſi dalla formola $y = \frac{3\,nnb\sqrt{a}}{2\sqrt{z^3}}$, nella quale il valore di z è ſempre l'altezza reſpettiva delle ſezioni libere 15, 21, 21; coſicchè ſembra poterſi ſenza notabile errore prendere pel reſtringimento delle ſezioni l' ottava parte di meno del diametro *reale*, onde averſi il diametro *razionale* della ſezione, e ſecondo un tal computo, dicendo il diametro *reale* d, ſarebbe il razionale $\frac{7}{8}d$.

XXVI.

Queſta regola però, abbenchè paja non molto lontana dalla verità, almeno nelle ſezioni de' *moti liberi*; nientedimeno può molto ingannarci, ſecondo la diverſità de' caſi, ed al certo della medeſima non ſarà da ſervirſi per le ſezioni de' moti *ritardati*; mentre in queſti a cagione dell' acqua ſtagnante, che rintuzza il moto vivo di quella che ſcende, molte altre coſe poſſono entrare a render fallace la ſuddetta regola; molti ſperimenti vi abbiſognerebbero per accoſtarſi al vero a norma del variarſi degli accidenti: converrebbe, oltre il riſtringimento della larghezza, ridurre a calcolo ancora le reſiſtenze per gli sfregamenti incontrati dall' acqua in uſcendo da i vaſi, e rilevare (del che vi è molto da dubitare) ſe in fatti nelle ſezioni ſi poſſa prendere per inalterata l' altezza, come ſopra ſi è eſpoſto, per averſi l' area *razionale* della medeſima. In ſomma quanto ſi è detto, è ſtato ſolamente per accennare da che poſſa dipendere l' eguaglianza dell' altezze delle ſezioni *medie*, comparate colle ſe-

le sezioni *libere*, e a' fori del vaso di mezzo, quando la stessa quantità di acqua e nell' une, e negli altri si scarica nel medesimo tempo. Chi potesse combinare tutte le possibili variazioni, che succeder possono, vedrebbe a capello dove sta radicata questa disuguaglianza; ma l' umano intelletto è troppo limitato per giugnere a ciò, e deve contentarsi di rilevarne solamente una poca parte, e di accostarsi nelle cose fisiche nel miglior modo che può al vero, se non può effettivamente conseguirlo.

CAPI-

CAPITOLO QUINTO.

PARTE PRIMA.

Della velocità dell' acque correnti; loro leggi, e calcoli secondo varj Autori.

I.

ESsendo essenzialissima cosa in trattandosi dell' acque correnti, come sono quelle de' fiumi, il determinare il grado della loro velocità, dipendendo dalla retta cognizione di questa ed il mezzo di rilevare il moto, con cui esse progrediscono, e la maniera di ridurre a calcolo quella reazione ch' esercita contro di esse il recipiente, ch' è l' alveo, come pure l' intendere e l' accrescimento che un influente produrrebbe in un alveo, e l' abbassamento che nascerebbe, quando si facessero una o più diramazioni; quindi per preliminare della materia de' fiumi, che si va ad ispiegare, si è da me stabilito il versare sopra questo punto, che io faccio il principale nell' affare di che si tratta; e perchè quanto si anderà avanzando sia meno equivoco e più certo, ho procurato di fondarlo sopra le migliori scoperte, che fin' ora si sono fatte da i più esperti Idrometri. Si è creduto in fatti, che dacchè il Torricelli, il Mariotte, ed il Guglielmini rilevarono co' loro sperimenti, che l' acqua in uscendo da i fori de' vasi, sempre conservata ad una costante altezza, abbia una velocità corrispondente alla dimezzata delle altezze de' medesimi vasi, si è creduto, dico, che la stessa legge avesse pure a conservarsi anco nelle acque correnti de' fiumi, considerandosi l' acqua di questi, come se uscisse da un vaso alto quanto la stessa origine del fiume, e che avesse un' apertura eguale all' area della sezione, sopra di cui aveva a cadere il calcolo. Contuttociò, se ben si attende alla moltiplicità delle circostanze che alterar possono questa legge, si vedrà non difficilmente, che quanto si asserisce, non può sì di leggieri verificarsi, quando bene non si prendesse per modano un fiume, che camminasse senza resistenze, e che liberamente sboccasse non in un altro fiume, o nel Mare, o in un Lago, o Laguna, come tutti

 fanno,

fanno, ma sto per dire, in aria, oppure nel vuoto; che però la maniera di calcolare esse velocità con l'analogia de' vasi, riesce, se non ideale, certamente poco adattabile alla pratica.

II.

Benedetto Castelli Abate Cassinense, che prima di ogni altro seppe unire la scienza delle acque alla Geometria, avendo fatto certo sperimento pretese di provare, che le velocità delle acque correnti stessero respettivamente come le altezze delle medesime acque; opinione, che fu seguitata dal Barattieri, ed anco dal celebre Montanari, come si rileva dalle molte Scritture prodotte in materia di acque, nel tempo ch'egli, trovandosi al servigio della Veneta Repubblica, sosteneva in Padova la Cattedra d'Astronomia e Meteori. Il fondamento, su di cui il Castelli appoggia i suoi raziocinj, consiste in uno sperimento registrato da lui nel Corollario secondo della Proposizione 4. del Libro intitolato, *Dimostrazioni Geometriche della misura delle acque correnti* a c. 92. esprimendosi nel modo che segue: *Io ho preparato*, dic'egli, *cento sifoni, o vogliam dire canne ritorte, tutte eguali, e postele al labbro di un vaso, nel quale si mantiene l'acqua con un istesso livello (o lavorino tutte le canne, o qual si voglia numero di esse) collocate le bocche, dalle quali esce l'acqua, tutte al medesimo livello parallelo all'orizzonte, ma più basso di livello dell'acqua del vaso; e raccolta tutta l'acqua cadente da i sifoni in un altro vaso più basso, l'ho fatta scorrere per un canale, inchinando in modo, che mancando l'acqua da i sifoni, il canale rimane affatto senz'acqua asciutto. E fatto questo, misurai l'altezza viva del canale diligentemente, e poi lo divisi in dieci parti eguali precisamente; e facendo levare via 19. di quelli sifoni, in modo che il canale non scorreva acqua se non di 81. di quei sifoni; di nuovo osservai l'altezza viva dell'acqua nel medesimo sito osservato di prima, trovai che l'altezza sua era scemata la decima parte precisamente di tutta la sua prima altezza; e così seguitando a levare 17. altri sifoni, l'altezza era pure scemata $\frac{1}{10}$ di tutta la prima sua altezza viva, e provando a levare 15. sifoni, poi 13, poi 11, poi 9, e poi 7, poi 5, e poi 3, sempre in queste diversioni fatte ordinatamente, come si è detto, ne seguiva ogni sbassamento di $\frac{1}{10}$ di tutta l'altezza. E quì fu cosa degna d'essere osservata, che crescendo l'acqua per detto canale, la sua altezza viva era diversa in diversi siti del canale, cioè sempre minore, quanto più si av-*

si avvicinava alla sboccatura; contuttociò lo sbassamento seguiva in tutti i luoghi proporzionatamente, cioè in tutti i siti scemava la prima parte dell' altezza di quel sito, e di più usciva l' acqua dal canale sparsa in campo più largo, dal quale pure avendo diversi esiti, e bocche, in ogni modo ancora in quella larghezza, le altezze vive s' andavano variando, e mutando colle medesime proporzioni. Nè quì mi fermai nell' osservazione, ma sendo scemata l' acqua, osservai l' altezza viva, che faceva ne' sopraddetti siti (la quale era pure un decimo di tutta la prima altezza) aggiunsi all' acqua di quel sifone l' acqua di tre altri sifoni, sicchè tutta l' acqua era di 4. sifoni, ed in conseguenza quadrupla della prim' acqua, ma l' altezza viva era solamente il doppio; ed aggiugnendo cinque sifoni l' altezza viva si fece tripla, e con aggiugnere sette sifoni, l' altezza cresceva il quadruplo: e così coll' aggiunta di nove cresceva il quintuplo: e coll' aggiunta di 11. cresceva il sestuplo: e coll' aggiugnere di 13. cresceva il settuplo: e coll' aggiugnere di 15. l' ottuplo: e coll' aggiugnere di 17. il nonuplo, e finalmente, aggiugnendo 19. sifoni; sicchè tutta l' acqua era centupla dell' acqua di un sifone solo; in ogni modo l' altezza viva di tutta questa acqua era solamente decupla della prima altezza, congiunta dall' acqua che usciva da un solo sifone.

III.

Scolio. Da tutto ciò si rileva. Primo, che l' esperienza è stata fatta in un canale di non poca estensione, benchè l' Autore lo chiami vaso; e questo si raccoglie, mentre l'acqua stava sempre al medesimo livello, o lavorassero tutte le canne, o qualsivoglia numero di esse, lo che al certo accaduto non sarebbe in un Vaso, benchè di molta capacità, quando non gli fosse stata rimessa altrettanta acqua, quanta ne scaricavano le canne. Secondo, si raccoglie, che il recipiente, benchè ancor questo lo denomini l'Autore vaso, fosse pure un canale; soggiugnendo aver fatta discorrere l' acqua raccolta proveniente da i sifoni *per un canale*, inclinato in modo, che restasse tutto vuoto ed asciutto, ogni qualvolta veniva a mancare l' acqua de i sifoni.

IV.

Attesochè dunque per il num. XV. del Capitolo I, le quantità dell' acqua nelle sezioni de' canali, prescindendo dalle resistenze, sono in ragion composta della velocità, e delle altezze delle medesime sezioni, quando sia data la larghezza di queste;

 saran-

ſaranno le velocità in ragion diretta della quantità, e reciproca delle altezze; diviſa pertanto avendo il Caſtelli tutta l'altezza viva, derivata dall'acqua, uſcente da tutti i cento ſifoni, in dieci parti eguali, cominciò ad otturare tanti de i detti ſifoni, coſicchè queſt' altezza foſſe ſcemata di un decimo, cioè reſtaſſer nove parti delle dieci, e trovò che chiuderne diciannove conveniva. Dicendo dunque Q la quantità dell'acqua, la quale da un dato numero di ſifoni eſce, ed V la velocità che avrà nel canale che riceve l'acqua da i ſifoni, X l'altezza che ſi va variando, a miſura, che giuoca maggiore o minore numero di ſifoni, ſarà l'equazione $Q = VX$, ed $V = \frac{Q}{X}$.

V.

Scolio I. A norma della prima oſſervazione del Caſtelli, acciocchè l'altezza reſtaſſe 9. parti, ſi ebbero a chiudere 19. ſifoni, e reſtavano però 81, tanti adunque davano acqua nel canale; quindi $V = \frac{81}{9} = 9$. Per la ſeconda oſſervazione per avere l'altezza 8 ſe ne chiuſero altri 17, ſicchè rimaſero 64; e per tanto in queſta ſuppoſizione $V = \frac{64}{8} = 8$. Per la terza oſſervazione ſe ne chiuſero 15, e rimaſero 49, nell'altezza 7, onde $V = \frac{49}{7} = 7$, e così di mano in mano; ſicchè le velocità ſecondo queſti ſperimenti furono come i numeri 10. 9. 8. 7. ec. cioè nella progreſſione aritmetica decreſcente, e ſemplicemente come le altezze reſpettive dell'acqua oſſervateſi nel canale inclinato, in cui eſercitavaſi il di lei moto.

VI.

Corollario. Da queſto ſperimento e raziocinio ſi ricava, che Q ſarà anco eguale a XX, e per conſeguenza, che $X = \sqrt{Q}$, mentre ſi è veduto, che $V = X$; e però le altezze ſaranno in ragione dimezzata delle quantità dell'acqua. Viene ciò comprovato dal Caſtelli con l'oſſervazione che fece di aprire tanti ſifoni, ſino che otteneſſe le altezze, che andaſſero creſcendo aritmeticamente di una decima parte per volta. Oſſerva dunque, che per avere la prima, cioè che creſceſſe di una decima di tutta l'altezza, baſtava che giuocaſſe un ſolo ſifone: ma per averne due decime, gli convenne aprirne altri tre, coſicchè fra tutti erano quattro; per il primo caſo $X = \sqrt{1} = 1$, per il ſecondo $X = \sqrt{4} = 2$. Per elevare l'acqua a tre decime parti, ebbe ad aprirne altri cinque, che in

tutti

tutti erano nove, ed in fatti $X=\sqrt{9}=3$; ponendo adunque tutti i numeri ritrovati 1, 2, 3. in ſerie, ſi vede, ch'eſſi compongono una progreſſione aritmetica, ricavandoſi il tutto dal ſuppoſto, che le altezze ſtiano fra di loro in dimezzata della quantità.

VII.

Scolio II. Degno di oſſervazione in queſti ſperimenti pur ſi rende, di avere il Caſtelli laſciato non ſolo liberamente piombare l'acqua da' ſuoi ſifoni nel ſottopoſto canale, ma di aver voluto diſponer queſto in maniera, inchinandolo, coſicchè laſciaſſe facilmente uſcir l'acqua, che riceveva, fatto ciò ſenza alcun dubbio per accoſtarſi il più che foſſe poſſibile a' fenomeni delle acque correnti de' fiumi, mentre per altro non potevano mancar mezzi di venire in chiaro della verità che ricercava: Il dubitare della quale in una tale ſperienza, ſembra che troppo offendeſſe il credito di queſto Chiariſſimo Autore; onde ſenza più fermarſi nella ulterior diſamina delle circoſtanze, che aveſſero potuto per avventura turbar l'oſſervazione, paſſeremo a rappreſentare ciò, che altri in tal propoſito hanno oſſervato, perchè dal confronto degli ſperimenti ſi poſſa giudicare del più veriſimile.

VIII.

Il Barattieri, rinomato Ingegnere, e Scrittore d'Idroſtatica nel Volume ſecondo della *Architettura dell' acque* al *Cap. II. pag. 66.* produce un *caſo*, come e' lo chiama, di *eſperienza*. Conſiſte queſto in un' oſſervazione dell' altezza dell' acqua di un acquedotto, detto la Codogna, ſul Lodigiano, che ſcaricava l'acqua, prima libero, poi in parte chiuſo; riporteremo le di lui ſteſſe parole, e figura, acciocchè ſe ne rilevi il vero fondamento della ſperienza, e del diſcorſo, che vi fa ſopra. *L'acqua*, dic' egli, *della Codogna, acquedotto de i maggiori del Lodigiano, ſi riduce in fine ad un Regolatore o Partitore, dentro al quale ſi divide in quattro acquedotti ineguali di quantità, e di larghezza, ma però tutti diſpoſti con una medeſima pendenza. Noi però, per facilitare il diſcorſo, la ſupponiamo diviſa in due parti ſole, nel modo che moſtra la ſezione ABGF* (Fig. 3. Tavola II.) *diviſa in due parti dalla perpendicolare CD nelle larghezze di* 67 *per AC*, *ed* 86 *per la parte CB, che coſtituiſcono la larghezza tutta di AB, numero* 153, *paſſando per la ſezione AD quantità di acqua numero* 37 *e due terzi, e per la*

CG

CG quantità 48 e un terzo, che sono in tutto quantità 86, e secondo il paese sono once 86 di acqua di sua misura. Per questa operazione fu preso il tempo, che l' acqua era di quantità maneggiabile, e misuratane la sua prima altezza viva CD, si trovò essere once lineari 8 $\frac{2}{12}$. $\frac{1}{6}$, che moltiplicate in se stesse, formano di quadrato n. 67. Si fece immediatamente serrare la parte CDBG, che comprende la quantità 48 ed un terzo di acqua; e tali quantità 48 ed un terzo furono ridotte a passare tutte unite con le quantità 37 e due terzi, nella parte AC larga 67, e fermatosi tanto che fosse fatta la piena possibile, fu poi misurata la seconda altezza viva, che si fece nella sezione AC, per causa di tutta la quantità 86, e fu trovata essere la perpendicolare ED once 12 $\frac{4}{12}$ × $\frac{1}{2}$, il qual numero forma il quadrato 153 in punto. Considerati noi gli effetti seguiti in questo caso, cominciassimo a cavare le seguenti notizie: Primo, essendo l' acqua che corre per la sezione AD, quantità 37 e due terzi, e la quantità dell' acqua che corre per la sezione HD, quantità 86, ed essendosi trovato il numero quadrato della prima altezza CD, 67, ed il quadrato dell' altezza seconda DB, 153, arrivassimo a conoscere, che le proporzioni delle medesime quantità, erano come le proporzioni de i medesimi quadrati delle loro altezze, e corrispondentemente i quadrati come le loro quantità; essendochè, tanta è quantità 37 e due terzi a quadrato 67, quanta è quantità 86 a quadrato 153; e tanta è quantità 37 e due terzi a quantità 86, quanta è 67 a 153. E quella proporzione ancora, che tiene la prima larghezza AB, 153, con il numero quadrato della prima altezza DC, 67, lo tiene ancora il numero quadrato 153 della seconda altezza HF, con la seconda larghezza AC, 67. E perchè ec.

IX.

Riducendo lo sperimento alle nostre formole: La quantità dell' acqua in una sezione AD era 37 e due terzi, e nella CG 48 e un terzo, nelle quali sezioni per esser di una medesima altezza CD, saranno le quantità dell' acqua che passano in un dato tempo, come le larghezze, cioè come once 67 a 86. Avendo chiuso poi il condotto CG, osservò il Barattieri ascendere l' altezza dell' acqua ch' era CD, fino ad essere ED di once 12 $\frac{4}{12}$. $\frac{1}{2}$, dove la CD era 8 $\frac{2}{12}$. $\frac{1}{6}$, cioè ad essere fra di loro come 1782. a 1190, ovvero come 891 a 595. Se dunque le altezze devono essere, come le radici delle quantità dell' acqua, deve correre questa analogia

595.

595. 891 :: $\sqrt{37\frac{2}{3}}$. $\sqrt{86}$, ovvero prendendo i reſpettivi logaritmi 2.7745170. 2.9498777 :: 0.7879786. 0.9672492, e le ſomme de i due eſtremi, e quelle de' medii, fanno 3.7417662, e 3.7378563, i numeri più proſſimi de' quali ſono 5517, e 5468, non gran fatto lontani dall' eguaglianza per uno ſperimento di tal ſorta; che però ne deduſſe eſſo Barattieri, che le altezze ſteſſero riſpetto alle quantità nell' antedetta ragione, cioè che Q=XX, come ricavò ancora da' ſuoi ſperimenti il Caſtelli: e perchè Q= VX ſarà pure VX=XX, ed V=X, cioè le velocità come le altezze.

X.

Nella Raccolta di Bologna pubblicataſi l'anno 1682. nella nota controverſia fra i Bologneſi, ed i Ferrareſi per la preteſa introduzione del Reno nel Po grande, ſi legge a carte 71. *E noi abbiamo fatto eſperienza anche queſto giorno in Roma con nove canali d' acqua corrente eguali, introdotti in un ſolo, ora uno, ora quattro, ora tutti nove; ed in effetto ſe un canale ha fatto un' oncia di altezza, quattro canali hanno fatto ſolo due once, e nove canali ſolo tre ec.* onde riſulta anche da queſta oſſervazione, che pur fu fatta dal celebre Giovanni Domenico Caſſini, avvalorato il teorema del Caſtelli, e comprovato il di lui eſperimento. Anche il chiariſſimo Montanari in tutte le occaſioni, ch' ebbe a ſcrivere ſopra le acque, nel tempo in cui fu agli ſtipendj della Repubblica di Venezia, di altra ragione non ſi ſervì, in trattando delle velocità de' fiumi, che della addotta dal Caſtelli; così leggiamo nella ſcrittura fatta da lui per il Sile l'anno 1683, adoperar egli i principj del detto Caſtelli, e del Barattieri; ed è anco probabile, che queſto grand' Uomo aveſſe de' fondamenti reali, per appoggiarli, ſapendoſi quanto e' foſſe ritenuto nel procedere nelle coſe fiſiche, ſenza il neceſſario lume degli ſperimenti; tanto più, che a lui non potevano eſſere ignote le oſſervazioni intorno l'uſcita de' fluidi da' fori de' vaſi, fatte dal Torricelli, e da altri valent' uomini; lo che dà luogo a credere, che non ſtimaſſe adattabili le ſperienze della detta uſcita da' fori, e del corſo de' fiumi. Ecco ciò che produce nella predetta ſcrittura in propoſito delle velocità delle acque correnti. *La dottrina*, ſi eſprime egli, *è dell' Abate Caſtelli, e del Barattieri, che ſoli hanno ſcritto della miſura delle acque correnti, non arrivando ad inſegnare la miſura delle figure o ſezioni, che non ſiano parallelogramme*,

ne, mi sono servito di altre mie dottrine proprie, che convengono con li principj del Castelli, ma dimostrano anco la misura delle sezioni, che non sono regolatori: le quali a Dio piacendo pubblicherò nel mio Trattato intitolato: Scienza d' acque correnti, ampliato, ec. E vaglia il vero sopra questi principj egli predisse assai da vicino le inondazioni che avrebbe prodotto il Sile, conducendolo nell' alveo abbandonato di Piave, secondochè si divisava di fare, e che fu poi anche eseguito. Si servì pure delle ragioni delle velocità in proporzione dell' altezze anche del 1679, quando fece la Scrittura 15. Marzo, sopra lo scarico de' diversivi dell' Adige, nel caso che questi si avessero a ridurre a stramazzi; ecco le di lui stesse parole: *Perchè sapranno molto bene, ch' ella è dottrina comunissima de' Matematici, ed Ingegneri d' acque, che lo scarico dell' acque de' Regolatori non viene misurato dalla misura del vano di essi, ma dal moltiplico della lor base nel quadrato dell' altezza; onde, ec.* Così in altra Scrittura fatta parimenti per le cose dell' Adige l' anno 1687. 4. Luglio, si legge: *L' acqua, che scarica un Regolatore in un dato tempo è eguale all' acqua contenuta in un parallelepipedo rettangolo, l' altezza del quale sia l' altezza dell' acqua stessa nel Regolatore, la larghezza sia quella del Regolatore medesimo, e la lunghezza sia la quantità del corso fatto dall' acqua nel dato tempo ec.* Istessamente leggiamo nella Scrittura 1679, ultimo Aprile, diretta al N. H. Giulio Giustiniani, dalle quali cose si deduce, ch' esso Montanari abbia nel fatto della velocità dell' acque seguitato quanto avea detto il Castelli.

XI.

Il Guglielmini, che scrisse dopo del detto Montanari, che gli fu Maestro, riferisce uno sperimento, adattato, com' egli si esprime, a rilevare la velocità delle acque correnti. Trovasi questo registrato nella Proposizione prima del secondo Libro *Aquarum fluentium mensura pag.* 21. Una tale osservazione, abbenchè paja piuttosto applicabile allo scarico, che si fa dell' acqua per i fori de' vasi, che al corso de' fiumi; nientedimeno si pretende e da lui stesso, e da molti altri, potersi benissimo applicare alla spiegazione de' fenomeni, che nelle acque correnti vanno succedendo. Le sue parole, tradotte dal latino sono (tanto dell' antedetta Proposizione, che della supposizione che premette alle definizioni del detto secondo Libro) le seguenti: *Ad oggetto di lavorare sul dottrinale, noi supponiamo gli alvei de' fiumi,*

mi o canali, essere vasi molto estesi in lungo, il fondo de' quali stia sempre nel medesimo piano, e con i lati che siano piani verticali eretti normalmente al piano del fondo, per i quali o discorra l' acqua, o possa discorrere dal punto più sublime al più infimo, e dirigersi al suo termine, non già per cammino flessuoso ma retto: Segue poi nella detta prima proposizione ad esporre lo sperimento ne' seguenti termini: *Si preparò un Vaso di figura cilindrica, di altezza di piedi 4, e di base che aveva in diametro piedi due, e fu divisa tutta l' altezza in sedici parti eguali, col farvi in ogni sito di queste divisioni altrettanti fori circolari, tutti della medema grandezza. Fu armato poscia ogni uno di essi fori di altrettante cannelle di legno pur tutte fra di loro eguali, le quali avevano la loro interna cavità e benissimo levigata, e da per tutto di un eguale diametro, ch' era di poco più d' un' oncia. Si applicò poi alla parte esteriore di esse una lamina di metallo, che aveva un foro circolare del diametro di un quarto di oncia, e si fece, che il di lui centro restasse fissato nel centro della cannella, rimanendo poi perfettamente otturato il foro della medesima. Empito in appresso il vaso di acqua, e disposto un pendolo, la di cui lunghezza era di once 28 $\frac{4}{7}$, si osservò la quantità dell' acqua che usciva ogni 15 vibrazioni. Essendo dunque chiuse tutte le altre cannelle, a riserva della più inferiore, fu osservato che dentro l' accennato tempo era uscita l' acqua per il peso di once 123, durando sempre alla medesima altezza l' acqua del Vaso. Chiusa poi la cannella inferiore, ed aperta quella che stava sopra tutte le altre, cosicchè l' altezza dell' acqua si facesse minore di tre once: cessato che fu il flusso di questa, fu riaperta la prima inferiore, e dentro il tempo di altre 15 vibrazioni, si ebbe acqua di peso once 118, e così di mano in mano si operò nelle altre cannelle, fino a tanto che si divenne all' altezza di once 24. Ed allora essendo molto difficile il conservar l' acqua alla medesima altezza per tutto il tempo che durava il flusso, si chiuse la cannella inferiore, e riempito di nuovo il vaso, si aprì quella ch' era sotto alla superficie dell' acqua per once 24, che nel dato tempo lasciò uscire 93 once di acqua, e successivamente si continuò lo sperimento fino ad once tre di altezza secondo il metodo adoperato di sopra; ma perchè il foro di questa ultima cannella, abbenchè però quasi insensibilmente, era maggiore di quello della prima inferiore; lo che si apprese dopo averne fatto un accurato sperimento, e con la maggior quantità uscita, e con la rettificazione del di lui diametro; perciò avendosi dovuto cambiare quel foro, fu necessario di fare una doppia osserva-*

ſervazione, e per l' altezza dell' acqua alle once 48, e per quella delle once 24 ec.

XII.

La Tavola ſeguente contiene tutte le oſſervazioni del numero precedente.

Altezza dell'acqua ſopra il centro della cannella e del foro in once del piede di Bologna.	Quantità dell' acqua che ne uſcì in ogni 15 vibrazioni in once della libbra di Bologna.	Proporzione delle quantità dell'acqua, tratta dall' oſſervazione radicale prima, cioè della ſudduplicata delle altezze in once della libbra di Bologna.
48	123	123
45	118	119
42	116	115
39	110	111
36	106	106
33	103	102
30	97	$97\frac{1}{2}$
27	91	92
		Proporzione della quantità tratta dall' oſſervazione radicale ſeconda.
24	93	93
21	87	87
18	81	$80\frac{1}{2}$
15	74	74
12	66	66
9	56	57
6	47	$46\frac{1}{2}$
3	34	33

XIII.

Scolio. Coſtando adunque da quanto ſi è dedotto dallo ſperimento, la quantità dell'acqua uſcita in un dato tempo, ſia adeſſo da eſaminarſi ſe i numeri eſprimenti eſſa quantità corriſpondino

dino alla dimezzata delle respettive altezze, come di succedere afferma il Guglielmini. Operando dunque con i Logaritmi per i numeri 123, e 119, e loro corrispondenti 48, 45, si rilevi se sommando assieme il logaritmo di 123 con la metà del logaritmo di 45, dia lo stesso numero, che darà la somma del logaritmo di 119 con la metà del logaritmo di 48; in fatti si trova, che la somma de i primi monta a 2.9165113, e quella de i secondi a 2.9161676 con una differenza sprezzabile fra l'una e l'altra, che però si può dire, che le velocità, attesa l'osservazione allegata, stiano nella ragione dimezzata delle altezze, come asserisce l'Autore.

XIV.

Lemma. Potendo accadere di doversi cercare il valore degli esponenti di una proporzione geometrica, per determinarsi la specie di essa proporzione, si pone questo facile Lemma, che si estende generalmente a qualunque dignità de' numeri proposti. Siano questi a, b, c, d; e sieno fra di loro $a . b :: c^m . d^m$. supponendo a minore di b; sia da cercarsi il valore di m, e per conseguenza da determinarsi essa proporzione, dico, che $m = \frac{bd - la}{ld - lc}$, intendendosi per l il logaritmo. Perchè dunque $m = \frac{lb - la}{ld - lc}$, sarà ancora $lb - la = mld - mlc$, ovvero $lb + mlc = la + mld$, e per la natura de' logaritmi $bc^m = ad^m$, e risolvendo l'equazione in analogia $a . b :: c^m . d^m$, lo che ec. il valore però di questo esponente sarà sempre la differenza de i logaritmi delli due primi numeri, divisa per la differenza de i due secondi, ed il quoziente mostrerà se m sia intiero o rotto, vale a dire, se la ragione sia come le podestà, o come le radici di queste.

XV.

Scolio. Per il caso riferito al numero XIII. di questo, essendo $a = 45$, $b = 48$, $c = 119$, $d = 123$, sarà $m = \frac{l48 - l45}{l123 - l119} = \frac{0.0280287}{0.0143581}$, di modo che l'esponente vero sarà $\frac{280287}{143581}$, ma il prossimo sarebbe 2, onde $45 . 48 :: 119^2 . 123^2$. oppure $\sqrt{45} . \sqrt{48} :: 119 . 123$, cioè che le quantità, o le velocità dell'acqua di quello sperimento stanno in ragione dimezzata delle altezze. Più lontani da ciò che pretende concludere stanno i numeri ritrovati dal Barattieri,

essendochè ne' di lui quattro numeri posti al numero IX. di questo $595 . 891 :: 37\frac{1}{2} . 86$, ne' quali i due ultimi rappresentano la quantità dell' acqua, si trova $m = \frac{1753607}{3624010}$, di modo che dovendo, secondo a quanto pretende egli di concludere, essere $m = \frac{1}{2}$ non sarebbe in realtà che a un di presso $m = \frac{175}{362}$; contuttociò non è errore sensibile il prendere anco $\frac{175}{362}$ per $\frac{1}{2}$ atteso i tanti accidenti che possono avere alterata l' osservazione.

XVI.

Altra sperienza si legge in un Libro Anonimo stampato in Modena l' anno 1719. col titolo di *Ragguaglio di una Scrittura intitolata, Compendio, ed esame del Libro pubblicato in Modena col titolo: Effetti dannosi, che produrrà il Reno, se sia messo in Po di Lombardia*. Trovasi dunque a carte 114. registrata l' infrascritta osservazione, fatta, come l' Autore ingenuamente confessa, per provare se in realtà reggeva lo sperimento del Castelli, per ottenere il che, ha esso preteso di rifare la stessa esperienza. *Si è preparato*, dic' egli, *una Cassa di legno larga per un verso un piede e mezzo di Parigi, e per l' altro un pollice di meno. Tre lati di questa Cassa sono alti 13. pollici e mezzo, e l' altro opposto al lato più largo è alto un solo piede; e ciò affinchè l' acqua possa riboccare dalla Cassa solo per quella parte ec. Si è inoltre preparato un canale rettangolo, pur di legno, chiuso da un capo, e aperto dall' altro, largo 11 linee, alto di sponda 5 pollici, e lungo piedi 2 e mezzo. Sarebbe necessario, ch' ei fosse anche due in tre piedi più lungo, poichè l' acqua, che come si vedrà, cade in questo canale, si tiene, ove cade, in una superficie assai bassa; indi cominciando a fluire per lo canale va gonfiandosi fino a un tal segno, oltre al quale, comincia poi a sgonfiarsi, e a correre con superficie di mano in mano più bassa ec. Si è dunque attaccato il prementovato canale con una delle sue sponde alla sponda più alta, e più larga della Cassa, e quasi presso il fondo di questa. Finalmente si erano fatte fare nove canne, o sifoni di latta al possibile in tutto e per tutto uguali, e piegati nella loro rivolta ad angoli retti, il loro ramo più lungo è un piede e quattro pollici, e il più corto è 14 pollici. Il diametro del loro vaso è di 5 linee ec. Fu la prima volta posto il canale col fondo orizzontale al possibile, provvedendo ec. fu data l' acqua ec.* ed avendo nel canale notati tre segni, cioè uno a mezzo in circa, un altro più vicino allo sbocco,

co, ed il terzo più verſo il cadere dell' acqua de' ſifoni, ma tutti e due in eguali diſtanze da quello di mezzo, ſegue poi: *L' altezza nel ſegno di mezzo competente a 4 canne fu 18 linee, e quella delle 9 canne fu circa 30 linee. L' altezza poi nel ſegno più diſcoſto allo sbocco, fu per le 4 canne circa 20 linee ed un quarto, e 33 $\frac{1}{4}$ linee per 9 canne. Finalmente l' altezza nella ſezione più preſſo allo sbocco fu circa 15 linee e mezzo per una canna, e 25 linee per le nove canne.*

XVII.

Scolio. Ponendo in ſerie le ſuddette oſſervazioni danno per i numeri delle altezze e per il numero delle canne

7	1
18 $\frac{3}{4}$	4
30	9

e per il Lemma del numero XIV. di queſto, eſſendoſi da cercare in qual ragione ſtiano i quattro numeri 7. 18$\frac{3}{4}$. 1. 4. ſi trova che l' eſponente de' numeri rappreſentanti le canne è $\frac{4279033}{6020600}$ eguale proſſimamente a $\frac{7}{10}$, oppure a $\frac{2}{3}$, onde ſarà l' analogia 7. 18 $\frac{3}{4}$ :: $1^{\frac{2}{3}}.4^{\frac{2}{3}}$, ovvero $7^3. \overline{18\frac{3}{4}}|^3 :: 1^2. 4^2$. vale a dire, che i quadrati delle quantità ſtanno proſſimamente come i cubi delle altezze, ovvero, ch' è lo ſteſſo, che le altezze reſpettive ſtanno in duplicata ſubtriplicata ragione delle quantità.

Per la ſeconda oſſervazione ſono i numeri

Per le altezze	Per le quantità
8 $\frac{1}{2}$	1
20 $\frac{1}{4}$	4
33 $\frac{1}{4}$	9

Prendanſi gli ultimi quattro numeri 20$\frac{1}{4}$, 33 $\frac{1}{4}$, 4, 9, e mediante il Lemma, ſi trova l' eſponente delle quantità 4, e 9; $\frac{2153666}{3521825}$ eguale proſſimamente a $\frac{3}{5}$, onde le altezze dell' acqua corrente, notate al ſegno più diſcoſto dallo sbocco, ſeguono pure la proporzione di quelle di mezzo.

Per la terza oſſervazione

Le altezze	Le quantità
6 $\frac{1}{2}$	1
15 $\frac{1}{2}$	4
25	9

Pren-

Prendansi i quattro primi numeri 6 $\frac{1}{2}$, 15 $\frac{1}{4}$, 1, 4, e col Lemma si averà, che l' esponente delle quantità 1. e 4. dovrà essere $\frac{740713}{1204120}$ eguale prossimamente a $\frac{7}{12}$, e che meno delle altre due si accosta a $\frac{2}{3}$. Più si accostano i quattro ultimi numeri alla proporzione suddetta, essendochè hanno per esponente la frazione $\frac{2146702}{3521825}$ eguale assai più da vicino a $\frac{2}{3}$.

XVIII.

Segue l' Autore del Libro predetto a versare a carte 116. intorno ad altra osservazione per i canali inclinati, dic' egli: *Finalmente s' inclinò il canale dal suo capo aperto, dimodochè il suo fondo faceva coll' orizzonte un angolo in circa di gradi sette e mezzo. Si rifecero le cose stesse. Le altezze assolute furono tutte minori delle altezze assolute ed omologhe trovate nell' altra sperienza; imperocchè nel segno di mezzo l' acqua di* 4 *canne fu solo circa otto linee e mezzo, ove nel sito corrispondente dell' altra sperienza fu* 18 *linee* $\frac{1}{2}$. *Così tutte le altre misure furono a proporzione minori ec. Imperocchè posta l' altezza delle* 4 *canne le solite* 250 *parti, trovossi in ogni segno quello di una canna* 95 *parti e* 430 *quella di* 9 *canne.*

XIX.

Scolio. Altezze osservate	numero delle canne
95	1
250	4
430	9

e prendendo i primi quattro numeri 95, 250, 1, 4, si trova che per esser in geometrica proporzione, devono i due ultimi 1, 4, aver l' esponente $\frac{1050541}{1505150}$, ch' è molto vicino ad essere $\frac{2}{3}$. L' esponente per li ultimi quattro dovrebb' essere $\frac{471057}{704305}$ esso pure non molto lontano dalli $\frac{2}{3}$, conchiude però l' Autore: *Nè solo allorchè il canale sta orizzontalmente si manifestano in tale proporzione; vi corrispondono, e più tosto con maggior esattezza, ove il canale sia inclinato.*

Nell'

X X.

Nell' occasione della visita generale del Pò per l' affare del Reno fattasi da i Commessarj del Pontefice, dell' Imperadore, e della Repubblica di Venezia, i Matematici Pontificj e Bolognesi per rilevare le velocità delle acque correnti, proposero uno sperimento, il risultato di cui, tratto da i Protocolli autentici di essa visita, quì si registra per farvi poi sopra quelle riflessioni che migliori saranno riputate, onde venirsi in chiaro possibilmente di ciò che si cerca. Sotto adunque li 21. di Maggio 1721. in data della Polesella, si trovano le infrascritte osservazioni: *Il dopo pranzo ad istanza de' Signori Pontificj e Bolognesi si fece nella fossa Polesella il seguente sperimento. Si prese un vaso di latta di once* 10 *in circa di altezza, di larghezza di* 6 *in* 7 *once, e di grossezza di once una e mezzo in circa, nella cui sponda più angusta verso la sommità del vaso è un picciol foro, di diametro minore di un punto di oncia, il qual foro si apre, tirando con un filo di ferro una piccola lastra di ottone adattata al medesimo foro, e si chiude mediante una molla, che rallentato il filo lo restituisce al suo sito. Questo vaso ha nel piano superiore un altro foro, a cui si adatta, mediante una vite con tubo di latta di diametro di un terzo di oncia in circa, mediante il quale l' aria del vaso communica con l' aria esterna, e finalmente verso la base ha un altro foro, che si chiude con turacciuolo a vite, e che serve per vuotare speditamente l' acqua entrata nel vaso, e di sotto la base è impiombato, a fine che più facilmente resti immerso nell' acqua, e tutto l' istrumento si gira intorno un asse verticale di ferro, affinchè immerso nell' acqua corrente si adatti alla direzione di questa, rivolgendo il picciol foro al di lei corso. Posto dunque questo vaso nell' acqua corrente della Fossa Polesella, in sito ove l' acqua era profonda p.* 3 : 8 : 0, *e immerso in modo che il centro del foro restava sotto la superficie dell' acqua once tre, per quanto si poteva conoscere; ed aperto il detto foro, si lasciò entrare in esso vaso l' acqua per il tempo di* 60 *vibrazioni semplici di un pendolo lungo p.* 2 : 4 : 7 *in circa, e pesatasi l' acqua raccolta nel detto tempo con una stadera ordinaria, fu ritrovata once* 11 $\frac{1}{2}$ *Bolognesi. Replicato poscia lo sperimento in profondità di un piede, si raccolsero nel medesimo tempo libbre una once* 10 $\frac{1}{2}$ *di acqua. Terzo; in profondità di piedi* 2 $\frac{1}{4}$ *si raccolsero once* 31 $\frac{1}{2}$ *di acqua. Quarto; in profondità di piedi* 2 $\frac{1}{2}$ *l' acqua raccolta fu once* 33. *Quinto; in profondità di piedi* 2 *si ebbero*

ro once $29\frac{1}{2}$. *E' d' avvertire che in queſti ſperimenti fatti nella Foſſa Poleſella, l' acqua all' incontrar che faceva l' aſta di ferro, e il tubo di queſto ſtrumento, ſul qual tubo veniva determinata la quantità dell' immerſione del foro, ſi alzava alquanto, e laſciava qualche equivoco nella vera quantità dell' immerſione.*

XXI.

Scolio. Sicchè dunque mediante queſta ſperienza ſi hanno due ſerie di numeri, la prima dinotante l' altezza dell' acqua, che reſtava ſopra del foro immerſo; e la ſeconda, che moſtra la quantità dell' acqua uſcita. Noi li porremo in due colonne per ordine, cominciando dalla minima immerſione.

Serie delle Oſſervazioni.	Altezze dell' immerſione ridotte in punti di oncia.	Quantità dell' acqua uſcita dentro lo ſteſſo tempo, ridotta in mezze once.
1	36	23
2	144	45
3	324	63
4	360	66
5	288	59

I quattro primi numeri, ſecondo il Lemma del numero XIV, danno l' eſponente $\frac{6020500}{2914847}$, che vale quaſi 2; e per conſeguenza ſi dinota, che le altezze reſpettive 36, e 144, ſono come i quadrati delle quantità 23 e 45, ovvero, il che è lo ſteſſo, che le quantità, o le velocità ſtanno in ragione dimezzata delle reſpettive altezze. L' eſponente della terza e quarta oſſervazione è $\frac{457575}{2020341}$ cioè queſto parimenti quaſi 2; onde appare, che da tale ſperimento ſi doveſſe concludere, che le quantità delle acque uſcite dal fiume, e ricevute dal foro nella fiaſca ſtiano in ragione delle radici quadrate delle reſpettive altezze, abbenchè l' acqua in cui fu fatta la ſperienza ſi moveſſe anche in ſuperficie, e con moto aſſai concitato, come da me ſteſſo, ch' ero preſente, fu veduto e conſiderato.

Segue

XXII.

Segue l'osservazione riferita nel Protocollo sotto il medesimo giorno. *Lo stesso sperimento si fece nel Po vicino alla ripa sinistra di esso, poco sotto all'Osteria, essendo ivi l'acqua profonda p. 5 : 6 : 0; e parimente stando il foro immerso sotto alla superficie dell'acqua once tre, si raccolsero nel detto tempo di 60 vibrazioni dello stesso pendolo once 10 di peso, e rifatta la medesima sperienza altra volta si raccolsero once* $12\frac{1}{2}$. *Secondo; in profondità di piedi uno si ebbero once* $23\frac{1}{2}$ *di acqua. Terzo; in profondità di piedi* $2\frac{1}{4}$, *si trovarono di acqua once* $31\frac{1}{2}$. *Quarto; in profondità di piedi* $2\frac{1}{2}$ *si raccolsero once 33. Quinto; in profondità di piedi 2 si raccolsero once 30. Sesto; in profondità di piedi 4 si ebbero once 41; e finalmente replicato quest'ultimo sperimento si ebbero once 42.*

XXIII.

Scolio. Ridotte però in serie le dette osservazioni sono le seguenti:

Numero delle osservazioni.	Altezze delle immersioni.	Quantità dell'acqua uscita in mezze once.
1	36	20 ovvero 24
2	144	47
3	324	63
4	360	66
5	288	60
6	576	82 ovvero 84

Per il Lemma si trova che ne' primi quattro numeri 36, 144, 24, 47, li due ultimi 24, 47 devono avere per esponente $\frac{6020600}{.918867}$, quantità assai vicina al 2; ben più lontana di questo numero sarebbe, se in vece del 24 si avesse preso il 20, che rappresenta il peso rilevato nella prima osservazione. Prendendo poi i numeri della 4. e 6. osservazione 360, 576, 66, e 84, si trova che l'esponente di questi due ultimi per essere in proporzione geometrica, dev'essere $\frac{1020600}{523677}$, ch'è assai prossimo al binario.

Seguo-

XXIV.

Seguono le osservazioni della detta Visita. *Parimenti si fecero li stessi sperimenti nell' acqua stagnante di un Tino, in cui era alta piedi 4 in circa, ed essendo immerso il centro del foro once 3 sotto la superficie dell' acqua, si raccolsero in 60 vibrazioni dello stesso pendolo once 11 di acqua. Secondo, in profondità di un piede si ebbero once 23 $\frac{1}{2}$. Terzo, in profondità di piedi 2 $\frac{1}{4}$ si raccolsero once 32 $\frac{1}{2}$ di acqua. Quarto, in profondità di once 24 si ebbero once 30 $\frac{1}{2}$. Quinto, in profondità di once 2 $\frac{1}{2}$ si trovarono once 34.*

XXV.

Serie delle osservazioni.	Altezze delle immersioni in punti d' oncia.	Quantità dell' acqua uscita in mezze once.
1	36	22
2	144	47
3	324	65
4	288	61
5	360	68

Non vi è che da vedere i numeri di questa serie, e paragonarli con i respettivi ed analoghi delle serie precedenti per intendere, che ancor questi seguono le stesse proporzioni, essendo quasi gli stessi affatto. Egli è per altro un fenomeno assai curioso, quello ch' è accaduto in queste sperienze, cioè l' aversi la stessa quantità di acqua e nella Fossa Polesella, e nel Po, quando quella della Polesella era visibilmente più veloce di quella del Po; e ciò che ancora maggior maraviglia reca si è, come la stessa quantità di acqua si ritragga ancora quando l' acqua è stagnante, allorchè il centro del foro resta immerso a pari altezza, come nell' acqua corrente, e pure non che le acque della Polesella e del Po sotto della superficie, ma quella della stessa superficie correvano con un moto insigne. La cagione più probabile di questo fenomeno si accennerà al numero XVI. della Parte seconda di questo Capitolo; intanto si dà il rimanente della sperienza.

XXVI.

Si ebbe in oltre la curiosità di porve il centro del foro di detto vaso a fior di acqua nella prenominata Fossa Polesella per quanto

fu

fu permesso dall' ondeggiamento, e dalla resistenza dell' acqua corrente, e si osservò che vi entravano poche gocce in esso vaso nel tempo delle 60 solite vibrazioni, onde non si determinò il peso di esse gocce per esser giudicato insensibile. Posto però il medesimo vaso nell' acqua stagnante col centro del foro corrispondente alla superficie dell' acqua, e lasciato immerso, durante le solite 60 vibrazioni non entrò acqua nel medesimo vaso. Il celebre Padre Abate Grandi allo Scolio della Proposizione 46. del Trattato *del movimento dell' acque*, dopo aver considerate le cause de' varj fenomeni accaduti nel raccogliersi di quest' acqua, conchiude con la solita sua ingenuità, *di non aver voluto far fondamento sopra tali sperienze*, abbenchè da lui stesso, e da me pure vedute ed attentamente osservate *in ordine allo stabilire la teoria della proporzione delle velocità in varie altezze dell' acqua corrente*, ma di averle volute dedurre da' principj generali delle acque. Anche il chiarissimo Sig. Manfredi, che pur si trovò presente alle suddette sperienze, nelle *Annotazioni* pubblicate ultimamente sopra la *Natura de' fiumi* del Guglielmini all' Annotazione XII. del Capo VII. pag. 231. parlando della Fiasca idrometrica del fu Dottor Nadi, con la quale furono fatti i detti sperimenti, conclude dopo di aver esposto il modo, con cui furono raccolte le varie quantità dell' acqua entrata pel foro: *imperocchè intendendosi di cercare per simili esperienze le velocità attuali dell' acqua, cioè quelle che hanno le parti di essa in virtù della forza che le produce, modificata dalle resistenze degli ostacoli, quando all' acqua si presenta il foro, per cui si fa sgorgare liberamente nel vaso, le si toglie ogni ostacolo, e le si lascia concepire di nuovo quella velocità, che le può dare la forza movente (sia la pressione, sia la discesa) senza alcuna resistenza*, e perciò fuori del caso di potersi ottenere l' attuale velocità dell' acqua del fiume secondo le diverse altezze, a norma di ciò che si voleva ritrovare.

CAPITOLO QUINTO.

PARTE SECONDA.

Delle velocità delle acque correnti, esaminate con la palla a pendolo.

I.

Essendo stato indicato dal Castelli prima, e poi dal Guglielmini alla Proposizione IX. *Aquarum fluentium mensura*, che per indagare le velocità ne' fiumi potesse esser utile mezzo un pendolo, purchè la palla di questo fosse di natura di maggior specifica gravità dell' acqua, in cui si ha da immergere, non però, che tanto l' eccedesse nella detta specifica gravità, che riuscisse troppo resistente agli urti dell' acqua, consistendo tutta l' osservazione nel notare a quanti gradi la palla resti deviata dal perpendicolo, cosa che facilmente si ottiene mediante un semicircolo, o quadrante, o altro strumento equivalente diviso in gradi. Lo stesso modo pure d' indagare la velocità viene insegnato dall' Ermanno nella *Foronomia*, ove tratta delle acque correnti; che però si è procurato di ridurre all' atto l' idea, facendosi lo sperimento in varj luoghi del Po, e di altri fiumi, e con varie lunghezze di pendolo, e con varie immersioni di questo, ed abbenchè non si abbia ancora ottenuto quella precisione, che si desidererebbe onde fissarsi le deviazioni ad una certa legge, nientedimeno la ricerca è gita tanto innanzi da potersene per ora contentare in una sì difficile materia. Ciò che per lo più mi è accaduto di osservare in tal proposito si è, che eguali crescimenti d' immersione danno nelle stesse lunghezze di pendolo eguali aumenti degli archi di deviazione, o ch' è lo stesso, crescendo le immersioni aritmeticamente, crescono pure aritmeticamente gli archi, ma però con differenze fra le immersioni, e gli archi affatto incostanti, e diverse. Con un pendolo di lunghezza di piedi 6 di Ferrara, si è trovato, che immergendolo successivamente un piede per volta, gli archi andavano crescendo fino ad avere 9 gradi di differenza, qualche volta 7, 5, ed alcuna fiata anche con soli 3 in 4 gradi di differenza, e si è osservato, che il massimo angolo

golo di deviazione in tale lunghezza di pendolo arrivò a gradi 68: ma di ciò più diffusamente al numero XI. di questo.

II.

Lemma. Per rilevare la ragione delle dette velocità col fondamento delle osservazioni de' pendoli sopraddetti, conviene prima di ogni altra cosa dimostrare una proposizione di Statica, il che anco fece l'Ermanno, cioè: *Che le velocità delle acque correnti per gli alvei inclinati siano in ragione sudduplicata diretta del seno del complemento della distrazione del pendolo, e della tangente dell'angolo della medesima distrazione, e reciproca della differenza del seno del complemento della stessa distrazione col seno dell'angolo della inclinazione dell'alveo all'orizzonte*. Sia l'orizzontale GD (*Fig.* 4. *Tav. II.*), e GC sia l'inclinazione del fondo del fiume con l'orizzonte, AG una perpendicolare al medesimo orizzonte, ed AB il filo, a cui è raccomandata la palla B di materia un po' più grave di altrettanta mole di acqua; NB è una parallela al fondo, e rappresenta un filo di acqua, che urta e tiene sospesa la palla. Sia BF parallela alla AG; PB parallela ad AE; ed il quarto di cerchio GBE passi per lo centro della palla B. L'angolo GDA è eguale all'angolo della inclinazione del piano BAF; l'angolo ADG è eguale agli angoli DGC, DCG, e perciò l'angolo DCG è eguale alla differenza degli angoli ADG e DGC, ovvero BAF e DGC, e per la Trigonometria sarà il seno della differenza di questi angoli a DG come il seno dell'angolo GDC a GC, e per tanto $GC = \frac{DG \times S.\,GDC}{S.\,BAF - DGC}$ (S. significa seno) ma DG è la tangente dell'angolo GAD, e l'angolo GDC è il complemento dell'angolo ADG, ovvero BAF; adunque sarà $GC = \frac{S.\,BAF \times Tang.\,GAD}{S.\,BAF - DGC}$; di più GC vale la forza dell'impressione fatta dall'acqua contro della palla B, essendochè risolvendo le azioni di questo grave così sospeso per resistere agl'impeti dell'acqua, saranno le due AG, GC quelle ch'esprimeranno la risoluzione del moto, delle quali AG potendo dinotare la gravità assoluta della palla, che agisse nella linea perpendicolare, la GC dinoterà la forza, con cui il peso è sostenuto fuori della detta perpendicolare, supponendo sempre, che il filamento NB sia parallelo a GC, che rappresenta la direzione del fondo del fiume. Perchè poi le impressioni sono come i quadrati della velocità, secondo il sentimento di accreditatissimi Statici, adun-

adunque le velocità saranno come $\sqrt{\frac{S.\ BAF \times Tang.\ GAD}{S.\ BAF - DGC}}$; il che era da dimostrarsi.

III.

Corollario. Se l'alveo del fiume, o la superficie di questo fosse orizzontale, in tal caso divenendo l'angolo DGC=o, sarebbe la velocità $=\sqrt{Tang.\ GAD}$ (*Fig. 5. Tav. II.*); vale a dire nella ragione dimezzata della Tangente dell'angolo d'inclinazione, il che si dimostra anco nel modo che segue. Nel quadrante AGD sia la palla B tenuta sospesa dalla forza dell'acqua CB in B. Se sarà esposto il peso assoluto di essa palla per AG = AB = BF, e la forza dell'acqua per il sito B con la CB; sia poi prodotta AB sino che tagli la tangente GO nel punto O; sia pur condotta CF, e la tangente BE, che sarà perpendicolare alla CF: Per i simili triangoli AMB, BEF sarà il peso assoluto BF risolto ne i due BE, EF, e sarà BE il peso relativo, con cui la palla vuol discendere; dicasi CB forza assoluta dell'acqua $=f$, sarà per i triangoli simili AGO, CEB, CB = GO; dunque essendo $f=muu$, cioè la forza come la massa nel quadrato della velocità, ed essendo data e costante m, sarà $f=uu=$ GO, dunque $u=\sqrt{GO}$; il che ec. E' manifesto che CE dinota la forza dell'acqua per far tendere il filo AB, come EF rappresenta la resistenza del medesimo, riportata al peso, che lo tende.

IV.

Scolio. Il Guglielmini alla Prop. IX. del Libro *Aquarum fluentium mensura*, stabilisce questa velocità in ragione delle tangenti del medesimo angolo, esprimendosi: *Quare si superficies aquae vel nullo modo, vel insensibiliter sit ad horizontem inclinata, quam proportionem habebunt tangentes angulorum inclinationis, eamdem habebunt & velocitates*. Ciò nasce per aver egli stabilito come principio; Che le potenze sieno come le tangenti degli angoli d'inclinazione, quando che, rappresentandosi per esse potenze le velocità, e per le tangenti le impressioni dell'acqua, stanno i quadrati di quelle come queste, secondo i più veri principj della Statica, almeno per quanto sono io persuaso, documentato da molte osservazioni ed esperienze, ed assicurato da raziocinj de' più celebri Matematici del passato, e del presente secolo. Lo stesso Sig. Manfredi nelle *Annotazioni* al Libro della natura de' fiumi *Annotazione* XII. stabilisce almeno ne' fiumi insensibilmente decli-

declinanti col loro fondo dall'orizzontale, che le *tangenti degli angoli delle deviazioni dal perpendicolo* debbano ſtare fra loro, come i quadrati delle velocità dell'acqua.

V.

Per ridurre al concreto quanto ſi è dedotto in ordine a rilevarſi le velocità col mezzo delle palle ſoſpeſe da fili, ſia il fondo del fiume, o una linea a queſto parallela, o orizzontale, o inſenſibilmente inclinata all'orizzonte BS (*Fig.6. Tav. II.*); La ſuperficie della di lui acqua corrente ſia ΦY, ed A ſia il centro del moto del pendolo, che ſopra è deſcritto; La lunghezza del filo ſia AB, e queſta non oltrepaſſi l'altezza ΦB, è chiaro, che in queſto ſito non ſi potrà già egli fermare a cagione del corſo dell'acqua, che ſi ſuppone diretto da B verſo S; tenuto però fiſſo in A dovrà aſcendere la palla ſino v.g. in C; deſcrivendo con queſto moto l'arco di circolo BC. Sia da queſto punto C condotto il ſeno retto KC dell'angolo di queſta deviazione, che ſi produca verſo Q, facendo $QK = u = \sqrt{BS}$ per il numero II. e III. di queſto, vale a dire, eguale alla dimezzata della tangente di queſto medeſimo angolo, ch'è la BS; ſarà Q un punto alla curva della velocità ricercata. S'innalzi poi A1V il pendolo per la ſeconda oſſervazione, e ſtante l'impreſſione dell'acqua, deſcriva in queſto ſito l'arco 1H1O; dal punto 1O ſi conduca il ſeno retto 1O1γ, e ſi produca ſino in R, coſicchè 1R1γ ſia come la dimezzata della reſpettiva tangente dell'angolo di deviazione B1G, il che ſi otterrà col condurre 1O1C parallela ad AB, ſino che tagli l'arco BC in 1C (e così degli altri punti 2C, 3C, 4C, 5C, 6C,) e ſarà il punto 1R un altro punto della curva delle velocità, riſpondente a queſta ſeconda ſtazione. Dipoi s'innalzi il centro del moto del pendolo ſucceſſivamente in 2V, 3V, 4V ec. e l'impreſſione dell'acqua faccia ſalire la palla per gli archi 2H2O, 3H3O, 4H4O, da tutti i quali punti 2O, 3O, 4O ſi conduchino pure i reſpettivi ſeni retti 2O2γ, 3O3γ, 4O4γ, e ſi produchino in 2R, 3R, 4R, coſicchè queſte linee ſtieno reſpettivamente in dimezzata delle tangenti preſe, come ſopra B2G, B3G, B4G; e ſaranno per le coſe dette, tutti i punti R alla medeſima curva delle velocità per i fiumi orizzontali. La coſtruzione della qual curva, e proprietà di eſſa ſaranno regiſtrate ne' numeri ſeguenti.

VI. *Sco-*

VI.

Scolio. Sopra di che è da notarsi, che abbenchè la palla raccomandata al filo in A sia tenuta in tanta lunghezza di questo, da poter anche arrivare al fondo B del fiume, ciò non ostante, venendo ella dal corso dell' acqua spinta fino in C, nel caso cioè della prima stazione, o sia nella massima di lei immersione, è trattenuta da una costante forza a quell' altezza. Nasce questa forza dall' azione de' filamenti dell' acqua KC, che insieme formano un cilindro, il di cui diametro è quello appunto della palla, e dopo ch' è posta in equilibrio nulla vi contribuiscono gli altri filamenti posti fra K ed il fondo B, che però non si potrà con un dato e costante peso di palla in una sola osservazione, misurare le velocità dell' acqua sotto del detto punto K per tutta l'altezza KB. Egli è ben vero, che rilevata la natura della curva delle velocità Q 1R 2R 3R ec. si potrà continuarla dall' una e l' altra parte quanto occorrerà, e che per conseguenza si potranno determinare ancora le velocità competenti allo spazio fra K e B, supposto sempre che non si variino le circostanze, e che le resistenze del fondo non entrino ad alterare le leggi di dette velocità vicino al fondo.

VII.

Per aversi la natura di questa curva delle velocità si chiami AB = 1V1O = 2V2O = 3V3O ec. $= a$, BK $= x$, KC $= y$, BG $= t$, sarà per le tangenti del circolo $t = \frac{a\sqrt{2ax - xx}}{a - x}$, QK $= u$. Perchè dunque $u = \sqrt{BG} = \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{2ax - xx}}{a - x}$, sarà l'equazione $a^4u^4 - 2au^4x + u^4xx = 2a^3x - aaxx$, onde la curva ricercata sarà una specie d' iperboloide, che averà per asintoto una perpendicolare, che s' innalzerà sopra un punto dell' asse AB, e sarà quello, per cui passerà il seno tutto del quarto di circolo, che descriverebbe la palla, se per impossibile la forza dell' acqua, posto il centro del moto sotto A, cioè sotto alla superficie dell' acqua, v. g. in 4H, fosse capace di tenerla sospesa col suo filo nel sito orizzontale: il detto asintoto dunque sarebbe 4HQM, e taglierebbe la curva fra Q ed 1R, e dipoi, prodotto che fosse indefinitamente, si avvicinerebbe sempre alla curva QN senza mai toccarla; essa curva sarà una specie di *anguinea*, le di cui ordinate saranno sempre in ragio-

gione composta dimezzata diretta del seno corrispondente, e della lunghezza del pendolo, e reciproca della subquadruplicata della differenza de' quadrati della medesima lunghezza del pendolo, e del medesimo seno corrispondente. Le dette ordinate dovendosi porre con intervalli crescenti secondo una data ragione, secondo il variar delle immersioni del pendolo, si dovrà pur diversificare la specie della curva delle velocità, onde per servirsene nel caso delle osservazioni sopra di qualche fiume, basterà poterla descrivere per punti, a misura della varietà di esse osservazioni, secondo i varj angoli della deviazione, che compariranno nella diversa immersione.

VIII.

Corollario. E perchè $\frac{\sqrt{a}\sqrt{2ax-xx}}{a-x}=\frac{\sqrt{ay}}{\sqrt{\sqrt{aa-yy}}}=u$, se $y=a$, cioè se la forza tenesse la palla sospesa orizzontalmente, diverrebbe l'espressione $\frac{\sqrt{aa}}{0}=u=\infty$, cioè a dire, che vi abbisognerebbe di una forza infinita per tenerla in tal positura sospesa; e se $y=0$, cioè allor quando la velocità fosse nulla, si cangerebbe la formola in $\frac{a}{\sqrt{\sqrt{aa}}}=u=0$, e perciò in tal supposizione di niuna forza abbisognerebbe, ed in tal caso la curva di queste velocità comincerebbe nell'asse AT.

IX.

Sia la superficie del fiume la Φ Y, la quale, secondo le osservazioni, correndo con moto più tardo degli altri strati di acqua più verso del fondo, come sarebbe, in grazia di esempio, degli strati, che passano per 4γ, 3γ, 2γ ec. ne deriva, che se verrà concepito, che l'acqua continuasse in altezza viva verso T, dovesse finalmente arrivare ad un punto 1V, ovvero 2V, 3V ec. in cui l'acqua niente si movesse, e ciò accaderebbe ogni qualvolta il moto di essa si faccia col mezzo della pressione, o pure, ch'è lo stesso, l'altezza Φ1V equivalerebbe alla differenza, che correrebbe fra l'altezza della conserva, che somministrasse nel suo principio l'acqua al fiume, e la data superficie corrente, come ordinariamente viene supposto dagli Idrometri. Cercando dunque le espressioni analitiche di queste altezze, e paragonandole con le respettive ordinate Rγ, si averà la ragione, che correrà fra esse altezze, e le velocità, ch'è

la ſolita e neceſſaria ricerca di chi maneggia la dottrina delle acque. Se noi foſſimo contenti di far il paragone fra le velocità, e le reſpettive altezze vive dell' acqua, che terminano in φ, avreſſimo una falſa analogia, eſſendochè ſe muoveſi l' acqua della ſuperficie, egli è ſegno evidente, che un' altra forza ſtia ſopra di quella, e così ſucceſſivamente ſino alla quiete: ecco l' idea generale per averſi le altezze compreſe fra il ſeno retto della deviazione, allorchè la palla è nella maſſima ſua immerſione, ed il punto della quiete, di cui ſi è parlato. (*Fig. 6. Tav. II.*) Dicaſi il numero de' gradi della maſſima deviazione del pendolo n, la differenza de' gradi per ogni nuova immerſione chiamiſi p; ſia q eguale alla differenza fra la maſſima, e la minima immerſione, ſarà $\frac{n}{p}$ la parte da aggiungerſi al ſeno del complemento dell' angolo di deviazione, che ſi dinoterà per m, e la quantità $\frac{n}{p}$ ſarà eſpreſſa nelle parti del raggio, o del pendolo, che per maggior facilità ſi può intender diviſo in ſei parti eguali, ſarà dunque AK + AT — T 1 V (= AB), avvertendo, che AK diventerà ſucceſſivamente 1 γ 1 V, 2 γ 2 V, 3 γ 3 V ec. $m + \frac{n}{p} - a$ per il punto K, e per gl' altri caſi, eſſendo AK, $m - q$ ſarà per conſeguenza la ricercata altezza per tutte le poſiture $m - q + \frac{n}{p} - a$, e la ragione della velocità all' altezza ſarà come $\frac{\sqrt{a\gamma}}{\sqrt{\sqrt{aa - \gamma\gamma}}}$ ad $\overline{m + \frac{n}{p} - q - a}\,\big|^{b}$ potendo b eſſer qualunque numero intiero o rotto da determinarſi da' fenomeni.

X.

Scolio. Indicato, come ſi diſſe, dal Caſtelli, dal Guglielmini, e dall' Ermanno queſto modo di rintracciar la ragione delle velocità ne' fiumi, in certa occaſione che, io ebbi ſino dall' anno 1717, feci nel Po i più eſatti ſperimenti, che mi fu permeſſo: Avendo dunque preparato una palla di legno, di groſſezza di once una e mezzo in circa, nella quale era anco ſtato infuſo in una cavità, ch' eraſi fatta dentro di eſſa, del piombo liquefatto; queſta palla veniva poi raccomandata al centro d' uno ſtrumento graduato col mezzo di un filo di ſeta, indi ſervendoſi di un picciolo pendolo raccomandato al medeſimo centro, tenevaſi diſpoſto a piombo il piano dello ſtrumento, e ſempre diretto parallelo al corſo del fiume, di modo che la palla portata dal corſo dell' acqua ſi veniva a diſpor-

re

re al ſuo equilibrio, ed il filo, a cui era raccomandata, marcava con ſufficiente preciſione gli angoli della deviazione; quello che potei oſſervare nelle tante eſperienze fatte in detta viſita fu, che abbaſſando il centro del moto con dati ed eguali intervalli, ed immergendoſi però per altrettanto ſpazio la palla, gli archi deſcritti dalla medeſima andavano creſcendo con eguali incrementi. Si noteranno nella ſeguente Tavola fedelmente tutte le oſſervazioni allora fatteſi, con tutte le circoſtanze di lunghezza di pendolo, e di altezza dell'acqua, ſopra di cui praticavanſi gli ſperimenti, attribuendoſi qualche differenza degli accreſcimenti degli archi alla difficoltà, che d'ordinario accompagna le oſſervazioni. Saranno poſti nell'ultima colonna i gradi corretti de' medeſimi archi.

XI.

Tavola delle oſſervazioni per le velocità.

Luoghi delle oſſervazioni.	Altezze vive delle Sezioni.	Lunghezze del pendolo ſino al centro della palla.	Varie immerſioni della palla ſotto la ſuperficie dell'acqua.	Gradi corriſpondenti ſecondo le varie immerſioni.	Gradi corriſpondenti corretti.
A Creſpino li 12. Maggio 1717.	p. 24.	p. 6.	5	68	70
			4	60	60
			3	50	50
			2	40	40
ivi lo ſteſſo giorno.	p. 26.	p. 6.	5	66	66
			4	57	57
			3	48	48
			2	40	39
Dirimpetto la Chiavica di Raccano. 14. detto.	p. 33. 7.	p. 6.	5	64	64
			4	56	56
			3	48	48
			2	40	40
Nel Po delle Fornaci ſotto le Papozze. 12. detto.		p. 6.	5	64	64
			4	56	56
			3	48	48
			2	40	40
Dirimpetto la Chiavica di Raccano. 14. detto.	p. 19. 5.	p. 6.	5	57	59
			4	50	50
			3	41	41
			2	32	32
ivi lo ſteſſo giorno.	p. 14. 1.	p. 6.	5	51	50
			4	46	45
			3	40	40
			2	35	35

Segue la Tavola antepofta.

Po di Ariano alla Cafa Gi- lioli. 12. Maggio 1717	p. 8. 8. 8.	p. 6.	5 4 3 2	47 42 36 26	48 42 36 30
ivi lo fteffo giorno.	p. 9. 5. 11.	p. 6.	5 4 3 2	47 42 36 26	47 41 35 29
Crefpino 12. detto.	p. 10. 7. 3.	p. 6.	5 4 3 2	46 41 34 28	46 40 34 28
Po di Ariano alla Cafa Gi- lioli. 12. det- to.	p. 9. 7. 7.	p. 6.	5 4 3 2	45 40 35 28	45 40 35 30
ivi lo fteffo giorno.	p. 8. 0. 3.	p. 6.	5 4 3 2	41 37 34 29	41 37 33 29
Papozze li 9. detto.	p. 27. 3. 9.	p. 6.	5 4 3 2	35 30 25 20	35 30 25 20
Po di Ariano alla Torre Panfilia.	p. 10.	p. 6.	5 4 3 2	33 27 23 18	33 28 23 18
Paporze 9. detto.	p. 18. 4. 9.	p. 6.	5 4 3 2	30 25 20 17	30 25 20 15
ivi li 9. detto.	p. 12 9. 10.	p. 6.	5 4 3 2	23 20 18 15	24 21 18 15
		p. 6.	5 4 3 2	15 12 9 6	15 12 9 6
		p. 6.	5 4 3 2	5 4 3 2	5 4 3 2

Rima-

XII.

Rimane da ſupputare la ragione delle velocità riſpetto alle correſpondenti altezze, in qual proporzione cioè ſtia Rγ, a γ1V, il che ſi ricaverà dalla formola poſta al num. IX. di queſto, ch' è $\frac{\sqrt{ay}}{\sqrt{\sqrt{aa-yy}}}$, a $m+\frac{n}{p}-q-a$, e prendendo a conſiderare la maſſima e la minima deviazione di ciaſcheduna oſſervazione, ſervendoſi delle intermedie per rilevare con qual differenza progrediſcono gli archi, onde averſi il punto di quiete 1V ec. Si è dunque calcolata la ſeguente Tavola, in cui la prima colonna contiene gli archi maſſimo e minimo di deviazione; La seconda le velocità; La terza le reſpettive altezze; La quarta l'eſponente delle medeſime altezze, ricavato mediante il Lemma del numero XIV. della prima Parte di queſto Capitolo, onde poi reſtano, ſecondo il medeſimo eſponente, proporzionali le altezze, e le dette velocità; La quinta colonna contiene proſſimamente in numeri rotondi il detto eſponente, e la ſeſta finalmente eſprime i gradi compreſi ſecondo le diverſe proporzioni, che ne emergono.

Segue la Tavola.

Gra-

Gradi di deviazione.	Velocità corrispondenti.	Altezze razionali corrispondenti.	Frazioni, che esprimono l'esponente delle altezze.	Numeri prossimi di esse Frazioni.	Gradi compresi secondo le diverse proporzioni.
70 40	524 289	50866 43246	2574276 704907	7 2	dal 70 al 66
66 39	474 285	62891 49921	2214452 1003070	2	dal 66
64 40	452 289	77172 59912	1939120 1099492	2	al 60
60 36	416 269	74999 55879	1885789 1278247	3 2	dal 60
59 32	399 250	60751 44041	2026446 1396990	3 2	al 50
50 35	345 264	130944 98564	1153953 1232389	1	dal 50
48 30	333 240	100242 69922	1419536 1562663	1	
47 29	328 236	115420 84670	1430901 1444762	1	
46 28	317 230	97246 66056	2093319 2144821	1	
45 30	316 240	120710 86590	1190830 1442396	1	al 41
41 29	295 239	146280 108280	910965 1307201	2 3	dal 41
40 27	289 216	109912 73952	1275739 1720595	2 3	
35 20	264 191	98566 60626	1420856 2110848	2 3	
33 18	255 180	93849 55099	1503871 2313152	2 3	
30 15	240 164	86590 46580	1667020 2692682	2 3	al 24
24 15	211 164	124672 79912	1102689 1929169	1 2	dal 24
15 6	164 103	79912 32954	2032526 3847457	1 2	
5 2	93 59	82954 33274	1994330 3967636	1 2	al 2

XIII.

Sia da rintracciarsi mediante la palla sospesa ad un quadrante, come si è esposto ne' numeri superiori, lo spazio percorso dall' acqua in qualunque dato tempo. Si prenda con la maggiore possibile esattezza in una data profondità di acqua corrente l' angolo di deviazione del pendolo, avvertendo che resti profondato sotto la superficie del fiume il meno che sia possibile, di poi con un esatto orologio alla mano, posto prima un galleggiante nel filone del fiume, nel sito della prima osservazione, si noti dentro un dato tempo il viaggio che farà esso galleggiante, ed in grazia di esempio abbia fatto in un' ora miglia due, il che si potrà raccogliere dal tempo consumato nel fare 200. passi, o qual' altro numero de' medesimi si vorrà, senza aver la pena di accompagnarlo per tutto lo spazio delle due miglia; in ragione dunque di mille passi geometrici per miglio, saranno per le due miglia once 120000, che diremo s; L' angolo della deviazione sia FAE (*Fig. 7. Tav. II.*) di gradi 20, il di cui seno retto DG, ed il seno tutto AF, o AG, onde si deduce, che dove l' acqua ha forza di spinger oltre il galleggiante per lo spazio s, la palla si discostà dalla perpendicolare in quella data altezza per gradi 20. Sia ora o nel medesimo o in altro fiume da rilevare per un altro dato angolo di deviazione FAg quanto cammino faccia l' acqua, dico che questo sarà sempre in ragion composta della diretta del primo spazio s, e dimezzata della tangente Fe di questo ultimo angolo di deviazione, e reciproca pur dimezzata della tangente FE dell' angolo di deviazione della prima osservazione radicale in parità di tempi: imperocchè le velocità de' fiumi per il numero V. di questa seconda Parte sono in ragione dimezzata delle tangenti degli angoli di deviazione, e per esser ne' fiumi (come si dirà a suo luogo) equabile il moto loro progressivo, saranno gli spazj percorsi, come le velocità, onde la velocità radicale della prima osservazione allo spazio percorso, sarà come la velocità dell' ultima osservazione allo spazio, che si ricerca, o pure la dimezzata della tangente Fe al ricercato spazio; che però questo sarà in ragione composta della diretta dello spazio s, e della dimezzata di Fe, ed inversa pur dimezzata di FE, come si è detto.

XIV.

Scolio. Riduciamo la cosa all' esempio, supponendo la deviazione del pendolo nella seconda osservazione esser di gradi 55. Per i trian-

i triangoli fimili ADG, AFE farà come la fecante AE al raggio AF, così AF = AG al feno del complemento AD, che però AD farà (fatto il calcolo) eguale a parti 95300 delle 100000, in cui s' intende divifo il raggio, e per la medefima ragione A*d* farà di quelle parti 58170. Sara parimenti come quefto feno del complemento al feno retto DG, così il raggio alla tangente FE, onde pel primo cafo farà FE eguale a parti 36410, e la F*e* = 142700, e la radice di FE farà 191 in circa, e quella di F*e*, 378; quindi lo fpazio ricercato farà $\frac{120000 \times 378}{191}$ = a paffi 3960, onde l' acqua in quefto fecondo ftato camminerebbe in un' ora quafi il doppio della prima; dovendofi avvertire, che fe l' efperimento fi farà nel medefimo fiume, lo fpazio che fi ritroverà, competerà a que' filamenti di acqua, che rifponderanno al fito fotto della fuperficie, ove fi troverà la palla; e fe lo fperimento fi praticherà in altro fiume, fi dovrà pure aver riguardo al detto fito, o veramente procurare, che la palla ftia il più che fia poffibile vicina alla fuperficie, fenza però che mai refti nell' orizzonte di quefta.

X V.

Scolio II. Dovendofi nel fatto de' fiumi concretare qualche cofa di pofitivo in tanta varietà di offervazioni, che fi fono riportate in riguardo delle velocità, non fi tralafcerà di avvertire, quanto in tal propofito fi reputa più conforme al vero. Credè il Caftelli effer le velocità delle acque correnti nella femplice ragione delle refpettive altezze, ma la di lui fperienza riferita da noi puntualmente al numero II della prima Parte di quefto Capitolo, viene riputata dalla maggior parte degl' Idrometri, come mancante della neceffaria efattezza; anzi l' Autor Modanefe, di cui abbiamo fatta menzione, avendo rifatta la fteffa fperienza con qualche variazione però delle circoftanze, come fi è notato al num. XVI. e feguenti della detta prima Parte, non ritrovò in fatti, quanto aveva dedotto il Caftelli, ben rilevò dalle fue offervazioni, che le altezze dell' acqua corrente fteffero fra di loro nella duplicata fubtriplicata della quantità dell' acqua, e per confeguenza, che le velocità fiano come le radici quadrate delle refpettive altezze, effendochè le quantità dell' acqua ftanno fra di loro come le altezze e le velocità, confiderandofi la larghezza della fezione, come data e coftante. Sopra quefto particolare nientedimeno quando lo fperimento del Barattieri riferito al numero

mero VIII. della ſteſſa prima Parte ſia ſtato praticato con le dovute cautele, potrebbe molto contribuire per farci accoſtare al vero, eſſendo ella ſtata una oſſervazione reale fatta in un condotto con un Regolatore, dove gli ſperimenti del Caſtelli, e dell' Anonimo Modaneſe ſono ſtati eſeguiti in piccioli canali. Il maggiore ſcrupolo che io aveſſi nell' oſſervazione di eſſo Barattieri ſarebbe il ſapere ſe in fatti egli laſciaſſe, che le acque ſi bilanciaſſero nel condotto, ridotto che l' ebbe alla piena, come era ben neceſſario per rettamente dedurre gli effetti dello ſperimento, e ſe oſſervaſſe nel medeſimo condotto inferiormente al Regolatore, l' acqua ſcemata, e creſciuta di altezza viva, ſenza le quali avvertenze non può concludere la di lui ſperienza, come che ſupporrebbe ſenza fondamento alcuno, che tutta l' acqua, che paſſava pel Regolatore avanti che foſſe chiuſo, paſſaſſe ancora dopo eſſerne ſtata chiuſa la metà, il che, come ſi è detto, dipende dall' aver oſſervato, ſe nel canale ſotto del regolatore veniva alterata l' altezza dell' acqua, giacchè probabilmente per ridurſi a ſcaricare la medeſima quantità, doveva ſuperiormente ſtare per qualche ſpazio di tempo ſul creſcere; con tutto ciò può darſi, che abbia egli fatte tutte le opportune diligenze, abbenchè non le abbia regiſtrate nel ſuo Libro; il che ſuppoſto, concluderebbe la di lui oſſervazione, che le altezze dell' acqua foſſero in dimezzata delle reſpettive quantità dell' acqua, che paſſa per una data ſezione. Ciò che merita del rifleſſo intorno allo ſtabilimento della legge delle velocità in riguardo alle altezze ſi è quel tanto, che viene regiſtrato nella Raccolta di Bologna, come ſi è conſiderato al num. X. della prima Parte di queſto Capitolo, mentre quelle oſſervazioni furono fatte con l' aſſiſtenza di celebri Matematici, fra quali il Caſſini; reſtando pur anche avvalorata la probabilità della propoſizione dall' uſo, che ne fece il Montanari in tutti i ſuoi calcoli delle acque, come ſi è notato al numero ſteſſo, ſapendoſi che queſto chiariſſimo Matematico aveva in uſo di non ſervirſi delle nude ipoteſi, ma delle medeſime volerne con ſcrupoloſe oſſervazioni i più accertati fondamenti.

XVI.

Scolio III. Da che il Torricelli, il Merſenno, il Mariotte, il Guglielmini, ed altri oſſervarono ne' vaſi, che ſcaricano dell' acqua per fori in eſſi aperti, eſſere la proporzione delle velocità in dimezzata delle reſpettive altezze, ſi preteſe di dedurre, che la

ſteſſa ragione debba pur verificarſi anco nelle acque correnti, conſiderando che ne' fiumi orizzontali, all' altezza dell' acqua ne' vaſi poteva eſſer analoga, e produr lo ſteſſo effetto, l' altezza viva del fiume, e ne' fiumi inclinati riſpondere all' altezza dell' acqua ne' vaſi l' altezza che vi è fra un punto dell' altezza viva di quel fiume e l' orizzontale, che paſſaſſe per l' origine dello ſteſſo fiume; veggaſi di ciò il Trattato del Guglielmini, *Aquarum fluentium menſura* nelle propoſizioni II. del Libro ſecondo e terzo; nientedimeno non ben pare adattabile l'analogia predetta de' vaſi, che ſi ſcaricano per i fori con le acque correnti; imperocchè ſembra, che anche il moto già concepito dall' acqua nel cammino poſſa alterare non poco la velocità, che dalla ſemplice preſſione foſſe per naſcere: nè gli ſperimenti regiſtrati nella parte prima di queſto Capitolo dal numero XX. al XXIV. praticati nel Po, e nella Foſſa Poleſella nell' incontro della viſita 1721. poſſono in verun conto ſtabilire la detta propoſizione, cioè che le altezze nelle acque correnti ſiano come i quadrati delle velocità, mentre che dalle ſteſſe oſſervazioni ſi rileva ſeguire dal pari gli ſteſſi fenomeni in ordine alla quantità dell' acqua e nell' acqua corrente, e nella ſtagnante, coſa che mal ſi può adattare a due coſe aſſai differenti; anzi per poco che vi ſi attenda, ſi può ſcoprire il fondamento dell' equivoco dell' eſperimento, avvegnachè opponendoſi l' immerſa fiaſca idrometrica alla correnzia dell' acqua con una faccia o fronte larga da due once in circa, e fermandoſi queſta normalmente al corſo, obbliga tutti i filamenti dell' acqua che in queſto urtano, a fermare il loro corſo, ed i filamenti ſuperiori nella medeſima altezza viva dell' acqua, altra forza verſo di queſti trattenuti non eſercitano, che quella della ſemplice preſſione. Per tanto egli è lo ſteſſo, come ſe in fatti l' acqua del fiume per rapporto all' acqua, che entra nella fiaſca, ſteſſe ſtagnante, ed uſciſſe pel foro di un vaſo: onde la ſuddetta benchè ingegnoſa oſſervazione non può farci conoſcere il ricercato grado del moto delle acque correnti.

XVII.

Scolio IV. Non pare che un tal equivoco poſſi accadere ſervendoſi per l' eſame delle velocità, della palla, di cui ſi è detto, mentre il muoverſi, che fa eſſa intorno al centro del pendolo, fa che tanto ſi ſcoſti dal perpendicolo, quanto importa il pareggiarſi de' momenti fra il corſo dell' acqua, ed il peſo reſpettivo

della

della palla, e per conseguenza resta manifesto, che l'angolo di deviazione può servir di fondamento per un giusto calcolo delle velocità Noi al numero I. di questo Capitolo, abbiamo trovato, che gli archi di deviazione in eguali immersioni della palla, vanno crescendo aritmeticamente, e sino a che altri più accurati di noi non ci mostrino altra progressione di questi archi, ci sarà lecito di attenersi a quanto abbiamo esposto nella Tavola registrata al numero XII. di questo. In questa dunque ogn' uno può chiaramente vedere, che le leggi del moto nelle acque correnti non sono sempre le stesse, e se vogliamo spiegare questo moto con la forza della pressione, il che pare assai consentaneo alla verità, noi vediamo dalla detta Tavola; Primo, che se il moto dell'acqua è assai intenso, vale a dire, se immersa la palla sotto la superficie dell'acqua per piedi cinque, si ottiene un arco di 70 gradi, e ritratta poi così che resti solo immersa un piede, abbiasi un arco di gradi 40, con differenza di gradi 10 per ogni piede d'immersione, noi vediamo dico, che le altezze prese dalla quiete perchè succeda con la forza della pressione il detto moto, stanno in ragione settuplicata dimezzata delle corrispondenti velocità, ed accostarsi assai alla ragione quadruplicata. Secondo, se il massimo arco è gradi 66, ed il minimo 39, e che le differenze sieno di 8 in 9 gradi per ogni nuova immersione, in tal caso le velocità stanno come i quadrati delle altezze. Terzo, se il massimo arco è 64, il minimo 39, e le differenze degli archi parimente di 8 in 9 gradi per ciascuna immersione, saranno le velocità in triplicata dimezzata delle altezze. Quarto, se il massimo arco è 50, ed il minimo 30, e la differenza degli archi di gradi 5 in 6 per immersione, stanno le velocità nella semplice ragione delle altezze, come vogliono il Castelli, il Barattieri, il Montanari, ed i Raccoglitori di Bologna. Quinto, se il massimo arco è 41, ed il minimo 15, con differenza da arco ad arco di gradi 4 in 5, allora le velocità sono in ragione duplicata subtriplicata delle altezze. Sesto, se il massimo arco sarà gradi 24, ed il minimo gradi 2, con differenza fra arco, ed arco di gradi uno sino a tre, saranno le velocità come le radici quadrate delle altezze, come vogliono il Guglielmini ed altri rinomati Autori. Da tutto ciò si raccoglie verificarsi in realtà nelle acque correnti tutte le ipotesi fin ora corse fra gli Idrometri, e molte altre ancora non considerate oltre di queste. Pertanto se il fiume corre molto veloce, e le differenze fra ar-

co e arco, dentro però le circostanze con le quali si sono fatte le nostre osservazioni, registrate nella Tavola del numero XI. di questa seconda parte, stanno come ivi si sono notate, converrà nel calcolo delle velocità servirsi delle ragioni rilevate nell' altra Tavola del numero XII. Se il fiume corre lento, servirsi dell' ordinaria dimezzata delle altezze, e ne' moti che non sono gran fatto tardi; nè gran fatto concitati converrà adoprare le altre ragioni, parimente notate in essa Tavola. Egli è ben vero, che un solo punto di *sublimità* o di quiete del fluido non può servire per tutta la sezione; mentre in questa potrà tal acqua correre con differenze tali di archi, che ricerchino tutti diverse proporzioni; quindi per aversi una velocità media, converrebbe in una data sezione rilevare con quali differenze andassero crescendo gli angoli di deviazione, e presa poi di ciascheduna osservazione la velocità media, prendere dell' aggregato di tutte una nuova velocità pur *media*, ed il simile fare delle respettive altezze, e da ciò ne risulterebbe la più prossima ragione delle velocità per rapporto alle altezze.

XVIII.

Scolio V. Sia per esempio da esaminare o una sezione di un fiume, o parte di essa, vale a dire per quella altezza, a cui arriva la lunghezza del pendolo sopradescritto, e per non allontanarsi dal vero, prendiamo alcune osservazioni, che furono fatte nel Po dirimpetto alla Chiavica di Raccano l' anno 1717. li 14. Maggio. Furono queste in numero di cinque, che stanno anco registrate nella Tavola del numero XI. di questa seconda parte, ma sparsamente, cioè in que' luoghi, che loro competono per la serie. Quì le porremo tutte a' suoi luoghi, anzi ad oggetto di una maggior chiarezza, sia nella seguente Figura 8. Tavola II. la larghezza del Po AB, la quale dalle osservazioni fatte del 1721. nella visita di quel fiume fra' Pontificj, Cesarei, e Veneti, fu riconosciuta di pertiche 65 Bolognesi, li 20 Marzo. Sia A la parte destra del Po, B la di lui parte sinistra, e più vicina alla Chiavica suddetta, che non è gran fatto superiore alla Terra della Polesella. La prima osservazione fu in GM in altezza di piedi 33 : 7, gli archi per la deviazione con differenza di piedi 4 d' immersione della palla furono, il primo e massimo di gradi 64, e il secondo e minimo di gradi 40. Nella seconda osservazione FL, sempre con la stessa differenza d' immersione, il massi-

massimo arco fu di gradi 57, il minimo 32. Nella terza EK il massimo fu 50, il minimo 35. Nella quarta DI il massimo fu gradi 47, il minimo 29, e nella quinta ed ultima HC il massimo fu 40, ed il minimo 25. Ciò fatto si ricorra alla Tavola suddetta fondamentale numero XII. e si troverà, che per la prima osservazione le velocità sono come i quadrati delle altezze, cosicchè prendendo prima la media velocità fra la massima e la minima, che è 370 (nascendo questo numero dalla somma 452, e 289 divisa per metà) la media altezza verrà ad essere secondo la Tavola 68542, che ridotta in piedi (de' quali in sei s' intende diviso il filo, che sostiene la palla) col moltiplicare questo numero per 6, e dividerlo per 100000, si averà 4 per la detta altezza media in piedi (omettendo le piccole frazioni per brevità, e perchè solo insensibilmente alterano il calcolo) e quadrando sarà la velocità, come piedi 16. Per la seconda osservazione si ha dalla stessa Tavola dover esser le altezze in triplicata dimezzata rispetto alle velocità; onde col metodo detto di sopra, si ricava che le velocità saranno come 5. Per la terza osservazione e per la quarta, avendosi che le velocità debbano essere nella semplice ragione delle altezze, saranno la terza, come piedi 6. once 10, e la quarta come piedi 6 (cioè a dire, che tanti piedi di altezza di acqua, che s' intenda posta sopra i punti, ove cadono le velocità medie, produrranno queste tali velocità) e finalmente per la quinta osservazione, essendo le velocità in ragione duplicata subtriplicata delle altezze, sarà la velocità competente, fatto il calcolo, come 3. Si raccolgano tutte queste velocità in una somma, e si averanno piedi 36: 10, che divisi per lo numero delle osservazioni 5, saranno piedi 7: 4. per la velocità ragguagliata o media equivalente alla vera dell' acqua sopra il punto della velocità media della sezione, in cui si sono fatte le operazioni predette. Per aversi però la mole dell' acqua, che per la detta sezione passerà in un dato tempo, basterà moltiplicare la larghezza nell' altezza di essa sezione, e poscia nel sopra ritrovato numero esprimente la velocità. Per aver l' altezza ragguagliata di questa parte della sezione, bisogna sommare separatamente gli archi massimi di deviazione di ognuna delle osservazioni, e dividere la somma per lo numero delle medesime, e si averà l' arco medio per le ricercate altezze: così nel caso presente la somma è 260 gradi, e l' arco ragguagliato gradi 52, il di cui seno del complemento 38 sarà, fatte le de-

debite calcolazioni piedi 4 once 8 a un dipresso, da cui detratto un piede cioè la Aφ (*Fig.6. Tav. II.*) restano piedi 3 : 8, e la quantità dell'acqua che si ricerca sarà 17479 numero prodotto dalla moltiplicazione di $650 \times 7 \frac{1}{3} \times 3 \frac{2}{3}$, che è due volte e mezzo in circa maggiore di quello che proverrebbe calcolando col fondamento de le ordinarie regole della dimezzata delle respettive altezze, il che sarebbe solamente 5589, e quasi il doppio di questo numero si avrebbe servendosi della regola del Castelli, che darebbe 8737, dal che si può agevolmente comprendere, quanto lontano dal vero ci guidino i metodi, che sono in uso pel calcolo della quantità dell'acqua ne' fiumi.

XIX.

Essendo che ne' computi antecedenti non si è calcolato, che la portata dell'acqua per una parte della sezione, vale a dire per la sola altezza, a cui arriva il pendolo, qualora è allontanato dalla perpendicolare per l'azione dell'acqua, il che, come si è veduto, risponde al seno del complemento dell'angolo di deviazione, quindi sarebbe da cercarsi il metodo di rilevare l'intiera portata dalla sezione: Per eseguirlo sembrerebbe congruo il modo posto in uso ne' numeri antecedenti, cioè di progredire nell'esame delle velocità, che è quel tutto, che cercarsi deve, e ciò secondo la progressione ritrovata coll'uso della palla, vicino alla superficie dell'acqua; come per esempio, se la velocità superficiale è di gradi 25, la susseguente un piede più verso del fondo fosse di gradi 30, la prossima un altro piede più sotto fosse gradi 35, e la quarta gradi 40, sembra giusta illazione il dire, dunque 8 piedi sotto della superficie sarebbe gradi 60, e 12 piedi sotto della medesima superficie dovrebbe essere gradi 80; ma un tal discorso non risponde all'osservazione, secondo a tutti i casi possibili: conciosiachè vi sono delle velocità, che crescono con tali eccessi, che progredendo secondo la detta ragione, prima di arrivare al fondo, l'angolo di deviazione verrebbe ad essere maggiore del retto, con manifesto assurdo, non potendo l'acqua con tutto l'impeto che può concepire, se pur questo non fosse infinito, arrivar a tener sospeso il pendolo orizzontalmente, e senza una forza più che infinita, per parlare col linguaggio della scienza interiore, non si può mai fare oltrepassar l'angolo retto al pendolo. Tornisi a considerar quì alcuna delle osservazioni registrate al numero XI. di questa seconda parte, e fra que-

queste la prima fatta a Crespino, la quale essendosi praticata in un fondo di piedi 24 con differenza di 10 gradi per ogni piede d' immersione della palla, quando per due soli piedi fosse essa stata ancora profondata, avrebbe dovuto oltrepassar l'angolo retto, e da una forza più che infinita esser distratta, il che in alcun modo non poter succedere ognuno lo comprende. Nella seconda osservazione, fatta parimenti a Crespino in fondo di piedi 26, con differenza di deviazione di gradi 9 per ciascuna immersione, profondata la palla a piedi 9. oltrepasserebbe l'angolo retto, e darebbe, con assurdo, un angolo di gradi 93. Nella terza osservazione fatta a Raccano in fondo di piedi 33 : 7, arriverebbe oltre l'angolo retto, cioè a gradi 92, allorchè fosse immersa la palla piedi 9, cioè quando pur anco vi restassero piedi 24 : 7 ad arrivare al fondo. Nella quinta osservazione ivi in fondo di piedi 19 : 8, arriverebbe l'angolo di deviazione ai gradi 96, quando la palla stesse alta dal fondo piedi 9 : 5. Nella duodecima osservazione alle Papozze in fondo di piedi 27 : 3 : 9, quando la palla fosse immersa, di modo che restasse essa discosta dal fondo piedi 11 : 3 : 9, ascenderebbe all'orizzontale, ed immergendola ancora di più, oltrepasserebbe la detta orizzontale, con maggior assurdo. Finalmente nella osservazione XIV. alle Papozze in fondo di piedi 12 : 9 : 10, allorchè fosse immersa la palla ad un solo piede lontano dal fondo, essa sarebbe asportata ad avere un angolo di deviazione di gradi 90.

XX.

Dalle quali cose chiaramente apparisce l'incongruenza dell' illazione, ed esser impossibile, che avvicinandosi al fondo con le immersioni possa sussistere la stessa legge degli accrescimenti degli angoli di deviazione, e convien dire, che le resistenze, che incontra l'acqua a cagione del soffregamento del fondo, alterino molto sensibilmente le sopraddette proporzioni, nè in verun modo siano queste da negligersi da chi pretende rilevare i veri accidenti del moto delle acque. E vaglia il vero, essendo io li 11. Maggio 1717. sul Po di Ariano alla Mezola, accommodai il filo della palla, perchè fosse di pari lunghezza con l'altezza viva dell'acqua, cioè di piedi 8 : 8, onde immerso fino a fior di acqua, e di poi successivamente estratto di piede in piede, cosicchè l'ultima osservazione fu fatta con un piede d'immersione, si ritrovarono i gradi di deviazione 24, 23, 22, 21, 19, 17, 16,

16, 12, dal che apparisce che questi angoli non si vanno eccedendo con differenze eguali, ma che a misura, che si accostano al fondo, hanno gli eccessi minori. Parimente nella stessa sezione in fondo di piedi 6: 8, ridotta a questa misura la lunghezza del filo, ed anche quattro once di più, di modo che era piedi 7; fatta però la massima immersione, ed indi estratta di piede in piede la palla, si ebbero i gradi seguenti di deviazione 21, 22, 23, 20, 22, 20, 18, cioè con angoli che sul principio crescono andando verso il fondo, indi inoltrandosi più verso di questo, decrescono. Così nell'osservazione fatta li 14. Maggio 1717. dirimpetto la Chiavica di Raccano nella settima stazione, essendosi in un fondo di soli piedi 4 $\frac{1}{2}$ con la lunghezza però del pendolo di piedi 6, immersa che fu la palla sino al fondo, ed indi successivamente estratta, notandosi l'angolo di deviazione per ogni mezzo piede di estrazione, si ritrovò l'angolo vicino al fondo gradi 19; in piedi 4, gradi 20; in piedi 3 $\frac{1}{2}$, gradi 19; in piedi 3, gradi 18; in piedi 2 $\frac{1}{2}$, gradi 16, e finalmente immersa la palla piedi 2, gradi 14; onde anche da questa osservazione si rileva qual resistenza cagioni il fondo de' fiumi al movimento dell'acqua. Poste le quali cose, ben si comprende mancare il metodo per aversi la serie compita esprimente i gradi delle velocità in una data altezza viva di una sezione di un fiume. Non vi sarebbe altro ripiego per indagare il meglio che fosse possibile quanto si cerca, che il servirsi di una palla assai pesante, acciocchè tanto più esattamente notasse gli angoli più vicini al fondo, ma si caderebbe poscia nell'inconveniente di non potersi avere sensibili differenze degli angoli di deviazione, mentre poco resterebbe mossa dal corso dell'acqua, oltre alla difficoltà grande, che vi sarebbe in maneggiarla.

XXI.

Abbenchè negli antecedenti numeri paja sufficientemente posta in chiaro la teoria delle velocità delle acque correnti col mezzo delle palle sospese da fili, nientedimeno si è voluto avanzar l'esame ad una maggiore facilità per servirsene con frutto, e speditezza nella pratica. Sia il punto fisso A (*Fig. 9. Tav. II.*), da cui penda la palla B, attaccata in A col filo AB, immergasi per un dato spazio sotto la superficie dell'acqua corrente, ascenderà la palla portata dal corso fino v. g. in P, ed ivi durerà sospesa fino a tanto che o ritirisi essa, o più si profondi, cioè fino che resti espo-

esposta ad esser trasportata, e sospesa da un'altra forza: se dal moto di questo pendolo dovessimo noi desumere qualche fenomeno intorno al movimento dell'acqua, converrebbe non alterare nè poco nè molto la prima lunghezza del filo; ma non domandando le nostre ricerche alcuna vibrazione di pendolo, ma il solo trasporto ed equilibrio della palla tenuta sospesa dalla forza dell' acqua, quindi egli è lo stesso o il profondare di più il filo senza variarne la lunghezza, oppure variando essa lunghezza, esporre la palla a sostenere varj impulsi dalla forza del corso. Fatta dunque la prima osservazione, e supposto che l'angolo di deviazione sia BAP, si può prolungare il filo per un dato intervallo, e sia Ab, onde portandosi la palla più verso del fondo, se l'acqua in questo sito si muove con maggiore energia che nel primo, farà salire la palla in 1p, e l'angolo di deviazione sia 1b, A, 1p, dipoi allungato il filo fino a 2b, sia l'angolo di deviazione 2b, A, 2p, e così successivamente, se si condurranno i raggi 1pA, 2pA ec. sarà lo stesso per la seconda osservazione, come se la palla avesse descritto l'arco B, 1O, e per la terza, l'arco B, 2O, essendo che per gli archi concentrici, sono questi tutti proporzionali, onde il calcolo egualmente bene procederà sopra dell'arco B, 1O, B, 2O, come sopra gli archi respettivi 1b, 1p; 2b, 2p.

XXII.

Ma la forza assoluta, con la quale sarà mossa l'acqua impellente della palla, si troverà nel modo, che segue. Per la prima positura P, si conduchino FPD parallela al filo perpendicolare AB, ed il seno dell'angolo di deviazione PH, tirata prima l'orizzontale AE, dipoi si faccia PD eguale al peso assoluto della palla nell'acqua, e condotta la tangente all'arco BP, che sia MP, si faccia DC parallela a questa tangente, e si produca FP fino che tagli la DC in D; sarà per i principj della Statica DC la forza, che avrà la palla per discendere nell' arco PB nel punto P, ed equivalerà alla forza acceleratrice di essa palla; PC sarà la forza, con cui resta teso il filo nella positura APC. Perchè dunque questa palla rimanga dall'azione dell'acqua sospesa in P, dovrà precisamente l'impeto dell'acqua essere eguale alla forza acceleratrice DC, o sia PM. Si produca DM in G, fino cioè, che tagli il seno PH, ed esprimerà la detta PM la forza dell'acqua, che si dirigerà a sostenere la palla, GM

 quella

quella che farà forza sopra lo stiramento del filo a cagione dell'urto dell'acqua, e finalmente la GP rappresenterà la forza assoluta, con la quale si moverà l'acqua, che si è risolta nelle due collaterali GM, MP. Lo stesso accadera in ogni altra positura, e sarà $1g$, $1p$, la forza assoluta rispondente al punto $1b$, e $2g$, $2p$ quella corrispondente al punto $2b$, e le totali distrazioni del filo saranno respettivamente DM + MG; $1d$, $1m + 1m$, $1g$; $2d$, $2m +$ $2m$, $2g$ ec.

XXIII.

E' manifesto, che tutti gli archi descritti da queste diverse lunghezze de' fili si possono ridurre all'arco AB del filo più breve, o a qualunque altro, e che per conseguenza si possono istituire tutti i calcoli sopra questo con assai maggior facilità, e con molto maggior compendio; siccome altresì è manifesto, che se s'intenderanno prodotti tutti i respettivi seni retti PH, 1O, 1Q, 2O, 2Q in S, 1R, 2R ec. cosicchè HS sia eguale a GP, 1Q 1R à $1g$, $1p$; 2Q, 2R à $2g$, $2p$ ec. la linea curva, che passerà per tutti questi punti S, 1R, 2R, sarà la linea delle forze, in cui le ordinate anderanno crescendo come le forze predette; avrà il vertice B, e AT per asintoto, restando solo da avvertirsi, che calcolata sull'arco BE, rimane collocata con inverso sito, vale a dire, che le ordinate da B verso A rappresenteranno le forze crescenti dell'acqua da B verso $2b$ di questa curva, una sola porzione della quale servirà per farci rilevare le forze di un fiume, cioè quella, che cade fra la minima, e la massima immersione, quando l'eccesso con cui gli angoli di deviazione si vanno superando non sia tale, che il respettivo loro seno retto non cada di sopra del precedente: intorno la qual cosa dalla sola ispezione della figura si può rilevare, che durando il corso del fiume nel medesimo stato, se HP, $1b$, $1p$; $2b$, $2p$ rappresentano i filamenti dell'acqua, e che corrino più quelli, che più restano verso il fondo, non mai la palla potrà andar più alta dell'immersione precedente, cosicchè $2p$, non potrà stare sopra dell'orizzontale di $1p$; altrimenti il filamento $1b$, $1p$ correrebbe con maggiore impeto del filamento $2b$, $2p$, che è contro la supposizione. La costruzione geometrica della curva veggasi dal num. XXXIV. di questa seconda parte sino al fine.

XXIV.

XXIV.

Essendo per i simili triangoli APH, PDC, PDM queste analogie, (*Fig. 9. Tav. II.*) AP. PH :: PD. DC = PM; ed AP. AH. :: PD. PC, sarà ancora PH. AH :: DC. PC, ed il rettangolo $PH \times PC = AH \times DC$; parimenti per la simiglianza de' triangoli PDM, PMG e fra se stessi, e con i primi, sarà ancora l'analogia PC. PD :: PM. GP; e presa la comune altezza PH, sarà $PC \times PH$. $PD \times PH$ :: PM. PG, ovvero $AH \times DC$. $PD \times PH$ :: PM. GP; ma DC = PM; adunque AH. $PD \times PH$ :: 1. GP, e però GP in ragione diretta di $PD \times PH$, ed inversa di AH, onde la forza assoluta impellente, che l'acqua ritiene, è in ragione composta della diretta del peso assoluto della palla nell'acqua, e del seno dell'angolo di deviazione, e reciproca del seno del complemento del medesimo angolo, e perchè la detta forza si sta come il quadrato della velocità, ne nasce, che la velocità assoluta delle acque correnti stia nella dimezzata ragione diretta del peso assoluto della palla nell'acqua moltiplicata nel seno dell'angolo di deviazione, e reciproca pur dimezzata del seno del complemento del medesimo angolo.

XXV.

Corollario. Dal che se ne ricava, che allor quando l'angolo di deviazione BAP sarà di gradi 45, la forza assoluta dell' acqua sarà eguale al peso, che avrà in acqua la palla, cioè alla DP, essendo che l'angolo PDM eguale all'angolo di deviazione, se diviene di gradi 45, e GPD essendo retto, sarà per conseguenza PGM parimenti di gradi 45, e perciò DP = GP.

XXVI.

Ma perchè si riduca questa velocità allo spazio effettivo, che in un dato tempo possa ella percorrere, così conviene andar più avanti in questa proposizione, riducendo alle misure dello spazio la formola ritrovata nel numero XXIV. di questa seconda parte $u = \sqrt{\frac{PD \times PH}{AH}}$; Si chiami dunque il peso della palla in aria P, il peso di una mole di acqua eguale in volume ad essa palla Q, sarà P — Q il peso assoluto di essa palla in acqua, come costa dalle equiponderanti, cioè DP. Per aversi il valore

di Q si proceda come segue. Essendochè dalle osservazioni del Guglielmini, registrate da noi al numero XIX. del Capitolo secondo, un'oncia cubica di acqua di misura Bolognese pesa grani 786, se diremo la circonferenza del circolo massimo della palla c, il di lei semidiametro r, sarà per la stereometria la solidità di essa palla $\frac{2crr}{3}$, e per conseguenza sarà l'analogia, come il continente dell'oncia cubica al suo peso, così il continente della sfera della palla al peso suo effettivo in aria, cioè come 1728 punti cubici, che sono gli elementi di un'oncia, a grani 786. così $\frac{2crr}{3}$ a $\frac{2crr \times 785}{3 \times 1728}$, che vale il peso Q: onde $GP = \frac{PH}{AH} \times PD = \frac{PH}{AH} \times \frac{2crr \times 785}{3 \times 1728}$ valore della forza assoluta dell'acqua, di cui formandosene un cilindro, che abbia la base eguale alla circonferenza massima della palla $\frac{cr}{2}$, e l'altezza y, sarà l'equazione $y = \frac{2PH}{cr \times AH} \times P - \frac{2crr \times 786}{3 \times 1728}$, la quale altezza sarebbe quella, che farebbe camminar l'acqua con la velocità osservata con la palla.

XXVII.

Scolio I. Poniamo per esempio, che il semidiametro della palla r sia eguale ad 8 linee; che l'angolo di deviazione sia di gradi 30, che la palla P, pesata in aria sia di grani 6720, sarà prossimamente $c = 50$, facendo come 7 al 22 la ragione del diametro alla circonferenza, inoltre PH seno dell'angolo di deviazione sarà per le Tavole trigonometriche 50000, e il di lui complemento AH, 86603. Ciò dunque supposto, $\frac{2crr \times 785}{3 \times 1728}$ valerà prossimamente grani 966, che detratti dal peso assoluto della palla 6720, restano grani 5754 pel peso della palla in acqua, il di cui logaritmo - - - - - - - - - - - - - - - 3.7599699
ed il logaritmo 2PH - - - - - - - - - - - - - - - - 5.0000000
onde la somma - - - - - - - - - - - - - - - - - - - 8.7599699
essendo poi il logaritmo di c - - - - - - - - - - - 1.6989700
quello di r - 0.9030900
e quello di AH - - - - - - - - - - - - - - - - - - - 4.9375179
sarà la somma - - - - - - - - - - - - - - - - - - - 7.5395779

onde

onde la differenza de' logaritmi di queste due somme sa-

8. 7599699
7. 5395779

rà - - - - - - - - - - - - 1. 2203920, il di cui numero è prossimamente 16 $\frac{1}{3}$ cioè come 1 $\frac{1}{3}$ dell' altezza del cilindro esprimente la forza dell'acqua. Trovata l' altezza predetta, basta cercar nella Tavola calcolata dal Guglielmini per gli spazj dovuti alle velocità, registrata nel fondo del libro *Aquarum fluentium mensura*, abbenchè secondo anche il sentimento del Sig. Manfredi, sia essa bisognosa di riforma, esprimendosi pag. 96. che per la misura della velocità de' fiumi, *tali non sono quelle* deduzioni notate nella *Tavola data dal nostro Autore* (Guglielmini) *nel Libro della misura delle acque correnti per la ragione addotta ec.* Supponendo dunque gli spazj marcati in essa Tavola per essa bastantemente veri, si raccoglie, che ad una altezza di once una ed un terzo corrispondono all' incirca piedi di Bologna 71 in un minuto d'ora, onde in un'ora quel tal fiume farebbe piedi 4260 di cammino, o pure pertiche di Bologna 426, che non arrivano alla misura di un miglio intiero di quel paese.

XXVIII.

Scolio II. Per porre in pratica quanto si è detto ne' numeri anteriori nel fatto de' fiumi, daremo quì il modo di servirsene. Perchè le acque correnti hanno un diverso movimento ne' varj punti della larghezza della sezione, così se il fiume non è molto largo si facciano in tre differenti luoghi le osservazioni con la palla, immergendola con date eguali differenze, indi si raccolghino in una somma tutti gli angoli di deviazione ad osservazione per osservazione, e si dividano per il numero delle diverse immersioni, poi si sommino assieme questi, che diremmo, *medij* angoli di nuovo, dividendoli pure per il numero delle fatte stazioni; che nel caso presente saranno tre, e si avrà l'angolo *medio* di deviazione, con cui realmente si moverebbe l'acqua, se col medesimo grado d' impulso da per tutto corresse. Siano in grazia di esempio gli angoli di deviazione osservati nel sito del filone con eguali intervalli d' immersione gradi 30, 35, 40, 45, dall' uno de' lati siano 22, 25, 28, 31, e dall'altro 24, 28, 32, 36, le somme respettive sono per il filone 150, che diviso per 4 dà 37: 30: Per il primo de' lati la somma è 106, che pur divisa per 4 dà 26: 30, e la somma dell'altro è 120, che ha per angolo

golo *medio* 30, e sommando tutti e tre questi angoli *medii* di deviazione fanno 94, che diviso per 3, numero delle osservazioni dà per l'angolo *medio* di tutto il moto dell'acqua 31. 20, cioè gradi 31, ed un terzo, sopra il qual angolo calcolando con una data palla la forza assoluta dell'acqua, si ricava finalmente lo spazio percorso dall'acqua dentro un dato tempo, ed in conseguenza si averanno noti i piedi cubici dell'acqua, che escono per quella data sezione.

XXIX.

Scolio III. Volentieri avressimo calcolato la Tavola a motivo di facilitare i calcoli agli Idrometri, ma riflettendo, che questa non avrebbe servito, se non per una palla di un dato peso, e di una data mole, così sarebbe convenuto, che tutti si avessero provveduto di simili ed eguali palle, e nella grandezza e nel peso, il che per avventura non sarebbe stato sì facile, avuto ancora riguardo alla diversità delle misure, che in ogni paese sono in uso, oltredichè non potendosi già con una sola palla esplorare le velocità di tutte le acque, ma essendo di mestieri spesse volte di mutarle, accrescendole o diminuendole di peso, acciocchè più sensibili siano gli angoli, che marcansi dal corso dell'acqua, sarebbe stata questa una seconda, e maggiore difficoltà, per cui si sarebbe resa frustranea la Tavola, che secondo certi dati, si fosse calcolata: che però stimando sufficiente l'aver data la formola del numero XXVI. di questa seconda parte, ci dispenseremo dai calcoli, lasciando a chi si vorrà servire di questo, che noi riputiamo sicuro metodo, la pena di conteggiare la quantità dell' acqua, che in dati tempi passasse per una data sezione, il che cogli esempj de' numeri XXVII, e XXVIII. non sarà per riuscire difficile, anche per quelli, che non fossero dotati, che di una mezzana capacità.

XXX.

Si è voluto quì trasportare la costruzione, e proprietà della curva, che risulta dal numero V. di questa seconda parte, per non distrarre soverchiamente nella contemplazione delle cose analitiche la mente di chi fosse contento d'intender solo quanto concerne il metodo più piano dell'Idrometria. Sia dunque da determinare, e costruire la curva delle velocità, supposto, che gli archi procedano secondo la progressione aritmetica, immersa che

sia

fia la palla per dati, ed eguali fpazj. Dicafi BC $= z$ (fpazio, che fi fa fcorrere elevando il pendolo ad una data altezza): la lunghezza del pendolo AB $= a$, (*Fig.* 10. *Tav. II.*) e l'arco offervato nella profondità AB, fia $= c$. La differenza tra gli archi fia $= b$, e l'arco CR $= y$, farà per l'ipotefi $y = c - \frac{bz}{m}$ (fuppofta l'unità $= m$ = ad un piede, per conformarfi alle noftre offervazioni) ciò reftando ben manifefto, avvegnachè, fe eftratto il pendolo per un piede, fi ha l'arco $c - b$ follevato per due piedi, fi avrà $c - 2b$, e per tre, $c - 3b$, e finalmente eftratto per lo fpazio z, fi avrà l'arco $c - \frac{zb}{m} = y$, come fi è detto.

XXXI.

Si dica QC $= x$, feno verfo dell'arco CR; la tangente del medefimo arco $= t$, farà BQ abfciffa della curva da determinarfi $p = z + x$, $y = \sqrt{\frac{aadt}{aa + tt}}$, e $t = \frac{a\sqrt{2ax - xx}}{a - x}$, ma fi è dimoftrato ai numeri II, e III. di quefta feconda parte, che $mt = uu$, dunque fi averanno le equazioni $y = c - \frac{bz}{m}$, $y = \int \frac{aadt}{aa \times tt}$, $t = \frac{a\sqrt{2ax - xx}}{a - x}$, $z + x = p$, $mt = uu$, nelle quali fatte le debite foftituzioni, fi ricaverà la relazione tra p, ed u, ch'è quello, che fi ricerca.

XXXII.

Scolio. La prima equazione delle antedette cinque è al triangolo. La feconda dà la relazione della tangente dell'arco del circolo al medefimo arco. La terza dà la relazione del feno verfo alla tangente del medefimo arco. La quarta è alla linea retta. La quinta alla parabola.

XXXIII.

Si coftruirà dunque nel modo che fegue la curva propofta. Si taglino ad angolo retto le rette linee ADG, DRQ. (*Fig.* 1. *Tav. III.*) Prendafi DR eguale all'arco del circolo defcritto dal pendolo, o fia col raggio a, indi fi faccia DQ eguale al raggio medefimo. Per li

punti

punti R, Q, si tirino due linee parallele a DG, e s' intenda descritta tra DG, RH la curva DK espressa dalla equazione $y = \int \frac{aadt}{aa + tt}$, nella quale sia DG $= t$, GK $= y$, e sia KO parallela a DG. Si descriva parimenti la curva RL, di cui la natura si esprima con l' equazione $t = \frac{a\sqrt{2ax - xx}}{a - x}$, e sia RH $= t =$ DG, HL $= x$. Inoltre si descriva dal vertice D la parabola DF dinotata dalla equazione $mt = uu$, nella quale DG $= t$, GF $= u$. Si faccia poi OD $= c$. DA :: $b.m.$ e si conduca AOS; di più RI nell' angolo semiretto con la QR, dico, che presa Dg a piacere, e condotta $fgkl$, come pure li, kf, fc parallele a DG, poscia im parallela a DQ, ed fc parallela a DG, sarà il punto c nella curva, o scala delle velocità AC, cioè dico, essere D$b = p$, e $bc = u$; mentre per la natura della parabola DF sarà $mt = uu$, e per la natura delle parallele $bc = u$. Per la proprietà poi della curva DK sarà K$g = y = \int \frac{aadt}{aa + tt}$, e per il triangolo ODA dalla supposizione Oo. so :: b. m., ma essendo DO $= c$, sarà O$o = c - y$, e perciò $so = \frac{m \times \overline{c - y}}{b} = z$. Parimenti per la natura della curva RL, (essendo $kl = x$) $t = \frac{a\sqrt{2ax - xx}}{a - x}$, e per l' angolo semiretto in R; OM $= x = us$ per le parallele; dunque ON $= z + x =$ D$b = p$. *q. e. d.* Il vertice di questa curva è in A, le altezze razionali dell' acqua sono le Ab. E se dal punto S ove và a terminare la AC nella RH si tiri ST, sarà PT l' asintoto della curva AC delle velocità.

XXXIV.

Per la costruzione geometrica della linea delle forze, supposto fisso il centro del pendolo, allungando successivamente il filo, a cui resta la palla raccomandata, sia il centro del pendolo fermo A; (*Fig.* 2. *Tav. III.*) BV, bH siano due archi descritti co' raggi AB, Ab, sia DH il seno retto dell' arco bH, conducasi BQ tangente dell' arco BV nel punto B, e per i triangoli simili sarà AB. BQ :: HM. FH (supposta MF parallela al raggio AH). Sia AB $= a$, BQ $= t$, HM $= p$, FH $= f$, sarà $a. t :: p. f.$ ed $af = pt$. Sia ancora B$b = z$, che è lo spazio, o per dir meglio

glio l'allungamento del pendolo, oppure il di lui abbreviamento, quando venga concepito, che il punto b cadesse sopra B, fra A, e B, sarà $AH = a \pm z$. $AD = x :: \sqrt{aa + tt}. a$. L'arco della deviazione osservato in B sia c, e la differenza da un altro qualunque arco bH, che sia y, dicasi b. sarà l'equazione (per quanto si è detto al numero XXX. di questa seconda parte) $y = c \pm \frac{bz}{m}$. (m vale l'unità) si avranno pertanto le seguenti equazioni $af = bt$; $\overline{a \pm z} \times a = x\sqrt{aa + tt}$, $c \pm \frac{bz}{m} = y$, ed $y = \int \frac{aadt}{aa + tt}$, dalle quali, fatte le debite sostituzioni, si averà la relazione tra x, ed f, che è la forza dell'acqua, che agisce contro della palla, e la curva esprimente codesta forza si costruirà come segue.

XXXV.

Nella retta AE (*Fig.* 3. *Tav. III.*) si prenda $AB = a$, e BE eguale al quadrante del circolo descritto col raggio a; la curva BN sia espressa dall'equazione $y = \int \frac{aadt}{aa + tt}$; Prendasi nella retta AY; $BD = c$, arco osservato, e sia $BD . BG :: b . m$, dipoi tirisi la retta GDF. Si tagli $AL = p$, e si conduca la parallela LI a BM. Inoltre sia RBK in angolo semiretto: preso poscia qualunque punto M, e condotta l'ordinata MN, sia BM eguale a t, sarà $MN = y$, $DP = c - y$; se dal punto N sarà condotta NQ parallela a BM fino che tagli la GF in Q, sarà $PQ = \frac{m}{b} \times \overline{c - y} = z$; si tiri QR parallela ad AB, fino che tagli RK, sarà $RS = QP = BS$ per l'angolo semiretto. Si uniscano i punti A ed M con la retta AM, e si tiri l'arco ST, sarà $AT = AS = a - z$; sia TV normale ad AB, e sia prodotta indefinitamente, si uniscano i punti I ed V con la retta IV, e dal punto L tirisi la parallela LX ad IV, fino che tagli VX in X, dico che il punto X sarà nella curva delle forze ZXp. Perchè dunque per i triangoli ABM, AVT simili sarà $AM = \sqrt{aa + tt}. a :: AT = AS = a - z. x$. dunque $x\sqrt{aa + tt} = a \times \overline{a - z}$. Similmente $AL . LI :: AB . BM$, dunque $p . f :: a . t$, e però $fa = pt$, ma $VX = LI$, dunque $VX = f$. *q. e. d.* Il vertice della qual curva è in Z, presa $BZ = BG$, e l'asintoto sarà YO, presa $BY = EF$.

XXXVI.

Se poi ſi voleſſe la ſcala delle velocità, baſta dal vertice L (*Fig.* 3. *Tav. III.*) ſopra LI come aſſe deſcrivere una parabola Lm, per l'equazione $mf = uu$, ed Im ſarà u, fatta poi Ln in angolo ſemiretto, ſarà parimenti $pn = u$, e perciò tirata nH parallela ad AB, il punto in cui queſta linea taglierà TV prodotta ſarà nella ſcala ricercata delle velocità.

XXXVII.

La curva o ſcala delle velocità del numero XXXIII. ſi eſprime con queſta equazione (denominate le quantità, come in eſſo numero) $p = \frac{cm}{b} - \frac{m}{b}\int \frac{2aamudu}{mmaa + u^4} + a + \frac{aam}{\sqrt{aamm + a^4}}$. La curva delle forze del numero XXV. (nominando parimenti le quantità, come in eſſo numero) ſarà eſpreſſa per l'equazione $x = \frac{pcm + abp}{b\sqrt{pp + ff}} - \frac{pmm}{ab\sqrt{pp + ff}}\int \frac{apdf.}{pp + ff.}$, e quella eſprimente la ſcala delle velocità per la ſeguente equazione $x = \frac{cmmp + mabp}{b\sqrt{pp + ff}} - \frac{pm^3}{ba\sqrt{ppmm + u^4}} \int \frac{2ampudu}{ppmm + u^4}$.

Aggiunta alla prima Parte del preſente CAPITOLO *circa all' indagare le velocità delle acque correnti.*

1. Oltre a quanto è ſtato da noi conſiderato circa a' metodi, ed eſperimenti indicati, e fatti da varj Autori per rilevare le ragioni delle velocità nelle acque correnti, è ben il dovere, che ſi produca ancor lo ſtrumento inventato da M. Pitot membro della Accademia Reale delle Scienze, e Soggetto cotanto benemerito della dottrina delle acque, ed in ſpecie di quella parte, che alle macchine appartiene, molto da lui poſta in chiaro, promoſſa, ed amplificata.

2. Conſiſte lo ſtrumento di cui ſi è detto, regiſtrato nelle Memorie di detta Accademia dell'anno 1732. in certo tubo di vetro

tro recurvato ad angolo retto, la di cui lunghezza, che restar deve a piombo, raccomandato che sia a certo prisma triangolare di legno lungo anche qualche cosa più del tubo, sì per sicurezza di questo, sì ancora per poterlo, quanto sia d' uopo, immergere sotto della superficie dell' acqua corrente, si fa di 6 piedi, ed anche più, se così si volesse, ma poco più di un' oncia e mezzo la parte di esso tubo recurvata ad angolo retto. La faccia del prisma essa pure si tiene larga da un' oncia e mezzo, e qualche cosa maggiore a proporzione che si accrescesse la lunghezza del cannello; Altro tubo della medesima lunghezza pare, che si vogli applicato al medesimo prisma, ma diritto, e non punto recurvato, finalmente si fanno le opportune divisioni in piedi, once, e linee, da adattarsi nel modo più facile al tubo per servirsene opportunamente, come in detta Memoria resta abbondantemente espresso.

3. Per bene applicare la macchinetta all' acqua corrente si dirige il bracciuolo recurvo verso del corso, fermandosi in tal modo orizzontalmente, onde entrando per l' aperto foro l' acqua sale per quello a piombo sino ad una certa altezza, cosa che non succede nel lungo cannello, che non è incurvato, come non succede nè meno nel recurvo, se l' acqua è stagnante, ed in ciò effettivamente consiste il modo d' indagar il grado della velocità dell' acqua, mentre se per concepir essa velocità è ragionevole il supporre, che la medesima acqua, o altro grave cadendo da una certa altezza la producesse, è altrettanto ragionevole il credere, che prescindendo dalle resistenze, avendo l' acqua corrente una data velocità, questa sia valevole a farla salire sin dove si estendesse la detta altezza, secondo a' generali principj dell' equilibrio de' fluidi, di modo che le altezze occupate dall' acqua sopra del livello della corrente nel tubo predetto, noterebbero appunto que' punti di *sublimità*, e di *quiete*, de' quali noi ci siamo serviti ne' numeri IX. e XII. della seconda parte di questo Capitolo, come ognuno potrà agevolmente rilevare.

4. M. Bellidor Soggetto di quel merito, che a tutti è noto, dopo aver nel suo Libro dell' Architettura Idraulica, encomiato l' invenzione della detta macchinetta di M. Pitot, dà alla parte recurva del tubo, che il suo Autore aveva lasciato di figura cava cilindrica, la forma di un imbuto aperto dalla parte del corso dell' acqua, fatto ciò facilmente perchè maggiormente raccoglier possa il corso dell' acque, e quasi introdur nel tubo un maggior nu-

mero di filamenti di quel fluido; contuttociò se ben vi si attende sembra che le ripercussioni di quelli, che cadono nell'obliquità della parete dell'imbuto, potessero anzi che facilitare, servir d'impedimento al moto di quelli, che direttamente nella sezione libera del tubo vi passassero.

5. Non porta veramente M. Bellidor esperimento alcuno, che io abbia fin ora veduto, da lui fatto con questo strumento, come tre ne porta M. Pitot: e l'uno e l'altro bensì invitando gl' Idrometri a volerne fare a maggior incremento della scienza delle acque, come certamente io quanto prima, non ostante qualche dubbio, che mi rimane sopra gli effetti di questa macchinetta, farò per intraprendere. Fra tanto mi sarà permesso di fare qualche considerazione sopra quelli fin ora fatti, e registrati nelle antedette memorie.

6. Tre dunque furono, e tutti nella Senna, cioè due al *Pont Royal*, ed il terzo 30. tese superiormente a detto sito, ed in tutte e tre le osservazioni rilevasi, che da per tutto la velocità và diminuendo verso il fondo, nè alcuno può negare, che ciò succeder non debba a qualche distanza del detto fondo, attese le resistenze, che per lo soffregamento dell'acqua corrente con la sabbia si fanno sentire, e tali pure noi le abbiamo rimarcate al num. XX. della seconda parte del presente Capitolo. Veramente l' Autore non dà la misura dell' altezza dell'acqua della Senna ne' siti, ove le sperienze predette ha praticate, ma solo indica di esser giunto con lo strumento alla profondità di piedi 4; ma da quanto ha lasciato scritto M. Mariotte nel Trattato del moto delle acque pag. 339. sappiamo che la Senna di sopra del *Pont Royal* all'incirca nel predetto sito ha 5. piedi ragguagliati di profondità, ed in altri luoghi per testimonianza dello stesso Autore ne ha ed 8. e 10, onde possiamo molto bene dedurre, che di massimo fondo ivi aver possa il detto fiume da 8 piedi poco più, poco meno, quindi non pare potersi riputar sì di leggieri, che sino a tal altezza giugner possa cotanto sensibile l'effetto della resistenza del fondo, da fare che sino alla superficie ne risenta l'acqua i ritardamenti alla sua velocità in modo che questa in vece di crescere almeno per qualche tratto sotto a detta superficie, vada immediatamente scemando.

7. In fatti i nostri sperimenti praticati nel Po in pari o poco differente altezza, dall' antedetta della Senna, non ci danno un tal fenomeno, come si può vedere al numero predetto, e segna-

gnatamente nella ſperienza fattaſi vicino alla Chiavica di Raccano li 14. di Maggio 1717. dove in fondo di piedi 4 $\frac{1}{2}$ di Ferrara, che riſpondono a poco più di 6 di Parigi, la noſtra palla ſegnò l' angolo di deviazione in gradi 19, ed eſtratta o ſia innalzata per mezzo piede ſegnò gradi 20, e reſtando immerſa piedi 3 gradi 18, in piedi 2 $\frac{1}{2}$ gradi 16, ed in piedi 2 gradi 14. Si dubita per tanto che anche nello Strumento di M. Pitot, benchè e ragionevolmente coſtrutto e molto ingegnoſo, rimanga con tutto ciò eſpoſto ad alcuno di que' difetti, che ſi ſono rimarcati dal num. XX. al XXVI. della prima Parte del corrente Capitolo, e ſpezialmente ad alcuno di quelli, che ſi ſono rimarcati per la Fiaſca Idrometrica, onde ſi renda fruſtranea ogni diligenza, che vi ſia impiegata.

8. Al certo che pare difficile da concepire, come introdottaſi nel primo momento che ſi pone in eſperimento la macchinetta, per il foro orizzontale del tubo l' acqua corrente, debba ſalire all' altezza, che preciſamente è dovuta al di lei corſo, quando ſembra affatto fuori di dubbio, che arreſtato il priſma triangolare con i tubi fermamente contro il corſo dell' acqua, debba egli prima di ogni altra coſa rendere ſtagnanti, ed immobili tutti i filamenti dell'acqua, che in eſſo vengono a percuotere, ſenza eccettuarne nè meno quelli che incontrano il foro, mentre ſe non altro alla curvatura del tubo trovano l' impedimento, che vale ad alterar molto il moto dell' acqua, e quelle conſeguenze, che da eſſo quando foſſe affatto libero, derivar ne potrebbero.

9. Per altro l' aver oſſervato il tubo retto con l' acqua interna non più alta del livello dell' eſterna, ed il recurvo con l' acqua molto più elevata, moſtra che in queſto vi ſi eſercita una forza, che certamente manca nel primo: potrebbe taluno credere, che la ſottigliezza de' cannelli produceſſe dal più al meno il fenomeno, che ſi oſſerva ne' tubi capillari di ſalire i fluidi ne' quali ſono immerſi molto più di quello porti l' equilibrio de' medeſimi, e ciò per quelle cauſe, che primo di tutti paleſò al pubblico il noſtro chiariſſimo Montanari ne' ſuoi Penſieri fiſico-matematici; ma ſe tali foſſero ſtati quelli adoperatiſi nello ſtrumento di M. Pitot, ſarebbe ſucceduto dal pari l' altezza dell' acqua, e nell' incurvato e nel retto, e non già ſolamente in quello, come porta l' oſſervazione dell' Autore.

10. Sono andato anco meco ſteſſo riflettendo, ſe mai il tanto ſenſibile declinare delle velocità apparenti col mezzo di queſta mac-

macchinetta a misura del maggiormente profondarsi della stessa, potesse per avventura derivare da ben altro principio, che dalle resistenze del fondo, che certamente nel Po coll' esame della palla (forse quanto a me, il mezzo fin ora il meno imperfetto per rilevare, e dedurre le velocità delle acque correnti) non rispondono nell' effetto alle osservate in Parigi nella Senna, cioè che dovendo la forza dell' acqua penetrare attraverso dell' altezza di quella porzione, che sale nel cannello, e che se ne sta stagnante e morta, quanto maggiore si è l' immersione del tubo, tanto maggiore diviene quel cilindretto di acqua, onde maggiore ancora si ricerca lo sforzo dell' acqua per salire più alto; sicchè resta incapace di produrre il suo libero effetto, e di mostrarci la sommità dell' acqua stessa nel cannello all' altezza che dovrebbe andare, se tal impedimento non incontrasse: il quale sempre più cresce, quanto più resta immersa la macchinetta: Quindi non sarebbe poi punto da maravigliarsi se cotanto sensibili ci compariscano i ritardamenti della velocità, ed affatto improporzionati a quelli che può dare la resistenza al moto del fondo del fiume.

11. Merita con tutto ciò e l' invenzione dello strumento, ed i lumi, che da questo rettamente adoperato, se ne possono ritrarre, che vi si faccia sopra molte e molte osservazioni, e noi saremmo di quelli, che non tralasceranno di far risaltare anche in questa parte il merito di M. Pitot, come siamo persuasi che altri assai più abili di noi vorranno impiegarsi al medesimo fine, ben sicuri, che una volta che siasi trovata la maniera di aversi senza equivoco i gradi della velocità in ogni punto di un' acqua corrente, si verrà ad ottenere gran parte di ciò che manca alla perfezione dell' Idrometria.

12. Quanto poi alla facilità del servirsi di questo strumento come da me si reputa tale ne' fiumi di mediocre portata, ed in poca profondità, così mi sembra assai difficile l' usarlo ne' maggiori, e dove la velocità fosse insigne, cioè allora quando si avesse ad immergere il tubo alli 12, 15 e più piedi, nel qual caso si avrebbe ad accrescere la mole del prisma, ed in conseguenza le resistenze originate dalla stessa macchinetta al libero corso de' filamenti dell' acqua, ed alterar viepiù quell' effetto, di cui si va in traccia.

AP-

APPENDICE
DELLA SECONDA PARTE
DEL
CAPITOLO QUINTO.

Che contiene la Pratica facile per la distribuzione delle Acque, i disordini che corrono in tal materia, ed i metodi per correggerli.

PErchè l'istituto nostro non è solamente di pubblicare queste materie Idrostatiche per quelli a' quali sono note le regole dell' interior Geometria, ma perchè se ne approfittino ancora quelli, che mancando della cognizione di tali studj, sono però adoperati anche più che i primi negli assegnamenti, e divisioni delle acque, ed essendo corsa sin ora una pratica, che non può quanto è necessario, corrispondere alle vere leggi delle acque correnti, pertanto si è voluto inserire a questo nostro Trattato l' Appendice seguente, che appoggiandosi a quanto si è esposto nella seconda Parte dell' Articolo quinto, si è procurato di ridurre in atto pratico quanto ivi resta col fondamento di molte proposizioni dedotto e provato, e con la mira che ogni Perito se ne possa alle occorrenze servire, e farne buon uso. Vide il Castelli la necessità di tal riforma, e ne aveva anco nell' Appendice XI. del suo *Trattato* di acque prodotti i rimedj ch' e' credeva più adeguati; ma per dir vero, comecchè questi sono fondati sopra la determinazione della velocità, e questa non quanto basta essendosi da esso fissata nelle acque correnti, rimangono le conclusioni da esso fatte, involte in molti equivoci. Il Guglielmini parimenti diede le sue regole al Capo XII. *della natura de' fiumi*, e certamente nelle supposizioni da esso poste, il metodo procede con tutte le necessarie riserve; ma come avverte il Sig. Manfredi nelle *Annotazioni*, tal metodo riguarda principalmente i canali orizzontali. Noi vedremo di supplire indeterminatamente per qualunque ipotesi. Sia però

AR-

ARTICOLO I.

Che contiene varie nozioni circa alle bocche di derivazione.

1. Nella misura delle acque da distribuirsi agli usi che le domandano, si servono i Periti dello spazio che occupa l'acqua in uscire dalle bocche, o siano Regolatori, per introdursi negli alvei che abbiano una certa e determinata pendenza, almeno per il tratto di alcune centinaia di pertiche.

2. Questo pendìo, che ordinariamente viene determinato di 4 once al più ogni cento pertiche, si pretende poter egli fissare la velocità dell'acqua corrente.

3. Ma l'effettiva misura consiste nella quadratura dell'area dell'acqua, dividendosi lo spazio che contiene, in piedi ed once; cosicchè 144 once quadrate formano il piede quadrato, detto propriamente in queste nostre parti *quadretto*: L'oncia quadrata vien detta *punto*, de' quali 144 si forma esso *quadretto*.

4. La denominazione però ordinaria che corre, si è, che un *quadretto* porta once dodici di acqua, e dodici punti ne porta un' oncia.

5. E generalmente data l'area di una bocca di acqua corrente in once quadrate o punti, se si dividerà questa per 144, ne provengono i *quadretti* con gli avanzi o rotti: v. g. se si averà una bocca larga 150 once, con altezza viva di acqua di once 42, moltiplicando questi due numeri insieme, sarà il prodotto 6300, che diviso per 144, dà il quoziente 43 *quadretti*, e punti 108, cioè secondo il linguaggio de' Periti 43 *quadretti*, ed once 9.

6. Nè viene punto distinto, che l'area occupata dall'acqua sia più alta o più bassa, più stretta o più larga, bastando per la pratica corrente, che nella bocca vi sia numero eguale di piedi quadrati ed once, per pronunciare che la divisione sia pur essa eguale.

II.

7. Oltre le 100 pertiche ovvero 200, che vengono stabilite vicine alle bocche col pendìo di once una per ogni 25 di esse, non cercasi poi, se l'alveo nel rimanente ne abbia più o meno, bastando che l'imbocco per quel tratto sia tale, e si pretende che

che una volta che l'acqua fia introdotta, abbia a camminar fenza punto far rifentire quella della bocca, nè per via di rigurgito, fe il pendìo nel progreffo mancaffe, nè per via di chiamata maggiore, fe l'inclinazione dell' alveo andaffe crefcendo.

8. Si fuppone per altro che le diftribuzioni venghino fatte in tempi di acque ordinarie, contuttociò non fi notano fegni fiffi e ftabili, nè col mezzo delle livellazioni fi rilevano le alterazioni che poffono andare accadendo.

9. Se fatta la bocca o Regolatore della prefcritta mifura venga conofciuto (o perchè gli altri compoffeffori fe ne lamentino, o perchè il moto dell' acqua troppo veloce lo palefi) che più acqua del dovere ella afforbifca, vi fi colloca un fecondo Regolatore in certa diftanza dal primo, perchè quefto moderi il corfo, e bilanci l'acqua, chiamandofi quefti fecondarj Regolatori *Briglie*.

10. Pofta che fia la Briglia non più fi bada a qualunque pendenza maggiore o minore, che aver poffa il condotto di derivazione.

III.

11. Circa alla direzione dell' imboccatura, non vi è prefcritta certa regola, ma fi procura, che quefta fia più a feconda del corfo del fiume, da cui fi eftrae l'acqua, che fia poffibile, e che cammini per 25, ò 30 pertiche parallelo ad effo.

12. Il fito precifo d'impiantare il Regolatore è dalli 18 alli 24 piedi dentro del canale di derivazione.

13. Nel rimanente a mifura del numero di *quadretti* che fi vogliono derivare, fi tiene largo il Regolatore, quando però l' acqua ordinaria fia alta nel condotto un piede; onde la pratica ordinaria è, che per eftrarre v. g. 5. *quadretti*, fi tenga larga la bocca piedi *5*; fe *6*, *6* ec.

14. Ma quando non vi è l' altezza di un piede, allora varj ripieghi fi pongono in ufo da' Periti, cioè o di abbaffare altrettanto, quanto è il difetto, la foglia del Regolatore, oppure di allargar la bocca tanto, cosicchè moltiplicando quefta maggior larghezza, con l' altezza data dell' acqua, fi ottenga il numero ricercato; e finalmente fe ne pratica un terzo che è d' imbrigliare l' influente o condotto maeftro inferiormente alla bocca, cosicchè refti in quefto tanto elevata l' acqua, quanto è neceffario per averfi quella tal mifura.

15. Così per lo contrario, quando l'acqua da derivarsi fosse nel fiume o condotto maestro più alta di un piede, si servono i Periti di varj metodi per non lasciar correre se non quella quantità che desiderano, uno di questi si è di lasciar bensì la soglia del Regolatore di livello con quella dell'influente, ma di chiuderne, attraverso la superficie, quella porzione, ch'è oltre di un piede, altri alzano la soglia del Regolatore, quanto ricerca l'eccesso di quella tal profondità.

E tale in sostanza si è la pratica per il ripartimento dell'acque, per le irrigazioni, per gli edificj, e per altre bisogne de' paesi, delle popolazioni, e delle Campagne; si enumereranno adesso i disordini, e gli equivoci, che in queste distribuzioni vi possono essere a danno e pubblico, e privato.

ARTICOLO II.

Disordini che accadono nella misura dell' acque d' irrigazione.

I.

1. Primo e massimo disordine si è, ch' essendo corrente l'acqua che si vuol derivare, e ricercandosi per sapere la quantità dell' acqua, che in un dato tempo n'esce, i numeri esprimenti la larghezza, l'altezza che ha l'acqua alla bocca, ed il viaggio suo o sia la velocità, non si tiene conto che di due, lasciandosi il terzo senza punto determinarlo al pendìo che si dà all'alveo per qualche numero di pertiche vicino alla bocca, e senza punto riflettere, che le Campagne per le quali si conducono esse acque, variano molto le cadenti, nè esser sempre in poter dell'arte, avuto riguardo a' due termini *a quo*, e *ad quem*, di tirar l'alveo in modo tale, che sempre conservi l'oncia di caduta per ogni 25 pertiche; che se anche l'arte gliela potesse dare, la natura non la conserva di ordinario, sapendosi che il pendìo si varia a norma del moto, delle torbide che porta l'acqua, dell'erbe ch' entro vi germogliano, e di molti altri accidenti.

2. Se dunque mutasi il pendìo, mutasi subito anche l'estrazione dell'acqua, accrescendosi, se cresce l'inclinazione, o diminuendosi, se cala.

3. Si calcolano le aree de' *quadretti*, come la misura dell' acqua,

qua, quando per questa dovrebbesi calcolare un solido di tre dimensioni, detto da' Geometri parallelepipedo.

II.

4. Erroneo poi al sommo si è, il ragguagliare i quadretti ad eguale numero di punti, per pronunciare che Tizio, e Sempronio godino v. g. pari quantità di acqua, come se le due aree della *Figura* 4. *Tavola III.* quadrata una, e l'altra rettangola oblonga, eguali fra di esse, dar dovessero eguali quantità di acqua, quando è noto per li principj dell' Idrometria, che l'area quadrata darà quasi il doppio di acqua dell' altra, se sia collocata col lato minore a piombo; dimodochè, per far che dessero eguale acqua, converrebbe che la oblonga avesse una base non di 8 parti, come la presente, ma di undici e più.

5. E perchè al mutarsi le altezze vive dell' acque correnti, mutansi anche le loro velocità, e per conseguenza le erogazioni, il non fissarsi le dette altezze a segni stabili, ed inalterabili, riesce sempre di molto pregiudizio, nè può il Perito in occasione di rivedere le derivazioni, render conto, nè meno per questo capo della vera quantità dell' acqua che resta estratta.

III.

6. Nè punto servono le briglie solite ponersi in qualche distanza dentro dell' alveo per regolare l' eccesso della caduta, e la maggior estrazione dell' acqua; mentre questa, come si è detto, non mai si modera, se l'alveo non è stabilito nella inclinazione che ricerca la natura di quelle tali acque, essendovi di queste taluna che non richiede più di un piede per miglio; tal altra che ne vuole uno e mezzo, ed anche di vantaggio. E se bene pare all' occhio che fra la Briglia ed il Regolatore principale della bocca, cammini l' acqua con moto più lento, ciò è vero, ma in tanto l' acqua dee crescer di corpo nella bocca, e supplisce spesse volte con la maggior altezza alla deficienza apparente del moto.

7. Nè, vedendosi alcuna certa regola per piantare esse briglie, ben si può comprendere, che il solo caso regola tale operazione; quindi, per quanto sia acuto l' occhio del Perito, ed inveterata la di lui pratica, mai si potrà dir con ragione, che l' acqua derivata sia quale lo ricercano le di lei vere misure.

8. Uno de' disordini molto riflessibili si è pur quello di situare l' imboccatura delle seriole di derivazione, importando molto che que-

questa sia piuttosto secondo un angolo, che secondo un altro, abbenchè di pochi gradi differente; mentre in ogni diversa direzione sfianca l'acqua con diverso momento, come agevole è il dimostrarlo in buona Statica per la ragione delle forze composte.

9. Ma alcune circostanze dell'alveo principale, da cui si fa l'estrazione, accrescono poi all'eccesso il sopraddetto disordine delle direzioni delle bocche, cioè il sito del filone del canal maestro, e le di lui piegature: mentre se vi saranno due estrazioni eguali nelle loro bocche, ed anche con eguali pendenze, ma che una sia sotto la curvità di una volta, e l'altra in un drizzagno, a meraviglia saranno diverse le quantità dell'acqua estratte; e se tutte e due saranno anche nel medesimo drizzagno, ma che il filone passi vicino alla bocca dell'una, e un poco più lontano da quella dell'altra, notabile pure sarà il divario fra di esse.

10. Come sarà anco considerabile esso divario, se una stessa bocca restasse divisa in due o più parti eguali, avvegnachè quella che averà il filone, ne porterà maggior quantità delle altre, nè fin adesso si vede alcuna regola per adeguatamente ripartire esse acque, se non quella che nasce dalla pratica de' Periti, a cui, abbenchè debbasi deferir molto, non è però che non si abbia a cercare scrupolosamente quella precisione che può dare il buon uso della misura geometrica dell'acque.

11. Nè può supplirsi col procurare di diriger le bocche per qualche spazio più a seconda che sia possibile del fiume o condotto principale; mentre, oltrechè non si può far l'estrazione senza inclinar l'alveo della Seriòla, resta poi questo, dopo poco spazio, piegato, come lo ricerca l'andamento delle Campagne, e si perde ben tosto gran parte di que' vantaggi che si credevano guadagnati. Se ne faccia l'esperienza sopra due Seriòle, che abbiano la stessa bocca ed estrazione, e che vadino bensì a terminare nel medesimo sito, ma con cammino differente, uno più corto, e l'altro per le piegature più lungo, e si conoscerà quanto più prontamente scaricherà l'alveo più breve del più lungo.

IV.

12. Circa poi l'estrazione effettiva, non avendosi verun riguardo alla profondità del canale maestro, ma unicamente a stabilir le bocche della divisata misura, può in molti modi restare alterata la vera quantità che di estrarre s'intende, tanto se il fondo dell'alveo maestro è maggiore, eguale, o minore dell'altezza,

za, a cui resta posta la soglia, mentre se maggiore, estratta l' acqua in superficie, alla sola altezza di un piede, ve n' anderà assai di meno, che in quella bocca, che avesse la soglia egualmente alta, ma di livello col fondo dell' alveo principale, mentre l' acqua và di sua natura a trovar gli alvei più profondi. Nè in verun modo, come si è veduto al numero 4. di questo articolo, può supplire la maggior larghezza della bocca, quando senz' altra avvertenza, questa si dilatasse soltanto, quanto importasse la solita quadratura.

13. I ripieghi, che pur si adoprano, per bilanciar l' acqua investita in esse bocche, meritano i suoi riflessi; così l' imbrigliar l' alveo maestro senza una precisa cognizione degli effetti, che può recar un tal impedimento per il rigurgito, non può che apportar degli sconcerti, oltre al lasciarsi, si può dire in libertà degl' interessati, di porre clandestinamente sopra la soglia della briglia de' rialzamenti ne' tempi delle magrezze, e derivarne ne' suoi condotti una quantità di acqua, maggiore di quella che loro appartenga.

14. Ben più dannoso è quell' altro ripiego, di limitare le bocche che hanno una maggior profondità, col serrarne una parte alla superficie dell' acqua, mentre per quanto poco che queste serraglie sieno alte, è incredibile, come velocitano le acque che vi passano per di sotto.

ARTICOLO III.

Metodi per declinare da' disordini predetti nelle derivazioni dell' acque de' condotti.

I.

1. In due modi si può misurare l' acqua corrente, o con assoluta, o con relativa misura. Misura assoluta s' intende il determinare quanto in un dato tempo, per una data bocca, uscir possa di acqua. Misura relativa vuol dire, la proporzione di qualunque quantità uscita, dentro un certo tempo per una o più bocche, o rispetto ad un' altra quantità uscita nel medesimo tempo, oppure rispetto ad alcuna delle quantità estratte; come per esempio, conoscendosi che in un quarto d' ora per una bocca limitata eschino sei botti d' acqua, allora si conosce la quantità assolu-

di quell'acqua uscita; ma se date varie bocche, estratte alveo, si può conoscere che una di esse scarica una quantità d' a, che a quella che scarica l'alveo intiero del condotto dentro del esimo tempo, abbia la proporzione di 4 al 9, e che le quantità atte da due di esse bocche, stiano fra di loro come 3 al 2, ora si conosce la quantità relativa dell'acqua, non l'assoluta.

II.

2. Forniscono la Geometria, e la Statica il modo di rilevare e nell'una, e nell'altra maniera le quantità suddette, e di già ne'Capitoli antecedenti ne abbiamo dato il metodo; quanto però è difficile l'aversi le quantità assolute, altrettanto piano e facile è l'ottenersi la relativa, non ricercando maggiore studio di quello, che impiega un esperto Bombardiere per accertare con ragione il getto delle bombe.

3. Resta solo a vedere, se la misura relativa dell'acque può esser sufficiente per la di loro retta distributiva; ed in fatti, purchè questa resti appoggiata a certe regole, fondate sulla osservazione, e sulla pratica, non pare aversi a dubitare, che tale riuscir non debba; onde lasciando la misura assoluta, ci atterremo semplicemente alla relativa, con la morale sicurezza, che in tutte le parti si ponga nel vero suo diritto la più reale distributiva.

III.

4. Con tali fondamenti adunque, e dalle molte esperienze fattesi pare, che quando per una bocca di un piede quadrato, o di due o di tre, con altezza conveniente, e col condotto di proporzionata capacità, sgombrato da atterrazioni, e da altri impedimenti, cammini l'acqua liberamente con tal moto, sicchè in un'ora faccia v. g. mille passi Geometrici, o pertiche Padovane 833, questa tal acqua, con tal moto, possa di ragione esser considerata per un *quadretto*, due, o tre, a misura dell'area della bocca, per cui esce.

5. Non essendo però difficile il fissare tale emissario, e tal moto, se non altro per ora, in via di supposizione, ideale bensì, ma che presto diverrà reale, ecco a buon conto la base di tutte le distribuzioni delle acque da farsi in ogni sito di qualunque fiume, nel modo e forma, che si anderà esponendo.

6. Per far ciò, sarà poi necessario, che il Perito ben concepisca le mi-

misure di questa bocca regolatrice, e che procuri anco col disaminare alcuna di quelle, che attualmente sono in essere, vedere se in fatti il caso portasse a rinvenirla disposta secondo al movimento predetto fondamentale dell' acqua, e con ciò risparmiare il tedio de' calcoli, e delle deduzioni.

IV.

7. Si abbia una palla di cera di grossezza di un'oncia in circa di diametro, la quale calata nell' acqua, resterà per la maggior parte profondata, essendo che la cera è quasi della medesima gravità specifica dell' acqua; si ponga dessa nello spirito o filone del condotto, ed aggiustato prima un orologio a minuti, osservisi, se l' acqua uscente dalla bocca di derivazione faccia i mille passi sopraddetti nello spazio di un'ora, o sieno 60 minuti, seguitandosi nel suo cammino sino a quel termine, il che quando succeda, si potrà prender questo condotto per base delle altre *erogazioni*, come che scaricherebbe l'acqua con la velocità reale che si cerca per regola e norma; dovendosi però avvertire, che seguitando la palla, di cui si è detto, con l' orologio alla mano, se o dal vento, o dal corso obliquo, o da qualche altro accidente venisse portata a riva, di procurare che di nuovo, e con la necessaria prestezza sia rimessa nel filone, perchè segua il proprio corso.

8. Che se questa bocca regolatrice per avventura non si trovasse su quel tal fiume, ma che, poste per altro le cose espresse di sopra circa alle misure, e buona situazione, si avesse riconosciuto con replicate osservazioni, che il viaggio fatto in un'ora fosse o maggiore, o minore dei passi mille, in tal caso sarà da regolar questa bocca nel modo che segue, perchè servir possa di fondamento alla portata di un *quadretto*. Si moltiplichino mille passi per la larghezza della bocca ridotta in once, e si divida per il numero de' passi trovati; il quoziente che ne risulterà sarà il numero in once, che aver dovrebbe questa bocca, acciocchè in un'ora la di lei acqua cammini un miglio, tenuta però sempre alla medesima altezza della bocca regolatrice.

V.

9. Sia, per esempio, la larghezza once 12, e l'acqua che per questa bocca uscisse conservata sempre alla medesima altezza dell' altra, che serve di base allo sperimento, cammini in un'ora non più di passi 800 geometrici, sarà moltiplicando 1000 per 12, il pro-

prodotto 12000, che diviso per 800 darà 15 in vece delle 12 once, ed in tal modo darà in un'ora tant' acqua, come la fissata per la misura d'un quadretto.

10 Ma se camminasse in un'ora passi 1300, allora dovendosi pur moltiplicare 1000 per 12, si avrà ancora il prodotto 12000, ma che diviso per 1300, sarà il quoziente once 9, punti 2 $\frac{1}{7}$ in circa, sicchè la bocca dovrebbe restringersi a questa misura, per aversi la quantità determinata come sopra.

11. E con tal metodo la cosa anderebbe sicura; ma è da avvertirsi, che esso non serve, che al più per que' regolatori, che abbiano i condotti diritti, almeno per un miglio, e ne' quali sia in arbitrio l'allargare solamente le bocche, senza alterar punto loro le altezze vive, cioè lasciando nella positura di prima la soglia. Il condotto deve esser diritto per un miglio, perchè la palla, dove il corso fosse tortuoso, anderebbe troppo frequentemente ad attaccarsi alle rive, e l'osservazione riuscirebbe troppo fallace per servir di fondamento ad una retta distribuzione.

VI.

12. Data dunque la stessa bocca, sia da mutarsi l'altezza viva dell'acqua senza alterare la larghezza, ma coll'abbassare, o alzar la soglia, sicchè dia tant'acqua, come la bocca d'un quadretto, l'acqua del quale faccia mille passi in un'ora, come è stato supposto. Si faccia questa altezza eguale al prodotto, che nasce dalla moltiplicazione della larghezza nella radice cubica del quadrato di mille, e si divida per la radice cubica del quadrato de' passi osservati nel condotto in maggiore o in minor numero delli mille supposti.

VII.

13. Sia l'esempio preso di sopra, cioè faccia prima l'acqua del condotto non più di passi 800 all'ora, essendo però che il quadrato di 1000 è 1000000, la di cui radice cubica è 100, questa moltiplicata con 12 produce 1200, ed il quadrato di 800 essendo 640000, la di cui radice cubica prossima è 86, se questo numero dividerà 1200, il quoziente sarà 14 once in circa; due once adunque sarebbe da abbassarsi la soglia per aversi l'intento; e nel secondo caso, quando cioè camminasse 1300 passi all'ora, si avrebbe ad alzare essa soglia once 2, essendo che il quadrato di 1300 è 1690000, e la sua radice cubica prossi-

proſſima è 119, numero che dividendo 1200 laſcia 10 proſſimamente.

14. Se la bocca foſſe larga due, tre, o quattro piedi, ed alta uno, il calcolo ancora procederebbe con lo ſteſſo metodo, tanto tornando nel doverſi mutare l'altezza, che la larghezza, avvertendo ſolo di moltiplicare in vece delle 12 once con il numero 1000, le 24, 36, 48 ec. numeri delle once, eſprimenti la larghezza di eſſa bocca.

VIII.

15. Per altro ſarà ſempre più a propoſito il far le oſſervazioni radicali, che tali ſi potranno chiamar quelle, che danno il fondamento alle più preciſe miſure ſopra de' Regolatori di conveniente larghezza ed altezza, per declinare poſſibilmente dalle reſiſtenze delle rive, e del fondo, e nel caſo di averſi a regolar le bocche, perchè dieno la quantità predetta, preſcegliere ſempre il dilatar la bocca più toſto, che alterar la ſoglia, eſſendo che queſt' ultima maniera reſta ſoggetta a molti equivoci, e può non mediocremente alterare il giuſto rapporto delle acque. Rendeſi pur neceſſario, che il condotto, ove ſi vorranno fare queſte oſſervazioni, oltre l' eſſer diritto per il tratto d' un miglio, ſia ancora di ſponde poſſibilmente parallele, e largo a proporzione.

16. E' da notarſi, che per ſtabilire queſti condotti fondamentali, non ſolamente devono eſſi avere le condizioni ſopra eſpreſſe, ma è anco affatto neceſſario, che non ſiano interſecati con roſte o arelate, inſervienti all'uſo degli edificj, o de' peſcatori, anche ſe collocati foſſero in diſtanze conſiderabili dalle bocche, eſſendo manifeſto, che recherebbero del rigurgito, valevole a turbare la retta oſſervazione; ſarà dunque da ſceglierſi condotti liberi, limitati nelle loro bocche, come ſopra, e nelle circoſtanze che ſopra rimangono eſpoſte.

IX.

17. Non eſſendo sì agevole il ben determinare col mezzo del galleggiante il preciſo cammino di un' acqua corrente, allora in ſpecie, che il condotto di derivazione piegaſi, come accade per l' ordinario, in molte tortuoſità; quindi come che il metodo è aſſai facile, ma pur troppo ſoggetto a farci incorrere in non lievi errori, nè valevole a ſervire in tutte le occaſioni, ſe ne

darà un altro non punto più difficile, più compendioso, e sicuro, e che servirà per tutte le quantità delle acque da estraersi, per qualunque condotto dritto o torto, breve o lungo, libero o rigurgitato che fosse, in somma lontano da tutti i possibili accidenti, e soggetto solo a quelle eventualità di maggiore, o minore precisione, alle quali resta sempre esposta ogni operazione, che deve esser praticata col mezzo degli strumenti; ma tutti gli errori, che possono accadere, in paragone dei disordini ordinarj, che succedono nel prendersi le misure, si possono riputare, come se non vi fossero, essendo affatto insensibili.

X.

18. In ciascun fiume, ridotto allo stato di permanenza, stabilito un Regolatore, e notato per alcuni minuti col galleggiante il moto che fa, si calcoli col fondamento del *quadretto* razionale determinato di sopra la quantità dell' acqua che porta, avuta la quale si potrà poi derivarne qualunque data porzione per uno o più condotti, secondo che sarà stimato proprio, e che la quantità estratta sia tale, che non dimagri soverchiamente il fiume, nè levi agli altri inferiori maggior porzione di acqua del dovere; Per ottenere il che, si prepari il seguente strumento.

19. Si faccia tornire una palla di legno pesante ben secco, e non soggetto allo sfendersi, come sarebbe il noce, e preparatovi un foro di un quarto di oncia di diametro, penetri questo fino al centro di essa palla, come AB nella palla BC (*Fig.* 5.*Tav.III.*), e questo buco si faccia empire di piombo liquefatto. Il diametro di questa palla sia un oncia poco più o poco meno, e per attaccarla abbia l' anello di metallo C. Si prepari poscia una squadra di ottone o di legno ben forte FAC (*Fig.* 6.) col suo quadrante BEC diviso in 90. gradi, come è l' ordinario, fatto poi un piccolo foro nel braccio più corto AC cioè GH attraverso della grossezza del braccio della squadra, raccomandata in appresso essa palla ad un forte filo di seta cruda all' anello C, si faccia esso filo passare per GH, e si assicuri in G con un gruppo o in altro modo, finalmente si appenda al centro A (che esser deve a tal fine pertugiato) un pendolo D mediante un sottil filo di seta AED, e lo strumento sarà preparato.

XI.

XI.

20. L'uso è il seguente: Sia l'acqua corrente MN; si ponga l'osservatore a cavaliere di essa in un regolatore fatto con sponde perpendicolari, se questo trovasi nel condotto, e gioverà il farlo, quando non vi fosse, indi attaccata la palla al filo predetto, che sia lungo a misura del bisogno e per l'immersione, e per il sito, ove deve collocarsi l'osservatore in altezza certamente di qualche piede dalla superficie dell'acqua, s'immerga la palla P sotto di essa superficie, il che fatto, il corso subito la trasporterà sino ad un certo termine: S'inchini allora la squadra FAC in modo, sicchè il filo a cui è raccomandata la palla tocchi e baci tutto il braccio AF più lungo, e tenendo il piano dello strumento a piombo, si osservi qual grado segni il pendolo D, sarà l'arco compreso fra questo punto, ed il punto B, l'angolo, che si chiama della deviazione, e servirà per rintracciar la velocità dell'acqua.

21. E perchè le acque hanno diverso moto, maggiore cioè più verso del fondo, e minore più verso della superficie, però se il fiume o condotto abbia un'altezza di due, tre, o quattro piedi di acqua, sarà bene praticarvi tre o più differenti osservazioni, una quasi a fior d'acqua, l'altra a mezza l'altezza viva, e la terza più verso del fondo, il che si potrà fare o abbassando per una data misura lo strumento, oppure senza muover questo, coll'allungare semplicemente il filo della palla, purchè questi allungamenti siano eguali, e perchè è pur diverso il moto nel mezzo, o dove si trova il filone rispetto a quello vicino alle sponde, perciò ad oggetto che l'osservazione sia esatta al possibile, in tre luoghi per lo meno saranno da praticarsi gli sperimenti, e qualche volta in 4, 5, ed anche più, se il fiume avesse larghezze considerabili, ma ne' piccoli fiumi e condotti d'irrigazioni basteranno le tre predette.

XII.

22. Per esempio siano gli angoli delle prime tre immersioni nel filone del condotto o fiume, gradi 10. 8. 6; gli angoli delle tre altre verso della riva destra gradi 8. 7. 6, e quelli verso la sponda sinistra 7. 5. 3; si sommino assieme a parte a parte, e si avranno 24, 21, 15, che divise ad una ad una per il numero delle immersioni 3, daranno respettivamente 8, 7, 5, per i loro

 an-

angoli *medii* o *ragguagliati*; sommati i quali di nuovo danno 20, numero che diviso ancora per quello delle stazioni, cioè per 3, lascia gradi 6, e minuti 40. per l'angolo *medio* della deviazione, vale a dire, che se un condotto eguale in altezza e larghezza col dato si movesse in tutte le di lui parti con moto tale che spingesse fuori del perpendicolo la palla per gradi 6, e minuti 40, questi due condotti scaricherebbero in egual tempo, eguali quantità di acqua.

23. Avuto l'angolo *medio* della deviazione, si dovrà pur riconoscere col livello l'inclinazione del canale di derivazione, e per conseguenza sarà noto anche l'angolo, che questa tale inclinazione farebbe coll'orizzontale: Se dunque si moltiplicherà il seno del complemento dell'angolo di deviazione con la tangente dell'angolo *medio* della deviazione predetta, e si dividerà il prodotto per la differenza, che corre fra il seno del medesimo angolo del complemento, ed il seno dell'angolo d'inclinazione dell'alveo coll'orizzontale, e di questo quoziente se ne estrarrà la radice quadrata, sarà questa la velocità competente a quel condotto, o Seriola, o a quel fiume, su di cui sarà stata praticata l'osservazione.

24. Ma perchè e l'angolo dell'inclinazione dell'alveo è sempre di una sprezzabile apertura, e per ordinario ne' condotti non guari differente da quella del fiume principale, e trattandosi di sole quantità relative, perciò in pratica senza sensibile errore, potendosi supporre come un zero, esso angolo d'inclinazione, diventerà la velocità semplicemente, come la radice quadrata dell'angolo della deviazione, il che renderà assai facile il calcolo. Che se alcuno volesse pure scrupolizzare anche su le differenti inclinazioni degli alvei, questo in tal caso non avrà che a servirsi della formola soprapposta, ed avrà l'intento con la maggiore geometrica precisione.

XIII.

25. Per facilitare l'uso di questo Canone si danno nella Tavola, che sarà registrata al §. XVIII. num. 36. le radici quadrate di tutte le tangenti di grado in grado, cominciando dal zero, fino al grado 70, mentre per condotti di derivazione ad un tal angolo di deviazione forse mai non arriverà la salita della palla. Essa tavola si è calcolata con le radici prossime, quando i numeri sono sordi, e quei numeri, che hanno unito il segno + dinotano, che la radice è qualche poco eccedente la vera quantità, come per lo contrario quei nume-

meri che hanno unito il segno —, mostrano che sono di qualche frazione mancanti della vera radice; ma tali difetti non turbano sensibilmente il calcolo, cosicchè si possono prender per veri senza tema d' ingannarsi.

26. Veniamo agli esempli, e prima sia da estrar l' acqua da un fiume in una data quantità. Se dunque in questo vi è Regolatore, vi si pratichino le osservazioni con la squadra a pendolo; e se non vi è, se è facile e di poca spesa, si faccia fare; e se il piantarlo fosse di qualche impegno si tralasci, e si operi nel modo che segue: Si tenda una sottil corda da riva a riva ad angoli retti con queste, e si divida in tre parti eguali, se il fiume non è molto largo, e in maggior numero se fosse di maggior dilatazione; ed in ognuna di queste divisioni si faccia stabilmente un segno visibile: Se vi si potesse gettar un ponte con una tavola ben resistente, sarebbe meglio della corda per le osservazioni, avendola prima segnata come sopra; dipoi in tutti e tre li diversi punti notati si pratichino le osservazioni degli angoli di deviazione, o con eguali immersioni, se la lunghezza del filo della palla non si vuole alterare, oppure tenendo fissa la prima immersione coll' allungar mezzo piede o un piede per volta, acciocchè la palla abbia campo di scandagliare il moto più lontano dalla superficie, egualmente per altro rilevandosi il moto e nell' uno, e nell' altro modo, che sempre torna lo stesso, come di sopra si è accennato; e notati diligentemente tutti gli angoli di deviazione, se ne ricavi, come si è detto al §. XII. n. 22. l' angolo medio, che sia in grazia di esempio di gradi 6, e 40 minuti, come ivi fu per supposizione determinato.

27. Fatta questa prima osservazione, si prenda l' esatto scandaglio della sezione del fiume, scandagliandola con eguali intervalli, e col maggior possibile numero di scandagliate, e sommate assieme tutte le misure che daranno, e diviso il prodotto per lo numero di esse scandagliate, si avrà l' altezza *media* o *ragguagliata* di detta sezione in piedi ed once; abbiasi pure la larghezza del fiume, e se per esempio l' altezza ragguagliata sia piedi 6 : 4, e la larghezza piedi 20; si moltiplichi un numero per l' altro, e sarà il prodotto 127, omettendo una picciola minuzia che non rileva, poi si vada alla Tavola del §. XVIII. n. 36, e si osservi, che al numero di gradi 6 corrisponde 102, a quello di 7, 111; onde per i minuti 40, che vagliono $\frac{2}{3}$ di grado, sarà il numero proporzionale (dicendo, se 60 dà 9, cosa darà 40?) 6, da aggiungere

gere al 102, e diverrà 108, numero esprimente la velocità, come si è detto al num. 24. del §. XII, onde moltiplicando 108 per 127 viene 13716 per la quantità dell' acqua del fiume.

28. Dipoi col galleggiante osservisi il reale moto di esso fiume per dieci ovvero venti minuti primi d' ora, e da ciò si riconosca con la regola aurea, che in un' ora faccia v. g. 900. passi geometrici; in tal caso non sarà vero che contenga quadretti 127, come risulta dalla moltiplicazione ordinaria dell' altezza nella larghezza della sezione; e perchè la velocità non dà i mille passi stabiliti in un' ora, è dunque da trovarsi questa differenza nel modo che segue:

29. Si moltiplichi mille per la larghezza della sezione ritrovata, che fu 20, ed il prodotto 20000, divida il prodotto del numero de' passi, che farebbe per l' osservazione il galleggiante in un' ora, che sono 900, con l' area ritrovata 127, e verrà 114300; dividendo pertanto questo numero 114300 per 20000, ne proviene $5\frac{2}{3}$, che sarà la nuova altezza ragguagliata del fiume, che avrà a moltiplicar la larghezza 20, onde aversi il vero numero de' *quadretti*, e però saranno questi 113, con differenza di *quadretti* 14 di meno di quello portava la pratica ordinaria; sicchè secondo a' posti principj fondamentali, quel tal fiume si può dire, che porti realmente *quadretti* 113 di acqua.

XIV.

30. Siano da derivarsi sei di detti *quadretti*. Si estragghino pure all' uso ordinario, tenendo larga la bocca piedi 6, ed alta uno, e si formi un Regolatore alterabile, il condotto si perfezioni, e vi si dia l' acqua, che vi cammini per qualche tempo, dopo il quale siano da rettificarsi le misure, che da prima furono solamente abbozzate. E perchè dal fiume in quistione è seguita l' estrazione di 6 quadretti di acqua, però nel nuovo condotto sarà da esaminarsi col galleggiante il moto che ha l' acqua, se maggiore, o minore di mille passi all' ora, e secondo quanto si è detto al §. VI. num. 12. si avrà a mutare o il sito della soglia, o la larghezza della bocca di estrazione, come più sarà in grado, ma sempre nelle misure, che saranno dinotate dal calcolo, ed in tal modo resteranno estratti i sei *quadretti* senza equivoco alcuno.

XV.

31. Ecco un altro metodo facilissimo da rettificar l' operazio-

ne

ne che darà i veri *quadretti* dell'acqua nel caso proposto in numero di sei. Si moltiplichi la larghezza del fiume nell'altezza ragguagliata, ritrovatasi quella di piedi 20, e questa di piedi $6\frac{1}{3}$; e questo primo prodotto si moltiplichi con quel numero che risponde alla ritrovata velocità 108; indi questo nuovo prodotto si moltiplichi col numero, ch' esprime i *quadretti* da estraersi, che nel caso presente è 6; e questo total prodotto si divida per l' altezza viva della nuova bocca, che nel nostro esempio è l' unità moltiplicata nel numero esprimente la velocità ragguagliata della nuova bocca, che sia v. g. di gradi 5, a cui nella Tavola risponde 93, ed il prodotto resti poi moltiplicato nel numero esprimente i *quadretti* reali che porta il fiume avanti la derivazione, ch'è 113; e questo quoziente sarà la larghezza della nuova bocca, la quale se sarà maggiore o minore delli piedi 6, si dovrà ridurre a quella tal misura ritrovata: nel caso presente, facendo il calcolo, si trova che verrebbe piedi 7, ed once 10, onde sarebbe da allargarsi un piede ed once 10, acciocchè dia la porzione, che se gli è destinata; il processo dell' operazione è il seguente:

$$\begin{array}{r} 93 \\ 1 \\ \hline 93 \\ 113 \\ \hline 339 \\ 1017 \\ \hline 10509 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20 \\ 6\frac{1}{3} \\ \hline 127- \\ 108 \\ \hline 13716 \\ 6 \\ \hline 82296 \end{array}$$

$$10509 \,|\, 82296 \,|\, 7\frac{8733}{10509} = 7.10$$

$$\begin{array}{r} 73563 \\ \hline 8733 \end{array}$$

$$10509.8733 :: 12.9\frac{10215}{10509} = 10$$

XVI.

32. Poniamo un' altro esempio, nel quale la velocità media della bocca superi quella del fiume principale, e sia di gradi 9; Per la Tavola del §. XVIII. n. 36. gli compete 126, e conservando per altro le stesse cose, sarà il calcolo

126	20
1	$6\frac{1}{3}$
126	127 -+
113	108
378	13716
126	6
126	82296
14238	

14238 | 82296 | 5. 2.

da cui si viene a comprendere, che basterà che la bocca sia larga piedi 5. 2 in vece delli 6, per dare la quantità ricercata. Ecco pertanto, come al cambiarsi delle velocità del fiume, e de' canali delle derivazioni, si muta anco la vera quantità de' *quadretti*, e come il metodo che quì si è posto con molta facilità, chiarezza, e brevissimo calcolo, la fa rilevare, con la sola supposizione di aversi fatta l' osservazione fondamentale nel fiume da cui si ha da estrar l' acqua.

33. Resta pur manifesto il modo, col quale si può togliere qualunque altro corpo di acqua dal medesimo fiume, bastando mutare i numeri che lo esprimono, ne'calcoli soprapposti, nè il Perito ha da levarsi dalla sua pratica nella prima estrazione, ma solo aggiustar le misure nella rettificazione che se gli rende necessaria, dopo che l' acqua si farà bilanciata nel condotto, come si è notato ne' numeri anteriori.

XVII.

34. Sarà ancora molto facile il sapere quant' acqua si possa estrarre per servigj privati da un dato fiume, senza impoverirlo soverchiamente di acque, e senza pregiudicare a quelli che per avventura fossero inferiori, ed avessero li suoi usi antichi; mentre quando con la pratica e calcolo, esposti ne' §. §. antecedenti, si può conoscere la vera quantità de' *quadretti* ch' esso fiume porta, si può altresì calcolare il più ed il meno che se ne potesse levare, allorchè il fiume nel progresso ricevesse delle nuove acque, o delle proprie ne somministrasse alle Campagne o Valli, quando fosse disarginato; nel qual caso, prima di piantar la distributiva dell' acque, converrà certificarsi di tal esuberanza, o deficienza, col replicar l' operazioni predette in varj siti, per poi calcolare con ragione e fondamento sopra le *erogazioni* da farsene, avuto riguardo all' intiero sistema del medesimo fiume.

35. Fi-

35. Finalmente con la medesima facilità si potrà rettificare qualunque condotto o Seriòla, posta sopra qualunque fiume, mentre dato il quantitativo dell'acqua dovuta a Tizio, e per lo numero 31. del §. XV. conosciuta la reale quantità che porta o il fiume principale, o qualunque de' condotti, col prendersi quello, o alcuno di questi per base fondamentale, riuscirà egualmente facile il sapere, se i riparti siano giusti, trascendino, o manchino. Altri esempj non si allegano, mentre bastanti si reputano i sovraposti, ed il recarne de' nuovi non servirebbe, che a tediare i leggitori, e talvolta a confondere i meno versati.

XVIII.

36. *Tavola delle velocità rispondenti a' gradi differenti di deviazione.*

Gr.		Gr.		Gr.	
Gr. 1	41—+	Gr. 24	211—+	Gr. 47	328—+
2	59—	25	216—+	48	333—
3	72—	26	221—+	49	339—
4	84—+	27	226—+	50	345—
5	93—	28	230—	51	351—
6	102—	29	236—+	52	358—+
7	111—+	30	240—	53	364—
8	118—	31	245—	54	371—+
9	126—+	32	250—+	55	378—+
10	133—+	33	255—+	56	385—+
11	139—	34	260—+	57	392—
12	146—+	35	264—	58	400—
13	152—+	36	269—	59	408—+
14	158—+	37	274—	60	416—
15	163—	38	279—	61	425—+
16	169—	39	285—+	62	434—+
17	175—+	40	289—	63	443—+
18	180—	41	295—+	64	452—
19	185—	42	300—	65	463—
20	191—+	43	305—	66	474—+
21	196—+	44	311—+	67	485—
22	201—	45	315—	68	497—
23	206—	46	322—+	69	510—
				70	524—

XIX.

37. Resta da avvertire, che la velocità dell'acque correnti, come anche si è espresso al §. XI. n. 21, essendo maggiore più verso il fondo, minore più verso della superficie, rimane questa prevalenza di moto alterata sensibilmente dalle resistenze del fondo; così anco benchè nel mezzo di un canale corra l'acqua più veloce di quello faccia vicino alle rive; e facendosi le resistenze di dette rive, e del fondo maggiormente risentire, dove l'acqua è minore di corpo, ne proviene, che in parità di circostanze, abbenchè si abbia lo stesso pendìo in due diversi canali, correrà però sempre meno quello, che v. g. avrà un piede di altezza, ed altrettanta larghezza, di un altro, che sia maggiore ed in larghezza, ed in profondità; cosicchè nel calcolo fondamentale, allorchè vien supposto che l'acqua debba fare un miglio di cammino all'ora, si avrà ad attendere anco a tali accidenti, battendo un dieci per cento, se l'acqua fosse di corpo oltre li 6 *quadretti*, nulla battendo se l'acqua fosse dalli sei alli tre, ed aggiungendo il dieci per cento, se fosse minore delli tre *quadretti*.

38. Nel qual caso in tutti que' numeri, ne' quali si è supposto che quello di mille passi moltiplichi, o divida qualche altro numero, basterà di sostituire o il 900, ovvero il 1100, secondo la esigenza, e si averanno prossimamente le desiderate quantità; che se anco lo stesso numero di 1000, quantità assunta come la più ragionevole, si credesse o deficiente, o esuberante, il che non pare, ciò non ostante sussistono tutte le predette regole, solamente che si abbia l'avvertenza di mutare il numero 1000, ivi preso per fondamentale. Si è voluto aggiugnere anche questa notazione, acciocchè sempre più si rilevi l'universalità di questo metodo, nel quale una volta, che si abbia determinata la sola quantità di un cammino ragionevole, che può far l'acqua dentro un certo tempo, non vi è più difficoltà per fissare stabilmente tutte le misure di ogni e qualunque derivazione, in ogni e qualunque condotto.

CA-

CAPITOLO SESTO.

Dell' unione, e divisione dell' acque correnti, con le leggi del loro crescere, e scemare.

I.

Un fiume che ponga capo in un altro fiume, non lo fa crescere già a misura della quantità dell'acqua, che vi porta, come accaderebbe se l'acqua venisse considerata a guisa di un solido, ma solamente cresce per quanto gli viene permesso dalla maggiore o minore velocità sì dell'influente, che del recipiente. Così per lo contrario, se ad un fiume col mezzo d'un canale verrà scemata una certa quantità di acqua, dovrà esso abbassarsi di superficie a norma del moto che avrà ed il canale di derivazione, ed il fiume da cui si distrae l'acqua; e tali alterazioni risentir si debbono non solo nelle parti inferiori al sito, ove o si pone, o si estrae l'acqua, ma ancora nelle superiori; con qual legge poi, ciò per anco ha molto dell'oscuro; quello che sembra certo si è, che tanto nel caso dell'unione, che della derivazione, conviene, che la superficie si vada accomodando in una proporzionata cadente; e comecchè l'impressione, che nasce da una tale anomalia non giugne per lo più a turbare tutto l'alveo del fiume, se questo corre per lungo tratto, così si riduce il più difficile del problema a trovare il punto, ove la superficie alterata si confonde ed unisce con l'inalterata, dopo seguito il bilanciamento dell'acque, il qual punto in rigore geometrico dovrebbe scorrere, e trovarsi fino al principio o fonte del fiume, quando una curva regolare fosse, com'esser dovrebbe, la di lui superficie; ma tanti sono gl'impedimenti ed ostacoli, che il corso dell'acqua da per tutto incontra, che questa legge non si osserva in fatto, ed in ogni fiume vi è realmente un punto, oltre il quale non passa l'azione del rigurgito. Ciò però, per quanto sarà in potere dell'arte, considereremo in altro Capitolo, ove si tratterà delle cadenti de' fiumi, delle loro piene, e magre; e ci basterà adesso di cercare l'alzamento, o lo scemamento, che può seguire in un fiume per l'aggiunta, o derivazione di una data quantità di acqua.

 Inten-

II.

Intendasi che l'altezza del recipiente avanti l'ingresso di un nuovo influente sia la AB (*Fig. 7. Tav. III.*), la sua larghezza in una sezione regolata sia LM, l'altezza sotto di cui corre l'influente avanti l'unione sia FG, la sua larghezza HI; introdotto che sia nel recipiente predetto, dovrà questo soffrire qualche gonfiamento, si cerca di quale altezza sia egli per essere. Perchè dunque l'acqua aggiunta deve conformarsi alla larghezza della sezione del recipiente, si concepisca l'altezza FG dell'influente, mutata nella AE del recipiente, allorchè l'acqua di quello sia in questo passata; e perchè questa nuova acqua pesa sopra la sottoposta, perciò quella del recipiente verrà obbligata ad abbassare la sua superficie, e dal punto A, ridurla v. g. in C, cosicchè anche il punto E passerà in D, e sarà ED = AC; e perciò la BD sarà tutta la nuova altezza, che avrà acquistata il recipiente, dopo l'aggiunta dell'acqua dell'influente. Si chiami $AB = d$, $AE = x = CD$, $BD = z$, $FG = b$, $HI = a$, $LM = c$, la velocità del recipiente, prima di ricever l'influente sia u, quella dopo di averlo ricevuto, ma avanti che possa esercitar la pressione, e ridursi all'equilibrio, cioè quella ch'avrebbe se corresse l'acqua dell'influente nella larghezza del recipiente $= t$, la velocità che realmente avrà il recipiente dopo seguita l'unione, e dopo bilanciate nel loro corso le acque $= q$, e finalmente la velocità che teneva l'influente nel suo alveo avanti l'unione $= r$. Essendochè dunque le due moli di acqua dell'influente e del recipiente, che in un dato ed egual tempo possono passare separatamente nell'alveo del recipiente, devono pur passare unitamente per esso recipiente; quindi sarà l'equazione $du + tx = qz$, e $z = \frac{du + tx}{q}$, prima formola generale; dipoi perchè egual mole d'acqua, in egual tempo dee intendersi passare e per l'influente separato, e per lo medesimo influente, quando si concepisca ridotto alla larghezza del recipiente; sarà però un'altra equazione $ctx = abr$, onde $x = \frac{abr}{ct}$, e $z = \frac{cdu + abr}{cq}$, seconda formola generale esprimente tutta l'altezza BD; quindi la AD, ch'è il solo accrescimento per l'influente sopra lo stato di prima del recipiente, verrà ad essere $\frac{cdu + abr - cdq}{cq}$.

Co-

III.

Coroll. I. Se le velocità fossero in dimezzata proporzione delle altezze, sarebbe $AD = \frac{d\sqrt{d} + x\sqrt{x} - d\sqrt{z}}{\sqrt{z}} = z - d$, che si riduce a $z = \sqrt[3]{d^3 + 2dx\sqrt{dx} + x^3}$, ed $AD = \sqrt[3]{d^3 + 2dx\sqrt{dx} - x^3} - d$ in cui $x = \frac{b\sqrt[3]{aa}}{\sqrt[3]{cc}}$, come si ricava sostituendo nella formola $ctx = abr$, i valori di t, ed r, che sono $\sqrt{x}$, $\sqrt{b}$; questo valore dunque di x, sostituito in quello di z, darà il valore di AD.

IV.

Coroll. 2. Nella supposizione del Castelli, e del Baratrieri, che fanno le velocità, come le altezze, sarà $z = \sqrt{dd + \frac{abb}{c}}$, ed AD $= \sqrt{dd + \frac{abb}{c}} - d$.

V.

Coroll. 3. E conseguentemente, se sarà $u = d^m$, $r = b^n$, $q = z^\varphi$, cioè se saranno m, n, φ numeri quali si voglino intieri o rotti, esprimenti qualunque podestà delle altezze, per le velocità sarà la formola generale $z = \left(d^{m+1} + a \times c^{-1} b^{n+1}\right)^{\frac{1}{\varphi+1}}$, nella quale essendo di già eliminato x, non vi sarà se non da sostituire i valori di d, a, c, b. fissati che sieno i suddetti esponenti; supponendosi z, d incognite, la suddetta formola darà l'equazione generale di tutte le curve degli accrescimenti de' fiumi per l'aggiunta di nuovi influenti, l'abscissa delle quali sarà z, l'ordinata d; ovvero più generalmente, facendo $u = d^{\frac{m}{p}}$, $r = b^{\frac{n}{p}}$, $q = z^{\frac{\varphi}{p}}$, si averà $cz^{\frac{\varphi+p}{p}} = cd^{\frac{p+m}{p}} + ab^{\frac{p+n}{p}}$, cioè $z^{\varphi+p} = \frac{\left(cd^{\frac{p+m}{p}} + ab^{\frac{p+n}{p}}\right)^p}{c^p}$, e si potrà determinare la relazione di z

a d nel modo che segue. (*Fig.* 8. *Tav. III.*) Sia $d^{\frac{p+m}{p}} = b^{\frac{m}{p}} y$, ovvero $d^{p+m} = b^{m} y^{p}$, sarà $z^{\varphi+p} = \left(y + \frac{ab}{c}^{\frac{n+p-m}{p}}\right)^{p} \times b^{m}$.
Si costruisca la curva AE espressa dall' equazione $d^{p+m} = b^{m} y^{p}$.
Si prenda $BA = ab^{\frac{p+n-m}{p}}$, e dal punto B si descriva un' altra curva, che abbia per equazione $z^{\varphi+p} = \left(y + \frac{ab}{c}^{\frac{n+p-m}{p}}\right)^{p} \times b^{m}$, sarà $DE = d$, $CD = z$, e l'intercetta CE sarà il ricercato accrescimento.

VI.

Scolio I. Nel caso semplicissimo delle velocità in ragione delle altezze, servendosi della prima formola del numero precedente, si muterà questa in $dd = zz - \frac{abb}{c}$, equazione all' iperbola equilatera bA, (*Fig.* 9.) di cui tanto il parametro bn, quanto il diametro $bm = \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{c}}$; DB dunque sarà l'altezza dopo l'unione dell'acqua, e BA l'altezza, che prima di riceverla aveva il recipiente; ed essendo per la natura dell' iperbola equilatera il quadrato di BA eguale al rettangolo $Bm \times bB$, cioè alla differenza de' quadrati DB, Db, si avrà in termini analitici $dd = zz - \frac{abb}{c}$, che è l'equazione proposta; onde apparisce il metodo di descrivere tale iperbola, sicchè contenga tutti i casi possibili di questi crescimenti nati da una sopravvenienza di acque; E calcolando con la seconda formola mediante le due parabole del numero precedente, saranno l'equazioni $dd = by$, $BA = \frac{ba}{c}$, e $zz = by + \frac{bba}{c}$, e se in vece di by si sostituirà il suo valore dd, sarà $zz = dd + \frac{bba}{c}$, equazione che di sopra si è trovata, e costrutta.

Sco-

VII.

Scolio II. Se le velocità ſteſſero come le radici delle altezze, l'equazione che ne riſulterebbe dalla prima formola del num. V. aſcenderà alla ſeſta dimenſione nell'incognita, e ſarebbe la ſeguente $c^4 z^6 - 2 a^2 b^3 ccz^3 + a^4 b^6 - 2 c^4 d^3 z^3 - 2 a^2 c^2 b^3 d^3 + c^4 d^6 = o$, che non traſcende però i limiti dell'equazione cubica, ma con la ſeconda formola poſto $\frac{m}{p} = \frac{n}{p} = \frac{\varphi}{p} = \frac{1}{2}$ ſi avrà $z^3 = \overline{y + \frac{ba}{c}}|^2 \times b$, e ſupponendo $d^3 = by^2$, ſarà in tal caſo AE la parabola (*Figura* 8. *Tav. III.*) che eſprimerà la detta equazione, e BC quella dell'altra $z^3 = \overline{y + \frac{ba}{c}}|^2 \times b$ ſenza altro imbarazzarſi nella riſoluzione dell'equazione predetta aſſai compoſta.

VIII.

La converſa propoſizione del numero II. di queſto, ſi ricava dalle ſteſſe formole ivi regiſtrate: cioè data l'altezza viva di un fiume, da cui ſi doveſſe eſtrarre una quantità di acqua, ritrovare la ſezione del canale di derivazione, coſicchè queſto ſcarichi la detta quantità di acqua, e che l'altezza viva BD (*Figura* 7. *Tavola III.*) diſcenda ſino in BA. L'equazione dunque $cqz = cdu + abr$ ſi muta ancora in $abr = cqz - cdu$, la quale ſcioglie il problema. Sia da levarſi pertanto una quantità di acqua, che alla prima avanti dell'eſtrazione abbia la ragione di l a p, onde ſarà l'analogia $cqz . cdu :: l . p$. e facendo $r = b^n$, ed $u = d^m$, ſarà $b = \overline{\frac{c}{a} \times \frac{l-p}{p} \times d^{m+1}}|^{\frac{1}{n+1}}$ da cui ſi cava l'altezza viva del canale derivante $d = \overline{\frac{a}{c} \times \frac{p}{l-p} b^{n+1}}|^{\frac{1}{m+1}}$ formola che fa nota l'altezza, che dopo levata la detta quantità di acqua dovrà avere acquiſtato il fiume, da cui rimane eſſa acqua eſtratta. Che ſe ſcemata l'acqua del fiume, dopo aperto il canale derivante per una data altezza, e nota l'altezza dell'effluente b, ſi deſideraſſe la larghezza di eſſo a: Sia la prima altezza avanti la derivazione, alla ſeconda dopo che queſta è ſeguita, come e ad f, cioè $z . d :: e . f$. onde $z = \frac{de}{f}$, ſoſtituendo però queſto

ſto valore nella formola generale, come ſopra $r = b^n$, $q = z^{\varphi}$, ed $u = d^n$ ſarà ridotta l' equazione alla ſeguente $a = \frac{c}{\varphi+1} \times \frac{\overline{e^{\varphi+1} d^{n+1} - f^{\varphi+1} d^{m+1}}}{b^{n+1}}$ nella quale a, d ſono le incognite, e le quantità date ſono c, f, b, z, ovvero ſe foſſe data queſta larghezza, e reſtaſſe incognita l' altezza, ſarebbe $b = \frac{c}{af^{\varphi+1}} \times \overline{e^{\varphi+1} d^{\varphi+1} - f^{\varphi+1} d^{m+1}}\Big|^{\frac{1}{n+1}}$, ovvero per i fiumi orizzontali, o quaſi orizzontali, dove eſſendo libero il canal derivante, il fondo di queſto viene anco a regolare l'altezza viva dell' acqua del fiume, cioè quella, che può agire a promovere la maggiore o minore quantità, che deeſi derivare, reſtando l'altra inoperoſa in riguardo di un tal canale da derivarſi, ſarà la formola $d = \overline{\frac{e}{f} \times \frac{cz\varphi}{a+z}}\Big|^{\frac{1}{n}} = b$.

IX.

Coroll. I. Sia nella ſeconda formola del numero precedente $m = n = 1$, ſi muterà in $d = b \times \sqrt{\frac{ap}{cl - cp}}$ nella quale ſe ſi porrà $l = 4000$, $p = 3100$, numeri eſprimenti le quantità dell' acqua, che paſſano per una data ſezione del fiume, e prima, e dopo della derivazione, $b =$ a piedi 10, $a =$ piedi 200, $c =$ piedi 300, ſarà, fatte le dovute operazioni, il logaritmo di $d = 1.3345034$, che riſponde a piedi $21 \frac{122841}{202034}$. Il valore poi dell' altezza prima, avanti cioè la derivazione, ſarà $z = \frac{d\sqrt{l}}{\sqrt{p}}$ onde eſſendo conoſciuta d, ſaranno pur conoſciute tutte le altre quantità, e valerà piedi $23 \frac{8858}{92417}$.

X.

Coroll. II. Facendo $m = n = \frac{1}{2}$, che è il caſo del Torricelli, del Mariotte, e di altri, ſi traſmuterà la detta ſeconda formo-

mola in $d = b\sqrt[3]{\frac{aapp}{cc - \overline{l-p}|^2}}$, e $z = \frac{d\sqrt[3]{ll}}{\sqrt[3]{pp}}$, fatte le dovute fostituzioni, e posti i valori delle quantità l, p, b, a, c come sopra, sarà logaritmo $z = 1.4846658$, il di cui numero $30\frac{75446}{142405}$; dal che appare, che se si abbasserà il fiume per l'acqua derivata dall'effluente, cosicchè la prima altezza alla seconda dopo la derivazione sia come $23\frac{8858}{92417}$ a $21\frac{122841}{202034}$, sarà la quantità, che passa per una data sezione inferiormente al sito della deviazione, avanti che sia estratta l'acqua, alla quantità che passa per la medesima sezione dopo derivata la detta acqua, come 40 al 35, nel primo caso, e le altezze per il secondo caso saranno come $30\frac{75446}{142405}$ a $27\frac{146407}{157942}$.

XI.

Coroll. III. Prendendo la terza formola del numero predetto, nella quale si suppongono date e, f, d, b, c, e facendo $n, \phi, m = 1$ per l'ipotesi del Castelli si cerca la larghezza del canale di derivazione, sarà però $a = \frac{cdd}{ff} \times \frac{\overline{ee - ff}}{bb}$. Sia $e . f :: 9 . 8$; $d = 20$, $b = 18$, $c = 300$, sarà il logaritmo di $a = 1.9929051$, a cui prossimamente corrisponde il numero 98, e di tanti piedi dovrebbe essere la larghezza ricercata del canale di derivazione, acciocchè la prima altezza del fiume restasse alla seconda dopo estratta l'acqua nella ragione di 9 all'8, ma nella supposizione che m, n, Φ, sieno eguali a $\frac{1}{2}$, sarà la terza formola mutata in $a = \frac{cd\sqrt{d}}{f\sqrt{f}} \times \frac{\overline{e\sqrt{e} - f\sqrt{f}}}{b\sqrt{b}}$, ed il logaritmo prossimo di a sarà 1.8900925, il di cui numero prossimo è 78 per la ricercata larghezza.

XII.

Coroll. IV. Servendosi della formola generale del numero III. $z = \frac{cdu + abr}{cq}$ per aversi l'altezza residua di un fiume, dopo che

gli farà ftata levata una certa quantità di acqua, farà $d = \frac{cqz - abr}{cu}$, ovvero foftituendo in vece di q, r, u li valori refpettivi z^{φ}, b^{∂}, d^{m}, farà $d = \overline{\frac{cz^{\varphi+1} - ab^{\partial+1}}{c}}\Big|^{\frac{1}{m+1}}$; fe dunque φ, ∂, m faranno eguali ciafcheduna ad un $\frac{1}{2}$, farà l' equazione

$$\begin{aligned} d^6 - 2aab^3d^3 &+ z^6 = 0 \\ - 2z^3 - 2aab^3z^3 & \\ + \frac{a^4b^6}{c^4} &. \end{aligned}$$

oppurre, per maggior facilità, fi potrà ridurre alla feguente efpreffione $d = \sqrt[3]{z^3 - \frac{2zcx^3\sqrt{bz}}{abb} + x^3}$, ed effendo $x = \frac{b\sqrt[3]{aa}}{\sqrt[3]{cc}}$ farà $d = \sqrt[3]{\frac{ccz^3 - 2cabz\sqrt{bz} + aab^3}{\sqrt[3]{cc}}}$.

XIII.

Coroll.V. Ovvero fervendofi della feconda formola regiftrata al num. V. di quefto, (*Fig.8.T.III.*) e mediante le due parabole ivi coftrutte farà fecondo a quanto ivi fi è efpofto $cd^{\frac{p+m}{p}} = cz^{\frac{\varphi+p}{p}} - ab^{\frac{p+n}{p}}$, e però $d^{\frac{p+m}{p}} = z^{\frac{\varphi+p}{p}} - \frac{ab}{c}^{\frac{p+n}{p}}$, ovvero $d^{p+m} = \overline{z^{\frac{\varphi+p}{p}} - \frac{ab}{c}^{\frac{p+n}{p}}}\Big|^{p}$, e facendo $z^{\frac{\varphi+p}{p}} = b^{\frac{m}{p}}y$ diventerà, fatte le debite foftituzioni, $d^{p+m} = \overline{y + \frac{ab}{c}^{\frac{p+n-m}{p}}}\Big|^{p} \times b^{m}$. Sia dunque BC la curva, la di cui equazione $z^{\varphi+p} = b^{m}y^{p}$. Si prenda $BA = \frac{ab}{c}^{\frac{p+n-m}{p}}$, e dal punto A fi defcriva un'altra curva AE efpreffa dall' equazione $d^{\frac{p+m}{p}} = \overline{y - \frac{ab}{c}^{\frac{p+n-m}{p}}}\Big|^{p} \times b^{m}$,

farà

farà DE $=d$, CB $=z$, e CE la ricercata differenza delle altezze.

XIV.

Scolio I. Si produrranno alcuni esempj concernenti gli abbassamenti de' fiumi in piena, col mezzo de' canali risoratori, o diversivi, che venghino chiamati, e saranno tali esempj presi dall' Adige; che come è noto, molti ne tiene, e per i quali in varj tempi ebbi motivo di fare varie osservazioni per la generale regolazione di quel fiume. Fu trovato dunque 1.° Che la Buova della Badia tiene di altezza di acqua in piena sopra la di lei soglia piedi Veneti 10: 7: 4, cioè linee 1528, la larghezza sua è di piedi 12 $\frac{1}{2}$ o siano linee 1800, l'altezza ragguagliata dell' Adige ivi dirimpetto, considerato pure in piena, fu trovata di p. 11. 3. 1, cioè linee 1621, essendo largo piedi 402, ovvero linee 57888, onde a norma di quanto si registra al numero VI. di questo, calcolando col supporre le velocità, come le altezze, avendosi $x=\frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{c}}=269$, e per conseguenza $d=\sqrt{zz-xx}=1598$, detratte queste dall'altezza dell' Adige, avanti la derivazione, restano linee 23, cioè once una, e punti undici per l' abbassamento ricercato. 2.° Alla bocca o sia Regolatore della Sabbadina si è trovato $z=$ p. 19. 1. 11 $=$ linee 2759, $b=$ p. 9. 2. 11 $=$ lin. 1331; $a=$ p. 27 $\frac{1}{2}$ $=$ linee 3960; $c=$ p. 2280 $=$ lin. 30240, onde $x=554$, e $d=\sqrt{zz-xx}=2703$, che detratte da 2759 prima altezza, danno linee 56 equivalenti ad once 4 e due terzi. 3.° Al Regolatore di Fiume nuovo, quando era di legno, si è trovato $z=$ p. 10. 8. 4 $=$ linee 1480; $b=$ p. 4 10. 8. $=$ lin. 704; $a=$ p. 60 $=$ lin. 8640; $c=$ p. 318 $=$ lin. 45792, e però $x=306$, e $d=1448$, cosicchè può dare un abbassamento all'Adige di once 2, e due terzi. 4.° A Fossa Bellina, che è il più inferiore de' diversivi, rispetto al mare, si è trovato $z=$ p. 10. 11. 8 $=$ linee 1580; $b=$ 4. 4. 2 $=$ lin. 626; $a=$ p. 60 $=$ lin. 8640; $c=$ 258 $=$ lin. 37152, onde $x=301$, e $d=\sqrt{zz-xx}=1531$, che detratte da 1580 lasciano 29 linee per l' abbassamento dell' Adige, cioè due once e punti cinque. 5.° Ma al Castagnaro, che è il primo e più lontano dal mare di tutti i diversivi, essendosi trovato $z=$ p. 14. 2. 10. $=$ linee 2050; $b=$ lin. 1491; $a=$ lin. 35064; $c=$ lin. 95040, misure presesi sopra i due strammazzi laterali alla cunetta, che rimane nel mezzo, la di cui portata si è poi calcolata separatamente; farà $x=$ lin. 950, e $d=$ lin. 1816,

 quan-

quantità che levata da 2050 lascia linee 234, cioè piedi 1: 7: 6 per l'abbassamento dell'Adige pieno a cagione della diversione, che gli possono fare i detti due stramazzi uno di quà e l' altro di là dalla cunetta. Calcolando poi la derivazione di questa, si ha che z sarà eguale a linee 2050, $b =$ lin. 2127, $a =$ lin. 3816, $c =$ lin. 95040 come sopra, onde d sarà lin. 2000 prossimamente, che sottratte da 2050 lasciano 50 linee, che fanno once 4, e punti 2, che però tutto il diversivo del Castagnaro dà piedi 1: 11: 8, cioè soli quattro punti di meno di due piedi.

XV.

Scolio II. Il Celebre P. Abate D. Guido Grandi Matematico del Gran Duca di Toscana nel Trattato del movimento delle acque, che già qualche anno ha consegnato al Pubblico con le stampe di Firenze, al Capitolo V. Prop. XXXV. professa, *che se due fiumi orizzontali LG, FG (Fig. 9. Tav. III.), siano mossi colle velocità GI, GK, si uniscano in un tronco, la cui velocità, e direzione sarebbe GH; e poi viceversa si supponga, che lo stesso Tronco HG colla stessa velocità HG, dovesse con moto retrogrado diramarsi ne' due rami GL, GF non restituirà loro le velocità IG, KG uguali alle prime, se non quando l' angolo LGF fosse retto*, il che essendo diverso da quanto da noi si è stabilito ne' numeri antecedenti, siamo chiamati a ponderare a misura delle nostre forze, i fondamenti sopra de' quali è piantata la detta proposizione. Risolve dunque il P. Abate Grandi la velocità totale GH, che è nata dalle due laterali GK, GI, mediante il compimento del parallelogrammo con le due linee esprimenti le forze HE, GE, delle quali HE è la perpendicolare condotta alla GK prodotta; ma se di converso, dice il P. Abate, il tronco HG si rivolgesse ne' rami, le velocità di questi non sarebbero già le stesse, che allora quando entravano nel tronco, bensì ora maggiori, ora minori, e solo eguali nel caso che l' angolo LGF fosse retto. La direzione della velocità GH, risultante dalla cospirazione delle due laterali GI, GK è appunto quale da tutti gli Statici viene prescritta. Per aversene una prova più chiara si conduca sulla linea del tronco GH le perpendicolari Kδ, Iφ, e si avrà la velocità GK risolta realmente nelle due Gδ, δK, e la velocità GI nelle altre due Gφ, φI, delle quali le Kδ, φI, nulla contribuiscono al moto progressivo, ma le sole Gδ, Gφ, que-

ste

ſte poi G∂ + Gφ ſono eguali a GH, come ſi può facilmente dimoſtrare; dunque queſta quantità dinota realmente la velocità con la quale ſi muove l'acqua del tronco, dopo ricevuti gl'influenti, e quì di paſſaggio è da notarſi, che la prevalenza di una delle perpendicolari K∂ ſopra l'altra Iφ non servirebbe che ad obbligare il filone a torcere un poco dalla ſua rettitudine il cammino. Allorchè poi conſidera il chiariſſimo Autore la converſa della propoſizione, cioè quando il tronco paſſaſſe ne' rami, riſolve la velocità di queſto HG nelle due HE, EG, e dice, che in GF vi anderebbe l'acqua con la velocità GE maggiore di GK per l'angolo acuto; lo che ſarebbe vero ogniqualvolta e quando per queſto ramo GF vi doveſſe andare tutta l'acqua del tronco, mentre HG n'eſprime tutta la velocità, ma per GF non dovendone andare che quella quantità, ch'è venuta quando GF fu conſiderato come un influente, ne deriva, che la HG debba riſolverſi in altra guiſa di quello è ſtato fatto, conſiderando cioè Gφ per la velocità GI, e G∂ per la velocità GK, onde ſaranno poi reſtituite a capello le velocità di prima GK, GI ne'due canali reſpettivi, ora riputati come rami diffluenti GF, GL; quindi gl'influenti convertiti in diffluenti non cangeranno di velocità, anzi la medeſima e nell'uno e nell'altro caſo ſaranno puntualmente ritenute, purchè alcuna circoſtanza non venga mutata.

XVI.

Scolio III. Non credo fuori di propoſito il dar quivi un eſempio dell'accreſcimento che ſarebbe un fiume reale in piena, ſe aveſſe a ricevere un nuovo influente pure in piena. Le velocità ſi ſupporranno nella ragione dimezzata delle altezze, col ſervirſi della formola regiſtrata al num. III di queſto $z = \sqrt[3]{d^3 + 2dx\sqrt{dx} + x^3}$; Sia la profondità ragguagliata della ſezione del recipiente linee $3962 = d$, la larghezza del medeſimo linee 115200 (cioè piedi $800) = c$; La ſezione dunque vera di queſto recipiente venga rappreſentata dalla Fig. 10. Tav. IV, in cui per A, e B dinotaſi il profilo degli argini, C il fondo, DE la ſuperficie di piena, PF la profondità ragguagliata; ma la ſezione dell'influente venga rappreſentata per la figura 11, che n'eſprime il profilo, in cui appariſcono le Golene EH, LNR molto più elevate del fondo I, e s'intenda l'altezza della ſua piena BMS. Per meglio adattarſi alla pratica ed al calcolo, divideremo eſſa ſezione (*Fig.* 11.) in molte parti, ragguа-

ragguagliandole ad una ad una alla sezione del recipiente, perchè poi sommate assieme dieno l'intiero di lui accrescimento. Nella sezione dunque dell'influente fig. 11. DEHILNRT, DE dinoti l'argine destro, RTV il sinistro, EH sia il fondo della spiaggia, Marezana o Golena a piedi dell'argine destro, LNR il fondo della Golena dalla parte sinistra, ed HIL il fondo dell'influente. La porzione BFE si consideri di un'altezza ragguagliata di piedi 3. 0. 4, cioè prendendo la metà di EF a causa del triangolo BFE, ovvero BAE, e la base BF sia di piedi 11, ovvero di linee 1584; perlochè fatte le necessarie operazioni sarà z = linee 3963, dalle quali detraendosi linee 3962, altezza ragguagliata del recipiente in piena, restano linee una per l'accrescimento di essa porzione BFE. Così per la porzione FGHE larga piedi 17, ed alta piedi 6. 0. 9, cioè linee 873, sarà z = linee 3968, dalle quali sottratte le 3962, rimangono linee 6 per l'accrescimento del recipiente in piena a causa della detta porzione. La parte GHILM, abbia di altezza ragguagliata p. 13. 5. 3, oppure linee 1935, e larghezza piedi 126 = linee 18144, onde z valerà in tali dati linee 4102, e però questo terzo accrescimento sarà di once 11, e punti 8. La parte MLNO, formata dalla Golena sinistra più bassa, abbia l'altezza *media* linee 1333, la larghezza di piedi 100 = linee 14400, quindi z sarà di linee 4026, e l'altezza ricercata per l'accrescimento del recipiente once 5 ed un terzo. La Golena poi più alta ONSR sia larga piedi 26 = linee 3744, e profonda ragguagliatamente sotto della massima piena p. 3. 6. 3 = linee 507, e però z = 3966, che danno di accrescimento punti 4. Finalmente la porzione, che comprende la scarpa dell'argine, se verrà considerata di larghezza piedi 8, ed alta ragguagliatamente piedi 1. 9. 1, non dà veruno accrescimento sensibile: raccogliendo dunque tutte dette misure, formano l'intiero accrescimento di piedi 1. 5. 11.

XVII.

Scolio IV. Sopra a quanto viene registrato nella visita del Po, e del Reno fattasi l'anno 1693. da' Cardinali d'Adda, e Barberini, chi volesse calcolare l'accrescimento, che il Po fosse per fare per l'aggiunta del Reno, non avrà che a servirsi della formola antedetta, come della medesima avrebbesi a servire quello, che sopra i rilievi della visita generale 1720. volesse riconoscere il medesimo effetto. Per quella dunque del 1693. antedetta, si suppone l'al-

tezza

tezza ragguagliata del Po pieno, ma senza Reno, a Lagoscuro di piedi 31, ovvero once 372; l'altezza pur ragguagliata del Reno al passo detto de i annegati, cioè $b =$ p. 9, ovvero once 108; la larghezza di esso Reno ivi p. 189 $= a =$ once 2268; la larghezza del Po a Lagoscuro p. 760 $= c =$ once 9120, onde $x =$ p. 3 : 6, $d^3 = 51478848$; $2dx \sqrt{dx} = 3906000$, ed $x^3 = 74088$, numeri che sommati assieme fanno 55458936, il di cui logarit. 7. 7439015, che diviso per 3 per aversi la radice cubica lascia log. 2. 5813005, il di cui numero 381 $\frac{3755}{10384}$; e perchè la frazione risponde a linee 4, se si sottrarrà 372. da 381. 4, resteranno once 9 e linee 4, cioè p. o. 9. 4 per il ricercato accrescimento, secondo le dette supposizioni.

XVIII.

Scolio V. In una Scrittura presentata dal Guglielmini nel tempo della visita, e che fu registrata negli atti della medesima, e poi stampata nella Raccolta di Firenze, si calcola l'alzamento predetto di soli p. o. 8. 9; ma la differenza fra il di lui ed il nostro calcolo deve rifondersi nel prendere che ha fatto i numeri prossimi, in vece de' veri per liberarsi dalle frazioni. Il Sig. Eustachio Manfredi nella risposta che fa alle ragioni prodotte dal Sign. Giovanni Ceva pag. 67. §. *Ma per non dissimulare*, dice a questo proposito: *Si troverà in fine che tornano appunto le once 9 $\frac{1}{3}$ d'elevazione trovate dal Sig. Ceva, che viene ad essere quasi un'oncia di più di quel che risulta nel calcolo suddetto fatto dal Guglielmini ne' medesimi supposti, e ciò per un piccolo errore di una frazione, che corse in questo ec.* Nel proposito dell'unione de' fiumi, sarà utile il vedere e considerare que' riflessi, che il predetto Sig. Manfredi ha fatto nelle Annotazioni al Libro *della natura de' fiumi* del Guglielmini, dalla pag. 311. fino alla 318.

XIX.

Scolio VI. In tutti gli esempj soprapposti noi ci siamo serviti pel calcolo delle velocità della ragione che si riporta alle altezze delle acque o semplice o dimidiata, e ciò per non discostarsi da quel tanto, che in molte occasioni è stato prodotto da molti rinomati Autori, ed ancora per dare un saggio del modo di servirsi delle formole, che abbiamo trovate: quando però si desiderasse una mag-

maggior precisione non sarà da partirsi dal calcolo delle velocità rilevate con la palla, e adoperando la formola registrata al num. XXVI. della seconda parte del Capitolo precedente, e servendosi de' precetti esposti ne' numeri XXVII. e XXVIII. di detta seconda Parte. Non è però che in qualche caso non possiamo servirsi, senza tema di andar gran fatto errati, anche delle ragioni soprariferite per le velocità, anzi per rintracciare il meno equivocamente che sia possibile la verità ne' casi di molta importanza, sarà bene di calcolare con molti metodi, osservando a quali differenze portino e gli uni e gli altri, per determinarsi poscia al più probabile.

CAPI-

CAPITOLO SETTIMO.

Degl' impedimenti che si fanno al corso de i fiumi, e delle alterazioni che ne derivano.

I.

UN fiume, che venga aggiunto ad un altro fiume, in tanto gli accresce la velocità, in quanto in parità di circostanze lo aumenta di corpo, e di altezza, ed un tale accrescimento produce una reale ed assoluta aggiunta di moto, a quello che aveva, prima che niun'acqua vi fosse unita. Vi sono inoltre degli accrescimenti di altezza viva, senza che ricevano i fiumi verun reale aumento per l' unione di altre acque; tal sarebbe lo inalzamento di queste a cagione di un ostacolo che si frapponesse al libero loro corso, mentre in tal caso l'acqua crescerà in detto sito fino ad ottenere dall' altezza, quello che le veniva levato dall' impedimento. Se un tale ostacolo è solamente in qualche luogo del fiume, fuori di esso ostacolo ripiglierà l' acqua il suo corso, come se non vi fosse stato veruno impedimento; ma se le difficoltà saranno continue in un dato spazio, resterà illanguidito il corso del fiume; onde per rimetterlo sarà di mestieri, che cresca il corpo, e seguano delle alterazioni nelle misure che prima aveva; ma queste variazioni di moto saranno sempre contenute nelle formole avanzate nell' antecedente Capitolo, essendo solamente varie le altre circostanze risguardanti il sito e positura dell' ostacolo, lo che rende più complicata, benchè non più difficile, l' espressione, e la formola.

II.

Intendasi il fiume EGFH (*Fig.* 12. *Tav. III.*), che corra da E verso G con altezza viva IK; dipoi si supponga venir posto sotto la di lui superficie in certo sito l' ostacolo BD; l' altezza dell' acqua dal fondo fino al piano inferiore del detto ostacolo sia IM; l' altezza di questo ML, e resti lontano dalle rive quanta è la distanza CB, DA; supposizione questa, che quantunque sia astratta, per non rimanersi esso ostacolo appoggiato da veruna parte, che sia stabile, nientedimeno per render più universale la proposizione, così può concepirsi, bastando per renderlo conforme al ve-

 ro,

ro, far eguale a zero una delle tre linee CB, DA, IM. Perchè dunque l'ostacolo BD impedisce il moto dell'acqua di liberamente progredire, averà essa acqua la necessità di alzarsi, a motivo, che per il restante della sezione passi appunto nello stesso tempo tant'acqua, quanta passava innanzi, che vi fosse l'ostacolo, onde crescerà di corpo, v. g. sino in N. Si figuri, che una eguale quantità di acqua com'è quella, che può trattenere BD sia sovrapposta in KO, accomodata però alla larghezza CA, cioè sopra la superficie corrente, ed atteso questo nuovo peso, discenda essa superficie sino al punto N. Dovendo pertanto nel tempo stesso eguali quantità di acqua passar avanti e dopo che vi sia posto l'ostacolo, quando l'acqua sia ridotta allo stato di permanenza, chiamando l'altezza dell'ostacolo $LM = d$. sarà come segue.

Larghezze	Altezze	Velocità corrispondenti	Quantità d'acqua
$AC = b$	$IK = g$	r	bgr
$AD = a$	$IN = z$	u	auz
$CB = c$	$IN = z$	u	cuz
$BD = b$	$IM = e$	n	ben
$BD = b$	$LN = z - d - e$	t	$\overline{z - d - e} \times bt$,

dunque l'equazione generale sarà $bgr = auz + ben + cuz + zbt - dbt - ebt$, e perciò $z = \frac{bgr - ben + dbt + ebt}{au + cu + bt}$.

III.

Corollario I. Ma quando, come effettivamente succede nelle acque correnti, si concepisca l'ostacolo attaccato alla riva FH, e che la superficie del medesimo ostacolo venga ad esser alta quanto può venir alta la massima escrescenza del fiume, proveniente però questo effetto dall'impedimento, che il corso riceve dall'ostacolo, e non già per nuova acqua sopravveniente, e s'intenda inoltre quest'ostacolo attaccato al fondo, nè che sotto di lui passar vi possa quantità alcuna di acqua, in tal caso saranno nulle le quantità a, e, cioè sarà $a = o$, $e = o$, $d = z$; onde la formola del numero antecedente si muterà nella seguente $z = \frac{bgr}{cu}$, ovvero perchè $b = c + b$ sarà $z = \frac{\overline{c + b} \times gr}{cu}$.

Co-

IV.

Coroll. II. Se dunque ſi porranno le velocità in ragione dimidiata delle altezze ſarà $z = g \sqrt[3]{\frac{\overline{c+b}^2}{cc}}$.

V.

Coroll. III. Ma ſe le velocità ſi vogliano nella ragione ſemplice dell'altezze, ſarà la formola del numero III. mutata in $z = g \sqrt{\frac{c+b}{c}}$.

VI.

Nel numero II. di queſto ſi ſono conſiderati quegli oſtacoli, che ſi oppongono perpendicolarmente alla correntìa del fiume, ma eſſendovene di quelli, che al corſo del medeſimo ſi preſentano obliquamente, ricevendo l'impulſo dell'acqua ad angolo o ottuſo, o acuto, così è da indagarſi qual reſiſtenza venga fatta all'acqua corrente a miſura della varia inclinazione di detti impedimenti. Sia il fiume GHON (*Fig.* 1. *Tav. IV.*), che corra da G verſo H, e ſia l'oſtacolo AD ad angoli retti col corſo del fiume, ed altri due AE, AC; il primo che formi angolo acuto col detto corſo; il ſecondo angolo ottuſo, purchè i punti eſtremi E, D, C ſiano nella linea EDC parallela alla ON: Gli effetti che ne ſeguono ſono per il primo caſo di AD perpendicolare, che tutti i filamenti aquei ſaranno ribattuti ſecondo la linea del corſo; e perchè l'effetto non può eſſer maggiore della ſua cauſa, pertanto le parti aquee dopo che averanno urtato nell'oſtacolo, non potranno riſalire contr'acqua per la medeſima linea, con cui ſono venute, onde non potranno che tendere, ove minore è il moto, vale a dire, verſo le parti laterali, e quivi ſeguirà la molente; fatta la quale, dovendo pur l'acqua camminare, ſi accomoderà col ſuo corſo in una linea curva OD, reſtando l'acqua contenuta nell'area DAO o ferma, o con qualche vortice, e ſe queſto non ſeguirà, la curva OD farà l'ufizio di riva riſpetto al corſo. Se poi l'oſtacolo ſarà nel ſito AE, in tal caſo l'acqua quieta ſarà contenuta dentro l'area OAE, ed il corſo ſi ſarà ſecondo OE, ma i vortici che potranno formarſi, impediranno la regolarità di eſſo corſo. Finalmente ſe la poſitura dell'oſtacolo foſſe AC, l'area

occupata dall'acqua quieta sarebbe la OAC, ed il moto seguirebbe lungo la curva OC; ciò supposto, e supposta la quiete dell' acqua nell'aree predette OAE, OAD, OAC, è noto per la Geometria, che quest'aree poste fra le parallele ON, EC, se le curve OE, OD, OC fossero rette, ed avessero il loro principio in un istesso punto, sarebbero eguali di capacità; e dette linee, lungo le quali striscia l'acqua, abbenchè realmente debbano esser curve, nientedimeno si potranno fisicamente prender per rette, e per conseguenza fra di loro eguali le dette aree.

VII.

Arrivando per la supposizione l'ostacolo sempre alla medesima parallela EC in qualunque angolo venga egli posto, sarà valevole a fermare in ogni di lui positura i medesimi filamenti di acqua in numero; nientedimeno avuto riguardo alla natura de' fluidi, egli è assai vario, appunto secondo le varie inclinazioni dell' impedimento, il moto concepito dall' acqua che dopo ridottasi allo stato manente, va secondo la direzione delle curve OE, OD, OC strisciando e progredendo verso MH; mentre non essendo quella curva un corpo solido, ma fluido, e soggetto a mille accidenti, accadono moltissime irregolarità al moto che se ne genera. Universalmente è vero, che quanto l'angolo, che fa l'ostacolo con la riva, riesce meno ottuso, sente l'acqua maggiori le resistenze, quando però esso ostacolo si concepisca a piombo col piano orizzontale del fondo; maggiori ancora sono le resistenze quando è ad angolo retto con la riva, e più crescono allorchè è acuto verso le parti superiori; nel qual caso sono innumerabili i vortici, che si formano, alle quali cose se avesse bene atteso il Michelini nel Libro, che pubblicò per difendersi dalle corrosioni de' fiumi, non avrebbe sì di leggieri commendato tanto quella sorta di pignoni, che vengono a formare con le rive i predetti angoli acuti.

VIII.

Sembrando impedimenti al corso de' fiumi anco le svolte o lunate, nelle quali si piega il loro alveo, sarebbe da considerarsi anche questo genere d'impedimento. Se superficialmente viene disaminata la cosa, pare potersi ridurre il ritardo proveniente dalle medesime svolte alla resistenza causata dall'ostacolo delle rive, che

oppo-

opponendosi con le loro piegature al corso, lo rallentano; ma se si farà la necessaria attenzione alla vera meccanica, con cui si muove l'acqua lungo esse, si vedrà chiaramente, che devesi ritrarre da altri principj il ritardamento, che dar possono al moto dell' acqua. Se la natura ha fatto da se quel tal alveo, l'avrà stabilito con varie tortuosità e curvature secondo all' esigenza del corso del fiume, ed alla varia resistenza de' terreni per i quali passa: Se l' arte poi avrà preparato il letto al fiume, quando angolarmente l' avesse fatto volgere da una in un' altra direzione, si vedrebbe che l'acqua nel vertice dell' angolo far dovrebbe un qualche molente, affettando la quiete per qualche spazio, cosicchè i lati dell' angolo verrebbero ad esser due tangenti di una curva, lungo la quale strisciar dovrebbe l'acqua; in somma il moto di lei naturale succederebbe sempre in linee curve, sino a tanto che trovasse di poter progredir rettamente. Il celebre Varignon nelle *memorie di Matematica, e di Fisica per l' anno* 1693. a carte 181. e segg. considera la caduta, o l'ascesa di un grave, quando questo venga obbligato a passare per diversi piani inclinati, e stabilisce la perdita della velocità di esso nel passar dall' uno all' altro de' detti piani; ma soggiugne nel fine del di lui dotto discorso, che non può valere la conseguenza, e la legge da esso fissata ne' piani inclinati di una grandezza infinitamente piccola, come sono quelli, che compongono le linee curve, allegando, che in questi le perdite delle velocità non sono che *differenziali* del secondo grado, e perciò rispetto a' primi, di niun valore. Lo stesso accade nel fatto delle svolte de' fiumi, che realmente altro non sono, che curve, come di sopra si è detto, che però ogni qualvolta siano queste stabilite, la velocità che fanno perdere all' acqua, non è da computarsi che per un *differenziale* del secondo grado, rispetto alla velocità con cui l' acqua si muove, perlochè è da cercarsi altronde la cagione di questi ritardamenti, che si possono dividere in *assoluti*, e *respettivi* nell' affare de' fiumi; quei che arrivano per le svolte sono i *respettivi*, che niente possono levare al moto dell' acqua, quando altre circostanze non vi siano; ma gli *assoluti* sono quelli, che derivano dal maggiore o minore viaggio, che far deve l'acqua corrente per giugnere allo stesso termine, essendo che un fiume dritto, vi arriverà più presto di un tortuoso, e però vi giugnerà piuttosto nel primo, che nel secondo caso, ed ecco come le svolte o lunate pregiudicano al moto del fiume, ritardandolo per il tempo, che deve impiegare per arrivare al suo fine con una data quantità di acqua.

Sia

IX.

Sia il fiume retto EF (*Fig.* 2. *T.IV.*) e fra i medesimi termini ve ne sia un altro tortuoso GQH ; ma di eguale quantità di acqua col primo retro, essendo le due AG , MH parallele, sarà la forza della gravità che muove l'acqua per GQH alla forza della gravità, che muove l'acqua per EF in ragione inversa delle secanti degli angoli d' inclinazione delle respettive pendenze di essi alvei, o sia delle lunghezze dei medesimi prendendo per seno tutto la massima loro inclinazione. Sia BD eguale a GQH, alveo tortuoso; BC eguale ad EF, alveo retto, essendo AB il pendìo assoluto di entrambi, discorrenti fra le parallele AG , MH . le dette forze saranno come BD a BC lunghezze degli alvei, se BA sia il raggio, e gli angoli ABC, ABD quelli delle inclinazioni di questi alvei; Esprima BA', ovvero Bn la forza dell'acqua nel punto B, se si condurranno le due Bm , Bq perpendicolari respettivamente a BC, BD, e dal punto A, le due nm, nq, che incontrino le due Bm, Bq ad angoli pur retti, saranno le forze dell'acqua per progredire ne' piani inclinati, risolte in modo, che Bm dinoterà la forza, con cui il piano BC è premuto, e Bq la forza con cui l'altro piano BD è pur pressato, ed mA la forza acceleratrice del fiume BD, come qA ovvero qn quella del fiume retto EF. Perchè dunque i triangoli Bmn, ABC sono simili, sarà BC. BA : : Bn . mn, onde $mn = \frac{BA \times Bn}{BC}$; parimente per i triangoli simili qBn, ABD sarà BD . BA : : Bn . qn, e però $qn = \frac{BA \times Bn}{BD}$, e finalmente mn. qn : : $\frac{1}{BC}$. $\frac{1}{BD}$: : BD . BC. il che ec.

X.

Coroll. Quanto dunque sarà più tortuoso l'alveo GQH, tanto minore sarà la forza, che vi resterà per muover l'acqua, cosicchè se questa per l'alveo retto EF si dovesse scaricare nello stesso tempo, come quella per GQH, sarà di mestieri, che il corpo dell'acqua si accresca fino ad una certa altezza, supponendo il fondo impenetrabile alla corrosione, onde si ricercherà anco maggior arginatura nell'alveo tortuoso GQH, di quello sia in EF.

Sia

XI.

Sia da indagare qual minore altezza viva avesse un fiume a cui fossero levate tutte le curvature, e fosse ridotto a camminar retto; sempre però conservando la medesima pendenza di alveo. Sia AC (*Fig.* 3. *Tav. IV.*) l'alveo retto, la cui inclinazione totale AB, ed il tortuoso, in cui realmente si suppone piegato l'alveo del fiume in quistione, sia AD, anch'esso con la stessa pendenza AB: dicasi AD $= s$, AC $=$ S, AB $= a$. La velocità del tortuoso $= u$, quella del retto $=$ V. L'altezza della sezione in un dato punto del tortuoso $= a$, l'altezza della sezione del retto in un punto corrispondente $=$ A. Dovendo pertanto in tempi eguali scaricar queste sezioni per l'ipotesi quantità eguali di acqua, sarà l'equazione (data in tutti e due la medesima larghezza di alveo) AV $= au$, e per la supposizione, che più da vicino risponde a' fenomeni essendo le velocità di dette acque in ragione reciproca delle lunghezze de' loro respettivi alvei, secondo anco a ciò che fu detto nel num. IX. di questo, sarà pertanto V . u :: $\frac{1}{AC} \cdot \frac{1}{AD}$ :: AD . AC; dunque A$s = a$S, e perciò la formola A $= \frac{aS}{s}$.

XII.

Scolio. Ponendo il caso in termini, ed adattandolo alla pratica, si supponga, che l' Adige dal Castagnaro in giù fino al Mare non abbia verun altro diversivo, o ramo, e conservi da per tutto la stessa larghezza, ed ogni altra circostanza data s' intenda. Sia da trovarsi quanto restasse abbassato se al medesimo venissero tolte tutte le tortuosità. La di lui altezza viva al punto del Castagnaro sia di piedi 10, ovvero once 120, e perchè l' andamento dritto, che si facesse dell' alveo, secondo le misure più esatte, è di pertiche Padovane 31525, ed il tortuoso in cui presentemente è piegato di pertiche 42100, riducendo il tutto in once sarà AD $=$ once 3031200 $= s$

AC $=$ once 2278800 $=$ S

altezza viva $a =$ once 120.

onde l'equazione A $= \frac{aS}{s}$ dà $\frac{120 \times 2278800}{3031200} = 90$ once prossimamente, che detratte dalle 120, altezza viva dell'alveo tortuoso, re-

restano 30 once per il ricercato decrescimento dell' Adige al Castagnaro, se gli fossero levate tutte le tortuosità, e fosse ridotto in linea retta, dal che resta manifesto, che perderebbe molto della sua navigazione.

XIII.

Dato un alveo tortuoso, disteso in un piano inclinato come AD; Sia da ritrovarsene un altro o più o meno serpeggiante come Ac, AC (*Fig.*4.*T.IV.*) con la medesima inclinazione però AB, cosicchè per uno di essi passando l'acqua, che prima discorreva per AD scemi, o si accresca di una data altezza FH, ovvero Fb, e la quantità di acqua, che passava per AD, alla quantità dell' acqua, che passerà per AC, o Ac, sia come m ad n, cioè in una data ragione. Si conduchino GA, FE parallele a BC orizzontale, e sia FH l' abbassamento che avrebbe pel piano AC; ed Fb l' accrescimento che acquisterebbe pel piano Ac. Sia AE $=$ GF $= a$; FH, o F$b = x$; dunque G$b = a + x$, e GH $= a - x$, ed ambedue $a \pm x$. La velocità in AD $=$ V; quella in AC, ovvero A$c = u$; AD $=$ S, AC, o A$c = s$. Sarà dunque per l' ipotesi $a\mathrm{V} . \overline{a \pm x} \times u :: m . n$, onde $na\mathrm{V} = mu \times \overline{a \pm x}$; ma per la Statica gli spazj percorsi ne' moti equabili, come sono quegli de' fiumi regolari, che tali considerar si devono, se non altro allor quando camminano fuori de' monti, sono in ragione de' tempi, e delle velocità; pertanto se il tempo, in cui si percorre AD si dirà T; quello in cui si percorre AC, ovvero Ac, t; sarà $\mathrm{S} . s :: \mathrm{VT} . ut$. ed $u = \frac{\mathrm{VT}s}{\mathrm{S}t}$; sostituendo però nell' equazione soprapposta questo valore si averà $s = \frac{na\mathrm{S}t}{m\mathrm{T} \times \overline{a \pm x}}$, e se fossero noti gli spazj, e si cercasse l' accrescimento, o il decrescimento delle respettive altezze x sarà $\mp x = a - \frac{na\mathrm{S}t}{m\mathrm{T}s}$, e se eguali fossero m, ed n, ed i tempi pure eguali, saranno le formole $s = \frac{a\mathrm{S}}{u + x}$, ed $-+ x = a - \frac{a\mathrm{S}}{s}$.

Se $a = 120$, S $= 4$, ed $s = 3$ prendendo lo scemamento sarà $x = 40$, avvertendo di doversi levare a da $\frac{a\mathrm{S}}{s}$ a causa di x negativo; Ma l' Adige appunto ha la lunghezza del suo cammino naturale tortuo-

tuoso rispetto al retto artificiale, che si facesse nella ragione di 3 al 4, come si è rimarcato nel numero antecedente; adunque lo scemamento secondo questo calcolo darebbe in vece delle 30 once di sopra ritrovate, 40, e resterebbe l'altezza viva 80 once delle 120 che prima aveva. Non sarebbe dunque fuori di proposito il prendere in pratica un medio fra 30 e 40, e dire, che un tal fiume se fosse retto si ridurrebbe a sole 85 once delle 120, che adesso e' tiene nelle acque ordinarie.

XIV.

Altra sorte d'impedimenti accadono alle acque correnti, quando un influente sbocca in un recipiente sotto un qualche angolo. Intendasi il fiume recipiente KGMS (*Fig. 5. Tav. IV.*), in cui metta capo in AB l'influente EABF sotto qualsivoglia angolo GAE. Sia la larghezza del recipiente QL, e quella dell'influente PF; Il moto di questi fiumi intendasi seguire con direzione parallela alle sponde KS, EA. E' manifesto, che fatta che sia l'unione dell'acqua, si varierà la direzione del recipiente, almeno per un qualche tratto. Si produca EA in I, e si tagli AD di una grandezza tale, cosicchè rappresenti la forza, che ha l'influente, e dal punto D si conduca la DC parallela alla sponda QS, determinandosi essa pure eguale alla forza dell'acqua del recipiente; Se dal punto C al punto A si condurrà la AC, sarà questa, secondo la dottrina dei moti composti, la strada che affetterà di far l'acqua del recipiente dopo seguita l'unione.

XV.

Ma comecchè le velocità nei fiumi sono diverse in ogni punto delle loro sezioni, così chi volesse esprimere la forza, con cui ogni filamento dell'acqua dell'influente, va incontro ad ogni filamento del recipiente, converrebbe che la AC di sopra considerata non già fosse una linea retta, ma bensì una curva; Sia però proposto da determinarne di questa la specie. Sia X (*Fig. 6. Tav. IV.*) il recipiente, Z l'influente che entri in esso sotto l'angolo A; S'inalzi la AK perpendicolare alla linea del corso del recipiente, come pure la AT normale al corso dell'influente: MK^m rappresenti la velocità del punto K, ed NL^n la velocità a questo punto infinitamente prossima, così OQ^v sia la velocità dell'influente per il punto Q, e PT^u per il punto P esso pure infinitamente prossimo a Q predetto, onde $\gamma\varphi$, H 6 saranno le scale delle velocità di questi fiumi secon-

do tutte le loro larghezze; Si produchino in D ed E fino ad interfecarsi i detti filamenti esprimenti dette velocità, e compito il parallelogrammo CcDE, la diagonale CD farà la strada dell'acqua per le dette respettive velocità. Prodotta ϕ A in S, si lasci cadere dal punto D la perpendicolare DS, e dal punto C la CR, e alla PD la normale CG, dicasi AB $= x$, BC $= y$, AL $= p$, AQ $= q$, farà B$b = dx$, CD $= dy$, sia MR $= p^m$; QO $= q^n$; ed essendo le forze operanti al punto C, e che producono la porzione infinitamente piccola della curva CD, come Cc . cD : : dx . dy : : MK $\times$ DF^2 . QO $\times$ CG^2 : : $p^m dpp$. $q^n dqq$; e per la somiglianza de' triangoli ABQ, BCR essendo AQ . AB : : CR $=$ AL . CB, dunque $b . f :: q . x$, ed $b . f :: p . y$ (esprimendo b alla f la detta data ragione) e però $q = \frac{bx}{f}$; $p = \frac{by}{f}$; $dqq = \frac{bbdxx}{ff}$; $dpp = \frac{bbdqq}{ff}$; $p^m = \frac{b^m y^m}{f^m}$, e $q^n = \frac{b^n x^n}{f^n}$, dunque $dx . dy :: \frac{b^m y^m}{f^m} \times \frac{bbdyy}{ff} . \frac{b^n x^n}{f^n} \times \frac{bbdxx}{ff}$, e l'equazione $\frac{b^n x^n dx^3}{f^n} = \frac{b^m y^m dy^3}{f^m}$, ovvero $dx \sqrt[3]{\frac{b^n x^n}{f^n}} = dy \frac{\sqrt[3]{b^m y^m}}{f^m}$. Ed integrando $\frac{3}{n+3} \times \frac{\sqrt[3]{b^n x^{n+3}}}{f^n} + A = \frac{3}{n+3} \times \frac{\sqrt[3]{b^m y^{m+3}}}{f^m}$, che esprime la natura della ricercata curva.

XVI.

Coroll. Se $m = n$, ed A $= 0$, ovvero se $m = n = 0$, la nuova direzione CD dell'acqua farà sempre in una linea retta, e per esser curva conviene, che l'esponente della velocità del recipiente sia diverso dall'esponente della velocità dell'influente, come resterà manifesto a chi vorrà farne la prova col sostituire varj valori in numeri a' predetti esponenti.

XVII.

Passiamo a considerare un'altra specie di ritardo nel corso de' fiumi, quello cioè che nasce dalle resistenze, che risente l'acqua in progredire per l'alveo, qualunque sia la lunghezza di questo. Se dunque veruna resistenza non incontrasse l'acqua nel suo cammi-

mino, sarebbe lo stesso, come se dessa, corpo grave che è, sdrucciolasse per un piano inclinato, che viene rappresentato dall' alveo stesso: E perchè e dalle osservazioni dell' Ugenio, e dalle dimostrazioni del Galileo nel Trattato del moto, di un grave che cade o per la perpendicolare, o per un piano inclinato, si può venire in cognizione dello spazio, che nel vuoto dovrebbe percorrere; quindi paragonando il vero, ed apparente moto dell' acqua in quel dato alveo con il moto suddetto, che far dovrebbe, se liberamente potesse scendere, ne nasce, che la differenza porrà in essere tutta quella quantità di moto, che le resistenze gli leveranno, sia poi o per lo soffregamento, che fa l' acqua nelle sponde, o per quello, che la stessa produce sopra del fondo. E perchè i fiumi per quanto poco inclinati che sieno, hanno nella loro superficie qualche grado di velocità, così a motivo d' istituire il calcolo col fondamento della verità, converrà supporre il grave (che verrà rappresentato dall' acqua) non come se cominciasse a moversi dalla quiete, ma bensì, comecchè già abbia concepito quel tal grado di velocità.

XVIII.

Per ritrovare adunque lo spazio perpendicolare, in cui discendendo liberamente un grave, acquisti in un punto del medesimo una data celerità, sia questo spazio $BA = x$ (*Fig. 7. Tav. IV.*); il tempo che s' impiega a percorrerlo $= t$, costando però dalla dottrina del Galileo de' moti accelerati, che se nel medesimo tempo t, il mobile si fosse continuamente mosso con l' intiera velocità acquistata nel fine della caduta A, che avrebbe passato uno spazio doppio di $BA = 2x$: E perchè i fiumi, almeno fisicamente al senso, camminano con un moto equabile, e dove il moto è tale gli spazj percorsi sono in ragione dei tempi, perciò dicendo a il tempo di un minuto secondo, ed s lo spazio che può scorrere il fiume nel detto tempo a di un minuto secondo, si averà $t . a :: 2x . s$, onde $t = \frac{2ax}{s}$. E comecchè nella libera discesa di un grave dalla quiete B, gli spazj FB, AB, dicendo il primo b, e supponendo che venga trascorso in un minuto secondo, l' altro a, stanno come i quadrati de' tempi, per tanto sarà $x . b :: tt . aa$, e quindi $t = \frac{a\sqrt{x}}{\sqrt{b}}$; e per conseguenza sarà l' equazione $a\sqrt{\frac{x}{b}} =$

 ed

$\frac{2ax}{s}$, ed $x = \frac{ss}{4b}$, e perciò la BA farà direttamente come il quadrato dello ſpazio, che farebbe il fiume in un minuto ſecondo, ed inverſa della quadrupla di FB.

XIX.

Coroll. Si deduce da ciò, che ſupponendoſi in qualſivoglia angolo BCA il piano inclinato CG, rappreſentar l'alveo declive di un fiume, ſe dal punto B al punto C della AG prolungata, quanto biſogna, ſi condurrà BC normale ad AB, diſcendendo il grave da detto punto C, arrivato che ſia in A, avrà acquiſtata la ſteſſa velocità, come ſe foſſe diſceſo dal punto B egualmente alto, riſpetto all'orizzontale CB.

XX.

Poſte le medeſime coſe, ſia da ritrovarſi nel piano inclinato AG uno ſpazio, che nel medeſimo tempo venga traſcorſo di quello, che ſi traſcorre lo ſpazio perpendicolare BA dalla quiete. Si faccia ſecondo a ciò che dimoſtra il Galileo alla Prop. XVII. Dialogo III. della Nuova Scienza, CA. CA + BA :: CA + BA. CG, farà queſta CG direttamente come il quadrato di CA, BA, conſiderate come ſe foſſero una ſola retta linea, e reciprocamente come CA, e per conſeguenza AG farà come l'aggregato della doppia BA, e di quella ragione, che ſi compone dal quadrato della detta BA direttamente, e reciprocamente dalla CA, ed eſſendo eſſa AG ſecondo a quanto viene dimoſtrato nella medeſima propoſizione del Galileo, lo ſpazio percorſo ſopra del piano inclinato, dopo che il grave è diſceſo dalla quiete per tutta la BA, nel medeſimo tempo, in cui viene percorſa la detta BA, dunque ec.

XXI.

Coll'uſo pertanto di queſta formola, e di quella del num. XVIII. di queſto Capitolo, reſta ſciolto il Problema propoſto, baſtando, che ſia dato il cammino, che in un dato tempo ſi fa dall'acqua per l'alveo CG, la di cui inclinazione, o ſia angolo BCA ſi conoſca; Sia nota l'oſſervazione dell'Ugenio, che un

gra-

grave cadendo liberamente nell'aria percorra la BF di linee 2227 nello ſpazio di un minuto ſecondo; e che ſi ſupponga inoltre, che i fiumi di non molta inclinazione, dopo aver corſo qualche conſiderabile ſpazio, ſi riduchino ad avere un moto equabile, onde progredendo in tal modo un fiume, dopo avere acquiſtata la velocità, che compete all' altezza BA, ſi moverà per uno ſpazio doppio di BA nello ſteſſo tempo, che queſto ſi traſcorre; ſe dunque col moto accelerato camminerà per la quantità eſpreſſa per $2BA + \frac{BA^2}{AC}$, e con l'equabile per la 2BA parrebbe in certo modo, che la quantità $\frac{BA^2}{AC}$ foſſe quella ch' eſprimer valeſſe l'aggregato delle reſiſtenze incontrate nella diſceſa.

XXII.

Scolio I. Sia per eſempio un fiume, che per ogni miglio penda once 14, e che in un'ora cammini 3 miglia in punto di moto equabile, ſi cerca in primo luogo la ſublimità B (*Fig. 7. Tav. IV.*), o ſia la BA da cui cadendo un grave, arrivato che ſia in A acquiſti una velocità valevole a ſpingerlo per le dette tre miglia nello ſpazio di un'ora. Se dunque dentro di queſto tempo fa 3 miglia, in un minuto di ora farà linee 600, facendo ciaſcun miglio di Pertiche 500, di piedi 10. l'una di miſura di Bologna, onde per lo numero XVIII, dove $x = \frac{ss}{4b}$ farà in numeri $x = \frac{360000}{8900} =$ 40 linee proſſimamente, e perciò cadendo eſſo grave dall' altezza di linee 40 potrà acquiſtar la detta velocità. Il tempo che s'impiegherà ſi raccoglie pure dallo ſteſſo numero, mediante la formola $t = \frac{2ax}{s}$, nella quale a vale un minuto ſecondo, o ſiano 60''', che però ſoſtituendo queſti valori, farà $t = \frac{2 \times 40 \times 60'''}{600} = 8'''$ proſſimamente; quindi lo ſpazio predetto farà percorſo in queſti otto minuti terzi. In oltre perchè è nota l'inclinazione dell' alveo di queſto fiume in un miglio, farà anche nota la AC, facendo 168 a 720000 linee, che tante entrano in un miglio nella predetta ſuppoſizione, così BA, 40, a CA, onde queſta farà di linee 171428. Se dunque nella formola del numero antecedente ſoſti-
tuire-

tuiremo questi valori sarà $AG = 80 + \frac{1600}{171428}$ dentro il tempo di 8 terzi. Pare che la frazione $\frac{1600}{171428}$ dinotar potesse le resistenze quivi incontrate, se le 80 linee rimarcar possono il moto equabile; dimodochè, quando ciò fosse, se in linee 80 di cammino viene ritardato $\frac{400}{42857}$ di linea, in un miglio verrebbe ritardato 84 linee.

XXIII.

Scolio II. Ma se supposte le stesse cose, si avrà un fiume, che penda per ogni miglio piedi 3, o siano linee 432, in tal caso sarà $AC = 66666$ linee, il moto accelerato sarà $80 + \frac{1600}{66666}$, e l'equabile naturale al fiume sarà 80 nel tempo di 8 terzi, onde anche in questo caso il ritardamento parrebbe un $\frac{1600}{66666}$ di linea, e in un miglio (facendo l'analogia come sopra) linee 216. Finalmente se sarà un fiume di pendenza di 10 piedi per miglio, cioè di linee 1440, e che cammini 4 miglia per ora, sarà BA eguale a linee 72 prossimamente, lo spazio che farà in un minuto primo d'ora sarà linee 820; $t = 11''$, ed $AC = 36000$, e però il moto accelerato sarà $144 + \frac{5184}{36000}$, ed il ritardamento in un miglio sarebbe piedi 5, ovvero linee 720, come si ricava facendo la sopraríferita analogia.

XXIV.

Corollario I. Dal che apparisce, che le dette resistenze, quando per tali concepir si vogliano, non ritardano che insensibilmente il moto all' acqua; si potrebbe dire che restasse compensato questo qualunque ritardamento dall' accrescersi che fa il corpo dell' acqua.

XXV.

Corollario II. Resta ancor manifesto, che quanto più il fiume ha di pendìo, e di velocità, tanto maggiori succedono i ritardamenti;

ti; l'esempio si ha nel fiume supposto di piedi 10 di pendìo per ciascun miglio, in cui si è rilevato esso ritardamento di piedi 5 nel detto spazio, quando nel fiume supposto di pendìo once 14 per miglio, non era che once 7 nel detto spazio, onde fisicamente si potrebbero tali impedimenti considerar per nulla, senza errore sensibile. La materia è piena di difficoltà, ed abbisogna di molto tempo, e di molte e molte sperienze per esser tratta il più che sia possibile dalla sua oscurità, non avendosi quì voluto dare che un saggio di qualche vista, che intorno la medesima si è avuta.

CAPI-

CAPITOLO OTTAVO.

De' ritardamenti che nascono alle Acque correnti per li regurgiti, e per i Venti ne' fiumi, e nel Mare.

I.

PErchè si abbia la possibile cognizione de' ritardamenti delle acque de' fiumi, saranno da considerarsi anco quelle resistenze che vengono fatte da' regurgiti provenienti dalla azione del Mare, e de' venti contro il loro corso. E per non fermarsi, almeno ne' primi, sulla pura idea in una materia involta fra molte difficili circostanze, abbandonando le ipotesi, si ricaverà qualche sicuro lume dalle osservazioni, che nell' incontro delle celebri Visite del Po 1716, 1719, 1720, e 1721 si sono fatte, e fra queste di quest' ultima, perchè da' fenomeni si possa rilevar tanto da accostarsi in qualche modo al vero. Si darà dunque la Tavola degl' inalzamenti, ed abbassamenti osservati nel Po ne' due siti di Lagoscuro, e Polesella dal giorno 21. Marzo sino agli 11. Aprile 1721, che si è cavata da' registri del Protocollo della medesima Visita, tanto per i giorni predetti, che per tutti gli altri di mezzo.

II.

Nella seguente Tavola resta dunque espresso nella prima colonna il giorno dell' osservazione, nella seconda l' osservazione fatta a Lagoscuro segnata L, e nella terza l' osservazione fatta lo stesso giorno alla Polesella notata P, e le lettere B, C significano abbassamento la prima, e crescimento la seconda.

Tavola

Tavola de' crescimenti, e decrescimenti.

	L	P
21 Marzo	p. 0. 0. 3 B	p. 0. 1. 3 B
22	0. 1. 3 B	0. 1. 9 B
27		1. 5. 6 C
30	0. 1. 6 B	0. 4. 0 B
31	0. 6. 6 B	0. 3. 6 B
Primo Aprile	0. 3. 0 B	0. 1. 9 B
2	0. 1. 0 B	0. 1. 0 B
3	0. 0. 6 B	0. 0. 9 B
4	0. 0. 9 B	0. 0. 0
5	0. 1. 3 B	0. 0. 6 B
6	0. 1. 6 C	0. 1. 3 C
7	0. 1. 9 C	0. 0. 9 C
8	0. 0. 9 B	0. 1. 0 B
9	0. 3. 6 B	0. 1. 6 B
10	0. 3. 0 B	0. 0. 0
11	0. 1. 6 B	0. 1. 3 B

III.

Scolio. Distando Lagoscuro dal Mare secondo l'andamento del Po, pertiche Bolognesi 20142, e la Polesella dal medesimo Mare pertiche 15932, ed ambidue questi luoghi restando soggetti al regurgito del Mare nel solo caso di estraordinarie burrasche, come a suo luogo sarà più particolarmente considerato, ed essendo la Polesella più vicina al Mare del Ponte di Lagoscuro, dovrebbero tanto gli accrescimenti, che i decrescimenti trovarsi minori alla Polesella, e maggiori a Lagoscuro, rilevatesi anco le piene massime del Po più alte al Ponte predetto di Lagoscuro di quello siano alla Polesella di piedi 3: 11: 8, o diciamo 4 piedi, come si ricava da' Protocolli delle Visite 1720. e 1721, onde resta manifesto, che se altra causa non entrasse a disturbare il moto dell'acqua, avrebbero ad essere respettivamente alla Polesella minori le differenze di quello fossero a Lagoscuro; contuttociò le osservazioni registrate nella Tavola anteposta non danno esattamente questo degrado di differenze, mentre nelle tre prime linee delli 21, 22,

e 30. Marzo è maggiore la differenza alla Polesella di quello sia a Lagoscuro; nelle due susseguenti maggiore è a Lagoscuro, e minore alla Polesella, come è naturale; sono eguali o quasi eguali nelle tre susseguenti de i giorni 2, 3, 4. Aprile; maggiore a Lagoscuro che alla Polesella ne' giorni seguenti 5, 6, 7, com'è giusto; quasi eguali il giorno delli 8, e di nuovo secondo l'esigenza naturale sono le tre ultime osservazioni delli 9, 10, 11, dando maggior differenza a Lagoscuro, che alla Polesella. Il novilunio era seguito li 27. Marzo, onde li 30. susseguente l'acqua del Mare doveva crescere con forza, ma non così li giorni 21, e 22, che il moto era insensibile, o come vien detto a Venezia di *fele*, seguita l'ultima quadratura della Luna li 20. di detto mese. Ma non essendo in questi giorni stata burrasca, non è credibile che sino alla Polesella sia arrivata l'azione del flusso del Mare; onde tutto lo svario, che si rileva in queste osservazioni, da altro probabilmente non può esser nato, che o da' venti, che ritardando, o accelerando il corso del fiume abbiano prodotta l'alterazione, ovvero anche dallo sbilancio, che potesse avere indotto la fossa Polesella, che sgorgando in questo tempo quasi tutte le acque del Tartaro, e parte anche di quelle dell'Adige, quelle cioè, che per lo Scortico vengono nel Castagnaro, o Canal-bianco, ma essendo stata chiusa per altro la rosta di esso diversivo a' suoi tempi, si può credere non aver potuto le acque di essa fossa alterare in maniera, che fosse sensibile, il Po; nientedimeno ciò dar potrebbe qualche prova, se le predette differenze fossero sempre state o di accrescimento, o di diminuzione di altezza, ma essendosi osservato il fiume ora più alto, ora più basso alla Polesella, che a Lagoscuro, non si vede, che si possa con fondamento attribuire all'influenza di dette acque i detti cangiamenti, non negandosi però, che i medesimi in qualche parte anche da tal causa non possino esser derivati; resta dunque a dire, che il Vento molto abbia potuto contribuire a tali anomalie.

IV.

Non sono intieramente d'accordo il Castelli, ed il Guglielmini circa all'effetto del Vento pe'l ritardamento de' fiumi. Asserisce il primo al Corollario settimo del primo discorso, o sia introduzione alla misura dell'acque correnti: *Che similmente si può concludere, che i Venti che imboccano un fiume, e spirando contro la corrente, ritardano il suo corso, e la sua velocità ordinaria, necessariamente anco-*

ancora amplieranno la misura del medesimo fiume, ed in conseguenza saranno in gran parte cagioni o vogliam dire concagioni potenti a fare le straordinarie inondazioni, che sogliono fare i fiumi. Ed è cosa sicurissima, che ogni volta che un gagliardo e continuato vento spirasse contro la corrente di un fiume, e riducesse l' acqua del fiume a tanta tardità di moto, che nel tempo, nel quale faceva prima cinque miglia, non ne facesse se non uno, quel tal fiume crescerebbe cinque volte più di misura, ancorchè non gli sopraggiungesse altra copia di acqua; la qual cosa ec. e nel Corollario ottavo seguente dice: *Abbiamo ancora probabile la cagione dell' inondazioni del Tevere, che seguirono in Roma al tempo di Alessandro Sesto, e di Clemente Settimo, le quali inondazioni vennero in tempo sereno, e senza notabile disfacimento di nevi, che però diedero che dire assai alli ingegni di quei tempi. Ma noi possiamo con molta probabilità affermare, che il fiume arrivasse a tant' altezza ed escrescenza per il ritardamento dell' acque dependente dalli gagliardissimi e continuati venti che spiravano in quei tempi, come viene notato nelle memorie.*

V.

Il Guglielmini nel Capitolo X. della *natura de' fiumi* si esprime: *Che le cause che ritardano la velocità de' fiumi, sono l' elevazione del pelo del recipiente, la direzione del moto di esso opposta a quella del filone dell' influente, il vento contrario ec. Rispetto alla forza del vento, questa deve considerarsi in due stati, perchè o ella si esercita per una linea parallela all' orizzonte, ed allora poco toglie di velocità all' acque del fiume, potendo al più ritardare quella sola, ch' è nella superficie, e perciò non mai si vede, che il vento cagioni elevazione sensibile nell' acque correnti, ma solo un certo increspamento che fa credere a' poco pratici, che il fiume corra all' insù, attribuendo essi a tutta l' acqua quel moto, che vedono nell' alzamento successivo dell' onde: ovvero la direzione del vento è inchinata al piano orizzontale, e non v' ha dubbio, che secondo la diversa inclinazione, e la forza, che ha in essa, non possa produrre effetto più manifesto, facendo l' onda del fiume più elevata, ed in ciò forse consiste tutto l' alzamento, che può fare la direzione, e la forza del Vento. Ma perchè il Vento più inchinato all' orizzonte, meno si oppone alla corrente, perciò anco meno opera in ritardarla, almeno nelle parti inferiori, le quali si sà per prova, anche ne' mari più burrascosi, non risen-*

tire il moto delle tempeste, anzi vi è chi crede portarsi la parte inferiore dell' onde, con moto contrario a quello del Vento. Quindi è, che per causa delle grandi inondazioni de' fiumi, non ponno accusarsi i Venti, se non quanto fanno elevare la superficie del mare, dentro il quale devono avere i fiumi l' ingresso ec.

VI.

Scolio I. Vuole dunque il Castelli, che i Venti siano o cagioni o come cagioni potenti a fare *le straordinarie inondazioni de' fiumi*; ed il Guglielmini afferma bensì, che *la direzione del Vento inclinata al piano orizzontale, secondo la diversa inclinazione e forza possa produrre effetto più manifesto: ma consistere questo nel far l' onda del fiume più elevata;* concludendo che *per cause delle grandi inondazioni de' fiumi non ponno accusarsi i Venti;* aggiugnendo però, *se non quanto fanno elevare la superficie del Mare*. Abbenchè però le opinioni di questi due celebri Matematici paiano diverse, nientedimeno se ben si pondereranno convengono nel concludere la stessa conseguenza; mentre certamente anco il Guglielmini accorda l' inalzamento del fiume, quando il vento sia con direzione in qualche maniera inclinata all' orizzonte, cioè se non altro quell' inalzamento che nasce dall' onda eccitata dal vento, ed abbenchè non accordi positivamente che dentro l' alveo possa il vento ritardare il fiume, dimodochè cagioni le straordinarie inondazioni, è però d' accordo, che sostenuto il mare dalle grandi burrasche, succedano poi nel fiume le grandi escrescenze ed inondazioni. Che poi i venti agitino piuttosto il Mare, che i fiumi, non si vede una ragione che sia dimostrativa per provarlo, almeno nelle parti vicino agli sbocchi, anzi vi è tutto il fondamento di credere, che i Venti facciano del pari elevare e la superficie del Mare, e quella de' fiumi, quando principalmente spirano contro la direzione di questi; ed in somma che o direttamente o indirettamente possino causare de' sensibili gonfiamenti.

VII.

Scolio II. Il che resterà tanto più manifesto se si farà attenzione all' eccessiva altezza, a cui qualche volta arrivano non dirò le maree de' più lontani Mari dell' Olanda, della Danimarca, e del Baltico, che non sono molti anni che fecero provare grandi desolazioni e alla Città di Amburgo, ed alla vicina costiera tutta,

ta, come pure alla Città di Peterburgo, ma anche al nostro Adriatico, e per tacere degli straordinarj crescimenti antichi, rimarcheremo solo quello seguito del 1705, quando predominando un contumacissimo Scirocco, oltre le eccessive piogge, che lo accompagnavano, crebbe fuor di modo il Mare; come si è rilevato nella visita 1721 alle spiagge di Volano, ove per deposizione del conduttore delle Valli del Ser. di Modena, si è potuto conoscere, che la Marea salì sopra dell'ordinario pelo oltre li piedi 4 di Bologna; quindi può raccogliersi, che i fiumi di esso Mare influenti abbino dovuto straordinariamente gonfiare, come pur troppo è accaduto in quella a tutta Lombardia memorabile inondazione. Nè ciò può esser derivato da altro, che dal vento, che si rese valevole a sostenere sì gonfio il Mare malgrado l'azione del riflusso, onde rimasti anco sostenuti i fiumi senza poter liberamente scaricarsi nel Mare, si sono gonfiati assai più di quello, che avrebbero fatto, se alcuna forza contraria non avessero avuta a' loro sbocchi. Nella medesima maniera, che il vento può gonfiare il Mare, può ancora in parità di circostanze agire contro del corso de' fiumi, ed obbligarli a maggiori rialzamenti, siccome porta il sentimento del Castelli.

VIII.

Lemma. Per ridurre a calcolo l' effetto proveniente dal vento nel ritardamento del corso de' fiumi, e nel tener più del dovere alta la marea, è da dimostrarsi: Che lo spazio corso da un fluido che abbia qualunque velocità e qualunque rarità, rispetto allo spazio percorso da un altro fluido che pur abbia qualunque altra velocità, e qualunque altra rarità, che venga ad incontrarlo in senso direttamente contrario, è sempre in ragion composta della diretta fra la differenza, che corre tra la rarità del più veloce, e del quadrato della velocità del meno veloce, la rarità del meno veloce, ed il quadrato della velocità del più veloce, ed inversa del prodotto fatto dalla rarità del più veloce, e dalla velocità del meno veloce. Sia AB (*Fig.* 8. *Tav. IV.*) lo spazio corso da un fluido, e DC quello di un altro, che venga in senso contrario ad urtarlo, supponendo che dopo il congresso si levino in un istante le particelle, che hanno cozzato. Sia EF la velocità del primo meno veloce $= b$, GH quella del secondo più veloce $= a$; LM sia la rarità del primo $= c$, ed IK quella del secondo $= d$. E' noto, che la facilità che incontrerebbe B nel passare per CD, se CD si con-

consideraſſe come un fluido in quiete, ſarà in ragione compoſta della forza di AB, e della rarità di CD, ed eſſendo le forze come i quadrati delle velocità ſarà per tanto in ragion compoſta del quadrato della velocità, e della rarità di CD, cioè come $EF^2 \times IK$. Parimente ſupponendo AB in quiete, e DC in moto, ſarà la facilità, che incontrerebbe nel penetrare per AB come $GH^2 \times LM$: ma perchè tutti e due i fluidi ſi conſiderano in moto, adunque la facilità reſidua ſarà come $EF^2 \times IK - GH^2 \times LM$ cioè in termini analitici $dbb - caa$; inoltre eſſendo le facilità in proporzione degli ſpazj, che in dati tempi vengono percorſi, ſarà $dbb \,.\, b :: dbb - caa \,.\, \frac{dbb - caa}{db}$, il che era da dimoſtrarſi.

IX.

Scolio. Intendaſi AB eſſer il fluido dell' acqua; come DC dell' aria, e che lo ſpazio, che ſeparatamente poſſono eſſi fare in grazia di eſempio in un minuto ſecondo ſia dell' acqua di 5 piedi, e dell' aria di 24, onde $b = 5$, ed $a = 24$: e perchè un barometro formato con acqua di 30 piedi di altezza ſi bilancia con un cilindro di aria di egual baſe, ma di altezza quanta è quella dell' atmosfera, la quale ſecondo le oſſervazioni De la Hire regiſtrate nella Storia dell' Accademia delle Scienze dell' anno 1696, è di altezza piedi del Re 127221, ne ſegue, che un piede di acqua peſi quanto piedi 4240 d' aria (ſupponendo i cilindri d' acqua e di aria della medeſima baſe) onde ſarà $d = 4240$, e $c = 1$, e ſoſtituendo nella formola del numero precedente queſti numeri, avremo lo ſpazio percorſo da AB in un minuto ſecondo ridotto a piedi 4 : 11 : 8, con perdita ſecondo queſta ipoteſi di linee 4 nel detto tempo di un minuto ſecondo; così in un giorno aſcenderebbe la perdita del moto a piedi 2448, cioè a mezzo miglio in circa di ritardamento.

X.

Prendendoſi la coſa più univerſalmente, vale a dire col ſupporre queſte due potenze dell' acqua, e del vento in qualunque modo fra di eſſe inclinate o coſpiranti al medeſimo termine, o in ſenſo fra di loro obliquo; Sia da determinarſi lo ſpazio che correrebbero dopo l' accozzamento, intendaſi la ſuperficie dell' acqua BD (*Fig.* 9.10.*Tav. IV.*), che corra inclinata all' orizzonte con un dato angolo,

lo, CA fia la direzione del vento, che refta inclinata alla detta fuperficie dell'acqua con l'angolo CAD. Sia u la velocità dell' acqua, c la fua rarità, x la velocità dell'aria moffa in vento, d la fua rarità. E perchè la facilità di penetrare, che ha l'acqua nell'aria, fe quefta farà confiderata quieta, è come la rarità di quefta moltiplicata nel quadrato della di lei velocità, farà duu il valore di quefta facilità, che fi faccia eguale ad AD. Parimente facendo $AG = cxx$ eguale cioè al quadrato della velocità del vento moltiplicata nella rarità dell'acqua, fe faranno condotte le DQ, GQ parallele, ed eguali refpettivamente alle dette facilità AG, AD, e fe da Q ad A farà condotta la diagonale AQ, rapprefenterà quefta la facilità, o lo fpazio, con cui nel medefimo tempo fi moverà, dopo l'urto del vento, l'acqua, cioè accorciandofi, fe il vento riefce in qualche modo contrario alla direzione dell'acqua, come nella Figura 9, ovvero allungandofi, fe il medefimo in qualche maniera venga a cofpirare con la direzione del di lei moto, come nella Figura 10, effendo chiaro che in quefto cafo AQ è maggiore di AD, fpazio percorfo dall'acqua avanti l'accozzamento del vento.

XI.

Dati dunque i due fpazj AD, AG fia da ritrovarfi lo fpazio indi rifultante AQ, il che fi otterrà mediante la rifoluzione trigonometrica del triangolo ADQ, in cui fono dati i lati AD, DQ, e l'angolo comprefo fra di effi. Sia $AD = a$, $DQ = AD = b$, e l'angolo $ADQ = m$; Sia il feno di $\frac{180 - m}{2} = q$, ed il feno tutto $= s$; avendofi dunque per la trigonometria quefte due analogie $s . 2a :: q . \frac{2aq}{s}$, ed $s . 2b :: q . \frac{2bq}{s}$, fe fi moltiplicheranno quefte due quarte proporzionali vicendevolmente farà il prodotto $\frac{4abqq}{ss}$, ed il quadrato della fomma dei due lati cogniti $(a + b)$ è $a^2 + 2ab + bb$, che però fe da quefto fi fottrarrà il detto prodotto farà $a^2 + 2ab + bb - \frac{4abqq}{ss}$, eguale alla bafe ricercata AQ; dipoi fe fi farà come lo fpazio percorfo dall'acqua avanti il vento, alla di lei velocità, così il nuovo fpazio AQ alla velocità dopo effere ftata fpinta dal vento, farà quefta velocità ritardata, o accre-

crefciuta a caufa della nuova forza, che fe gli è applicata, ed in termini analitici $a \,.\, u :: \sqrt{a^2 + 2ab + bb - \frac{4abqq}{ss}} \,.\, \frac{u\sqrt{a^2 + 2ab + bb - \frac{4abqq}{ss}}}{a}$, che è la ricercata formola.

XII.

Coroll. I. Se q diventa il feno di 180 gradi, il che accade allora quando il vento camminerà con la medefima direzione dell' acqua, in tal cafo fi fa nulla la quantità $\frac{4abqq}{ss}$, e la formola diviene $\frac{u \times \overline{a+b}}{a} = \frac{duu + cxx}{du}$.

XIII.

Coroll. II. Ma fe m diventa gradi o, che è quando il vento fpira direttamente contrario al corfo dell' acqua, in tal cafo q fi fa feno tutto, perchè $\frac{180-0}{2} = 90$, e però la formola fi cangia in $\frac{u \times \overline{a-b}}{a} = \frac{duu - cxx}{du}$, che è la fteffa del numero VIII. di quefto foftituendo in vece di u il b, ed in vece di x la quantità a, che vale lo fteffo.

XIV.

Scolio I. Supponendo che l' inclinazione del vento rifpetto alla inclinazione della fuperficie del fiume fia di gradi 15, e che gli fpazj percorfi dall' acqua, e dal vento, fiano come quelli pofti al numero IX. di quefto, e fupponendo ancora che quefti fpazj dell'acqua, e del vento fuccedano in un minuto fecondo di tempo, farà però come fegue

$$4 = \text{l. } 0.\ 6020600$$
$$a = 106000 = \text{l. } 5.\ 0253059$$
$$b = 576 = \text{l. } 2.\ 7604225$$
$$qq = \overline{f\,82.\,30}^2 = \text{l. } 19.\ 9698876$$
$$\text{l. } 28.\ 3576760$$

dal qual logaritmo fottraendo il log. di ss $= \text{l. } 20.\ 0000000$

farà il refiduo $\text{l. } 8.\ 3576760$

il di cui numero è proffimamente 227300000

in-

inoltre essendo	$aa = 11236000000$
	$2ab = 122112000$
	$bb = 331776$
loro somma	11358443776
da cui detraendo il suddetto ritrovato numero	227800000
	11130643776
metà del di cui logaritmo è prossimamente	l. 5. 0232476
ma $u = 5$, onde il suo logaritmo	l. 0. 6989700
e la somma	l. 5. 7222176
da cui levando il logaritmo di a	= l. 5. 0253059
rimane	l. 0. 6969117

del qual logaritmo il numero è prossimamente $4\frac{976}{1000}$, che sono piedi 4. 11′. 8″. 6‴. poco differente dallo scemamento dello spazio fatto per diametrale opposizione, come si è veduto al numero IX. di questo.

XV.

Scolio II. Ma se l'angolo d'inclinazione sarà di gradi 40, in tal caso il logaritmo di $\frac{4abqq}{ss}$ sarà 8. 3337600, il di cui numero è 215600000, che detratto dal numero 11130643776 lascia 11142843776, il logaritmo della di cui metà è 5. 0234421, onde riducendo in una somma sarà

riducendo in una somma sarà	l. 5. 0234421
	$u =$ l. 0. 6989700
	l. 5. 7224121
e sottraendo	$a =$ l. 5. 0253059
	l. 0. 6971062

il di cui numero è $4\frac{979}{1000}$, che dà p. 4. 11′. 8″. 9‴.

XVI.

Scolio III. E se l'angolo d'inclinazione è di gradi 153, vale a dire, che cospiri con la direzione dell'acqua, sarà $\frac{4abqq}{ss}$ eguale al logaritmo di 7. 1241590, il di cui numero è prossimamen-

te 13310000, che detratto da 11358443776, lascia 11345133776, la metà del di lui logaritmo è l. 5. 0273065, onde

essendo $u =$ l. 0. 6989700
l. 5. 7262765

e levando $a =$ l. 5. 0253059
si lascia l. 0. 7009706

il di cui numero è prossimamente $5\,\frac{288}{1000}$ = p. 5. o'. 3''. 3'''.

XVII.

Scolio IV. Finalmente se il vento cospirasse del tutto con la medesima direzione dell' acqua, avendosi allora $4\frac{abqq}{ss} = o$, e la formola divenendo $\frac{u \times \overline{a+b}}{a}$ sarà $5\,\frac{288}{1000}$, cioè p. 5. o'. 3''. 11'''.

XVIII.

Scolio V. Si supponga poscia l' inclinazione del vento rispetto alla superficie dell' acqua di gr. 15, egli è manifesto, che in un minuto secondo viene ritardato il moto dell' acqua, secondo il calcolo del numero XIV. di questo, tre punti e mezzo, o che è lo stesso per ogni cinque piedi di spazio, i predetti tre punti e mezzo. Quindi mediante l' aurea regola si troverà, che in un miglio verrà ritardato il moto dell' acqua dal vento piedi 24; così paragonando (il che è anche più naturale per confrontarlo con la durazione del vento, supposto sempre della medesima intensione,) il ritardamento col tempo impiegato, si averà in un' ora una perdita di piedi $87\,\frac{1}{2}$, e in un giorno naturale, supposto che tanto durasse il vento, piedi 2100, che è quasi un mezzo miglio d' Italia. Se il vento fosse inclinato 40 gradi alla superficie dell' acqua, si ha dal numero XV. di questo, che il ritardamento sarebbe di punti 3, ed un duodecimo, il che darebbe in un miglio piedi $21\,\frac{1}{3}$ ed in un' ora p. 77. once 1. E se il vento cospirasse col moto naturale del fiume sotto un angolo di gradi 153, cioè con una inclinazione di gradi 27, dalla parte della corrente camminerebbe l'acqua di più per lo numero XVI. punti $3\,\frac{1}{4}$, onde in un miglio avanzerebbe piedi $22\,\frac{1}{2}$, ed in un' ora piedi $51\,\frac{1}{4}$.

Sco-

XIX.

Scolio VI. Da quanto ſin'ora ſi è eſpoſto è chiaro, che l' azione del vento in qualunque direzione ſtia riſpetto al corſo dell' acqua, dev' eſſer conſiderata, come ſe l'acqua corrente ed il vento poteſſero, per così dire, operare l' uno contro dell'altra, cioè come ſe ogni particola d' aria poteſſe agire contro ogni particola dell' acqua: ma perchè è noto, che queſta penetrazione non può realmente darſi, ma che l'azione del vento ſopra dell'acqua è molto limitata, e che gran fatto non ſi eſtende oltre la ſuperficie della medeſima acqua, per tanto ſarà ulteriormente da cercare la reale alterazione, che l'aria moſſa in vento può eſercitare contro dell' acqua o corrente o anco ſtagnante.

XX.

Se dunque ſopra tutta l' altezza dell' acqua d' un fiume, che può eſtenderſi alli 10, e 20 piedi non può agire la forza del vento, ſia da ritrovarſi quella profondità ſotto la ſuperficie del medeſimo fiume, a cui può arrivare l' azione dello ſteſſo vento, e ſenza partirſi dalla Figura 9. e 10. eſpreſſa al numero X. di queſto, eſſendochè dalle due azioni AD, AG, l'acqua ſarebbe obbligata a ſeguire la direzione AQ in vece della AD, e riſolvendoſi queſta AQ nelle due AF, QF, delle quali la prima è quella che opera per via dell' impreſſione del vento CA ſopra l' acqua BA, ſembra però poterſi prender queſta AF per la miſura della ricercata penetrazione, e per conſeguenza dell' effetto prodotto dal vento ſopra l'acqua per una data inclinazione. Per avere dunque la AF, eſſendoſi per il numero XI. di queſto ritrovata la AQ, ſe per la trigonometria ſi farà come queſta AQ al ſeno dell' angolo dell' inclinazione dell' acqua col vento BAG $=$ ADQ $=$ $\int m$ ($\int.$ ſignifica ſeno) così AD al ſeno dell' angolo AQD, ſi averà queſt' angolo, ponendo la detta analogia in termini analitici.

$$\sqrt{\overline{a+b}^2 - \frac{4abqq}{ss}} . \int m :: duu . \frac{duu \times \int m}{\sqrt{\overline{a+b}^2 - \frac{4abqq}{ss}}} . = \int . \mathrm{AQD}, \text{ il}$$

di cui angolo corriſpondente ſia p, ſarà pertanto $180 - m = p =$ angolo AQF, il di cui ſeno dicaſi r, facendo poi come il ſeno tutto s ad AQ $= \sqrt{\overline{a+b}^2 - \frac{4abqq}{ss}} :: r$ al quarto proporzionale

$AF = \frac{r}{s} \sqrt{\overline{a+b}^2 - \frac{4abqq}{ss}}$, che vale la ricercata profondità, a cui nelle dette circostanze si potrà estendere l'azione del vento, e sarà però in ragion diretta del seno della differenza fra l' angolo retto preso due volte, e la somma dei due angoli dell' inclinazione, fra il vento, e l' acqua dell'angolo ADQ, e della AQ, e reciproca del seno tutto.

XXI.

Scolio. Sia l'inclinazione suddetta di gradi 15, pertanto sarà

$$\frac{d u u \sqrt{m}}{\sqrt{\overline{a+b}^2 - \frac{4abqq}{ss}}} = \frac{\text{l.}106000 + \text{l.}\,f.15\ \text{gr.}}{l\,AQ}$$ onde 10600 = l. 5.0253059

l.gr. 15 = l. 9.4129962

l.14.4383021

lAQ = l. 5.0232476

l. 9.4150545

che risponde al seno di gradi 15. 4′ quindi $180 - m - p = 180° - 15° - 15°.4′ = 149°.56$, ed il suo complemento 30°.4′ il di cui seno corrisponde ad r, onde l' espressione $\frac{r}{s}\sqrt{\overline{a+b}^2 - \frac{4abqq}{ss}}$ ridotta a logaritmi sarà

9.4150545
5.0231476
14.4383021
10.0000000
4.4383021

che ha per numero 24430 prossimamente; facendo poscia AD allo spazio corso dall' acqua senza il vento nel tempo di un minuto secondo, così AF allo spazio che correrebbe l' acqua percorrendo questa stessa linea, dinotante l' azione fatta dal medesimo vento contro l' acqua, ed essendo quello spazio secondo le supposizioni fatte ne' numeri antecedenti 5 piedi, sarà prendendo i Logaritmi

4.4383021
0.6989700
5.1372721
5.0253059
0.1119662

che vale prossimamente piedi $1\,\frac{294}{1000}$ = piedi 1. 3. once, 6 punti,

ti, e 4 minuti; ficchè in tali fuppofizioni crederei che non molto lontano dal vero fi foſſe, quando fi calcolaſſe riſentirſi l' acqua di quel dato fiume a cauſa del vento nella detta inclinazione, e quando queſti foſſe con la ſuppoſta energia, per un piede ſotto della ſuperficie corrente, onde dato queſto impedimento reſta manifeſto il metodo di rilevarne gli effettivi ritardamenti.

XXII.

Abbenchè paia, che quando il vento foſſe orizzontale nulla poteſſe operare contro il corſo del fiume, eſſendochè in tal caſo AF è eguale a zero; nientedimeno ſe ſi farà attenzione all' inclinazione, che ogni fiume o poca o molta, neceſſariamente deve avere, reſterà manifeſto, che il Vento, anche ſe ſpiraſſe parallelo all' orizzonte, potrà agire ſul fiume ch' è inclinato; e ſe anche il fiume, come accader ſuole nelle vicinanze degli sbocchi nel Mare, ſteſſe orizzontale, contuttociò un tale ſtato per poco lo potrà mantenere, mentre non sì toſto comincia il rifluſſo del Mare, che immediatamente anche il fiume acquiſta il ſuo proporzionato pendìo; onde è da concluderſi, che in tutti i caſi, non mai potendoſi dar vento, che non ſia inclinato riſpetto alla ſuperficie del fiume, così la AG mai potrà eſſer zero, e perciò il fiume avrà a riſentire ſempre o poco o molto del Vento. Si dà quì l' idea d' uno ſtrumento, che ſi reputa valevole a far conoſcere ſufficientemente l' inclinazione del Vento riſpetto alla linea orizzontale. Sia una ſpecie di tamburo di legno ſottile (*Fig.* 11. *Tav. IV.*) eſpreſſo per la figura EAG, il cui diametro ſia E*y* di un piede e mezzo in circa, e la groſſezza AM di quattro once, e per entro ſia tutto vuoto. Nel centro D ſia accomodata una ruota volante affiſſa nel centro D con un perno, ed abbia i ſuoi bracci o palette di leggieriſſima materia *b. b. b.* ec. coſicchè poſſa liberamente, e facilmente girarſi; il diametro di eſſa ruota, cioè *bb*, ſia la terza parte in circa di tutta la E*y*. Sia poi aperto un foro in A di una mezz' oncia di diametro, ed a queſto ſi uniſca ben fortemente un cono tronco ad imbuto BAC di materia anch'eſſo leggiera, ma conſiſtente, e che abbia il ſuo aſſe nella direzione QM, dimodochè vada a ferire poco ſotto della eſtremità de' bracci della volante *bb*; e nella medeſima linea MF dalla parte oppoſta F ſi apra un altro foro di conſimile diametro, e ſi armi con un cilindro cavo, e di poca altezza F, e diviſo l'arco FA in due parti eguali in E, da queſto punto ſi laſci cadere un filo, a cui ſia raccoman-

comandato il peso G; indi all'estremità dell'asse D, che riesce oltre la superficie di uno de' due piani circolari EAy, sia posto un indice, e fatto un circolo dal centro D, si segni un punto ben visibile ad arbitrio, come sarebbe P, e l'indice sia DL. S'intenda inoltre condotta sulla detta superficie la linea retta MF, che passi per tutti e due i centri M ed F. Tale strumento poi dovrà esser piantato sopra di un piede, che lasci il comodo di rivolgerlo a tutte le parti. Circa all'uso, ogniqualvolta spiri del vento, si dovrà verso di questo volgere la bocca dell'imbuto BC, cosicchè entrandovi l'aria per M esca per F, e nel passare faccia girare la volante *bb* col maggiore possibile moto, lo che si rileverà dal numero de' giri dell'indice LD dentro un dato tempo, che si fisserà o con un orologio a secondi, o con la vibrazione di un qualche pendolo. Conosciuto dunque questo maggior numero de' giri della volante, si noti l'angoló, che formerà il pendolo EG con la linea MF, il qual angolo sottratto da' 90. gradi, darà l'angolo della ricercata inclinazione del vento rispetto all'orizzonte. Per sapere poi il viaggio del medesimo vento, si misurerà la porzione di circonferenza LPM, e si osserverà quante volte in un dato tempo essa venga percorsa, e questo viaggio risponderà al moto del vento. Egli è ben vero, che per notare il numero di questi giri, quando il vento sia molto intenso, converrà che l'indice DL sia molto lungo, anzi sarebbe bene il formarlo con sottil lamina di ferro, o di rame lunghissimo, e lasciar che oltrepassi i limiti del Tamburo, bastando che venga diligentemente notato il numero de' giri; quando bene mediante qualche macchina non si potesse fare, che venissero numerati i giri in quel modo che si pratica ne' podometri; coll'avvertenza però, che tali macchine non disturbino il libero moto del vento dentro del Tamburo.

XXIII.

Quanto si è detto ai numeri X. e XI. di questo, si può applicare all'azione del flusso del mare in riguardo al ritardamento del corso de' fiumi, e all'accrescimento cui devono restar soggetti per tal cagione. Intendasi CA (*Fig.* 12. *T. IV.*) la direzione del fiume, che sia inclinata alla superficie del mare DB, con qualsivoglia angolo CAD, la velocità del fiume sia espressa per u, quella del mare opposta a quella del fiume per x; e perchè si vogliono supporre le acque del mare, e del fiume con la medesima resistenza, pertanto le facilità di

pene-

penetrare, che averanno rispettivamente, saranno come i quadrati delle loro velocità, onde si averà la AQ (che risulta dalle due facilità $AE = uu$, $AD = QE = xx$) $= \sqrt{\overline{uu + xx}^2 - \frac{4\,uuxxqq}{ss}}$, nella qual formola, come pur si è supposto al numero XI, q è eguale al seno dell'angolo di gradi 180 meno l'angolo dell'inclinazione CAD, diviso questo residuo per metà, ed s eguale al seno tutto. Se l'inclinazione fosse nulla, in tal caso la nuova facilità indi risultante AQ minore della prima AE, sarebbe $\sqrt{\overline{uu + xx}^2 - 4\,uuxx}$, essendochè in tal caso $q = s$, oppure $AQ = uu - xx$. La AQ si determina geometricamente, mentre stabilite che siano le due AE, AD eguali, come si è detto, respettivamente alle quantità uu, e xx, se si compirà il parallelogrammo DQEA, esprimerà la diagonale AQ la ricercata facilità.

XXIV.

Sia AK (*Fig.* 13. *Tav. IV.*) la superficie del mar basso, *b*A quella di un fiume, ch'entro vi sbocchi, e sul mare si spiani. Sia poi BML la superficie alta del medesimo mare: debbasi ritrovare la posizione della retta *b*B, linea del medesimo fiume accomodata all'alta marea BM. Si conduca la BC perpendicolare alla superficie BM, ed alla AK. Intendasi AK lo spazio impiegato dal corso del fiume nel tempo della bassa marea in un secondo di tempo, e BM quello del medesimo fiume nello stesso tempo dopo il flusso del mare. Dati dunque gli spazj AK, BM percorsi, come si è detto, si trovino per il numero XVIII. del Capitolo antecedente, le corrispondenti sublimità HE, FG, la prima delle quali HE nella GD parallela così resti accomodata, sicchè prodotta KA in *e* cada il punto H nella superficie *b*A, si conduchino ancora a questa K*e* orizzontale le due parallele *cd*, L*f* verso *d* ed *f*. E' manifesto che cadendo un grave dalla sublimità HE, arrivato che sia in E, avrà acquistata una velocità da correre con moto equabile il detto spazio AK. Se parimente si farà GF come l'altezza, da cui cadendo l'altro grave, arrivato che sia in F acquisti la velocità da percorrere con moto equabile la BM, se dal punto B per l'estremità G sarà condotta la BG*b*, sarà questa la positura della superficie, che il fiume acquisterà durante l'alta marea, ridotto che sia esso fiume allo stato di permanenza. Perchè dunque BM è minore

nore di AK, anche GF farà minore di HE, onde la Bb meno si scosterà, dentro una data distanza, dalla Bf, di quello farà la Ab dalla Ae, dentro la medesima distanza, che però le due Ab, Bb, faranno convergenti fra di loro, e finalmente si verranno ad unire in un punto b, che sarà appunto il termine dell' azione dell' alta marea, o sia del rigurgito su per lo fiume; da questo punto però, che sia, come si è detto, l' b, si lasci cadere la bd perpendicolare alla dC; e perchè i due triangoli AEH, Aeb sono simili, sarà AE . EH :: Ae . eb. Parimente essendo simili i due triangoli BFG, Bfb sarà ancora BF . FG :: Bf . fb, ma AE$=$BF, come pure Ae=Bf, adunque HE . FG :: be . fb :: be . be — BA. Perchè poi gli spazj HE, GF sono come i quadrati della velocità, quindi dicendo la velocità per AK$=u$, quella per BM$=x$, sarà HE $= \frac{uu}{4b}$, ed FG $= \frac{xx}{4b}$, dicasi $be = z$, e sia BA l'altezza massima del mare a cagione del flusso $=m$, sarà l'analogia $\frac{uu}{4b} . \frac{xx}{4b} :: z . z - m$ che nasce dall'altra analogia ricavata dalla similitudine de' triangoli, ed ancora perchè essendo per l' ipotesi ridotto il fiume allo stato di permanenza, dovendo però anche in questo stato scaricare eguali quantità di acqua in ogni di lui sezione, sarà AC$\sqrt{HE}$ $=$ BC $\sqrt{GF}$, come anche AC$\sqrt{be}$$=BC\sqrt{fb}$, onde AC$= \frac{BC\sqrt{GF}}{\sqrt{HE}} = \frac{BC\sqrt{fb}}{\sqrt{be}}$, oppure HE . GF :: be . bf. adunque $z = \frac{muu}{uu - xx}$. Pertanto se nel dato angolo d'inclinazione HAE si iscriverà be parallela ad HE, ed eguale alla quantità $\frac{muu}{uu - xx}$, determinerà questa il punto ricercato b, termine dell' azione del flusso; lo che era da ritrovarsi.

XXV.

Corollario. Che però, se si farà come la differenza de' quadrati delle velocità del fiume alto e basso, al quadrato della velocità del fiume in tempo della bassa marea, così la differenza fra le altezze del mare prima e dopo del suo crescimento ad una quarta proporzionale: esprimerà questa l'altezza inscrittibile per il termine dell' azione del flusso dentro l'angolo d'inclinazione, che ha il fiume sopra l' orizzontale del mare in stato di bassezza.

Per

XXVI.

Per averſi la diſtanza del punto b dal mare A, ſi farà ſecondo i principj della trigonometria *Sen*: $bAe = q$. $be = \frac{muu}{uu - xx}$ :: $ſ$. T = s. $\frac{s \times muu}{q \times \overline{uu - xx}} = Ab$, e chi voleſſe la B$b$ ſara queſta, conforme è noto a' Geometri aſſai facile da trovare, mentre nel Triangolo fbB ſono dati i lati fB $= e$A, ed fb; e l' angolo bfB è retto, ma inſenſibilmente eſſendo ineguali le due Bb, Ab nelle grandi diſtanze; quindi potremo ſervirſi della ritrovata Ab ſenza imbarazzarſi in un più laborioſo calcolo.

XXVII.

Scolio. Sia l' inclinazione di un fiume d' once due per miglio, intendendo ch' eſſo miglio ſia di pertiche 500 di Bologna, come lo abbiamo in queſto Trattato più volte ſuppoſto per accomodarſi alle oſſervazioni fatte in Po, ridotte alla detta miſura; farà l' angolo GBF di 6 ſecondi; ſia l' altezza del mare AB ſopra del ſuo baſſo pelo piedi $3 = m$, la velocità del fiume in bA $= u$ intendaſi di piedi 3 in un ſecondo di tempo, e quella per bB cioè nell' alta marea x ſia di un ſolo piede nel detto tempo di un ſecondo; ed eſſendo l' angolo HAE di 6 ſecondi di un grado, farà il ſuo ſeno $q = 3$, eſſendo il ſeno di un minuto primo $= 29$ parti delle 100000 nelle quali s' intende diviſo il raggio, onde la formola $\frac{s}{q} \times \frac{muu}{uu - xx}$ diviene $\frac{100000 \times 3 \times 9}{3 \times 8} = 112500$ piedi, cioè pertiche 11250 di dieci piedi l' una, che fanno miglia $22\frac{1}{2}$. Poſta la ſteſſa inclinazione, ma facendo $u = 4$; $x = 2$, la formola ſuddetta diviene $\frac{100000 \times 48}{3 \times 12} = 133333$, cioè pertiche 13333, che fanno miglia 26, e pertiche 333; di più facendo $u = 4$; $x = 1$ ſarà la formola $\frac{100000 \times 48}{3 \times 15} = 106666$ piedi, o pertiche 10666, che ſono miglia 21 e pertiche 166 per il termine del rigurgito. Facendo poi l' inclinazione del fiume di 3 once per miglio, diviene l' angolo GBF di 10 ſecondi, il di cui ſeno è proſſimamente 5; onde nella ſuppoſizione per la veloci-

locità del primo caso, mutasi la formola in $\frac{100000 \times 3 \times 9}{5 \times 8} = 67500$ piedi, che fanno per il rigurgito, miglia $13\frac{1}{2}$. Per il secondo caso si muta in $\frac{100000 \times 48}{5 \times 12} = 80000$ piedi, o miglia 16. E per il terzo diviene la formola $\frac{100000 \times 48}{5 \times 15} = 64000$ piedi, cioè miglia 12, e pertiche 400. Che se tale inclinazione fosse di mezzo piede per miglio, che importerebbe un angolo di 20 secondi, e l'altezza del mare sopra la sua superficie fosse di piedi $4 = m$, e $q = 10$; in tal caso ritenendo respettivamente le velocità, come ne' tre casi soprapposti, sarebbe per il primo la formola $\frac{100000 \times 4 \times 9}{10 \times 8} = 45000$ piedi, o miglia 9. Nel secondo caso sarebbe essa formola $\frac{100000 \times 4 \times 16}{10 \times 12} = 53333$ piedi, cioè miglia 10, e pertiche 333. Finalmente nel terzo caso si muta in $\frac{100000 \times 4 \times 16}{10 \times 15} = 42666$ piedi, cioè miglia 8 e pertiche 266.

XXVIII.

Le velocità del fiume competenti tanto all'alta, che alla bassa marea, si rilevano ciascheduna dal concorso ed azione delle due forze contrarie e del fiume, e del mare, considerate in parti libere; saranno queste pertanto da ricavarsi dalla formola del numero XXIII. di questo Capitolo, col sostituirvi in vece di u, ed x le equivalenti velocità libere del fiume, e del mare; essendochè, se il fiume si muove secondo la direzione del proprio alveo, anche il mare si muove nel crescere che fa, secondo una linea che viene sempre verso terra; onde dato per le osservazioni i gradi delle velocità competenti ad A e B, si potrà dalla formola espressa nel suddetto numero ricavare la pendenza dell' alveo, il che abbenchè in pratica, attesa la difficoltà di fare esattamente le osservazioni, non rispondesse per avventura al fatto, nientedimeno sarà sempre vera la proposizione in pura teorica. Chi volesse altra formola per la distanza Ab, o Bb dinotante il termine del rigurgito a causa del flusso del mare, si potrà questa avere con il determinare il punto V nella BA, cosicchè que-

questo venga a connotare il centro di azione delle due velocità competenti ad A *e* B, vale a dire, la *velocità media*, nel qual caso dicendo BV $= n$, e perciò AV $= m - n$, sarà la nuova formola $z = \frac{s}{q} \times \frac{nn}{2n - m}$.

XXIX.

Scolio. Prendendo l' esempio del caso secondo, allorchè l' inclinazione del fiume è stata supposta di sei secondi, sarà $n \,.\, n - m :: 4 \,.\, 2$; $m = 3$, e perciò $n = 6$, che sostituito nella formola di già ritrovata, si muta in $z = \frac{100000}{3} \times \frac{36}{9} = 133333$, come sopra.

XXX.

Ricerca il luogo di trattarsi anco degli sbocchi de' fiumi influenti ne' fiumi recipienti, a motivo di riconoscere quali alterazioni venghino da quelli causati in questi in ordine principalmente al rigurgito che nascer dee nell' incontrarsi che fanno sotto un qualche angolo le acque de' medesimi; e prima d' ogni altra cosa è da osservare la proprietà, che tiene un' acqua corrente nell' uscire dalle strettezze del proprio alveo in quello spazioso di qualche recipiente, che è non già di seguire la direzione del proprio filone, o quella che dovrebbe nascere dalla composizione delle due forze dell' influente cioè, e del recipiente: ma in certo modo di spandersi circolarmente da per tutto; onde per quanto acuto che fosse l' angolo che facesse lo sbocco con le rive del recipiente, non può di meno l' influente di non rintuzzare più assai di quello pare a prima vista la corrente del recipiente, ed allora in particolare, quando questo fosse in stato di magrezza, o anche di mediocrità di acque, e l' influente venisse pieno. Per rilevare dunque prossimamente la distanza a cui si può estendere il rigurgito, sarà da considerarsi l' aggregato delle velocità che tiene il recipiente al di sopra dello sbocco dell' influente, avanti la piena dell' influente, e di tutte raccoglierne la *media*; parimente lo stesso sarà a praticarsi dopo la piena del medesimo, raccolte le quali due quantità, si averà per la formola registrata al numero XXVI. di questo la ricercata distanza, note però che siano, l' inclinazione del recipiente avanti

la detta piena, e l'altezza a cui può giugnere questo, dopo ricevute le nuove acque, e che con le medesime abbiasi equilibrato.

XXXI.

Scolio. Sia in grazia di esempio la volocità media nel recipiente avanti la piena dell' influente tale, che l' acqua in un minuto secondo faccia piedi 3, ma dopo la piena ne faccia (intendendo sempre al di sopra dello sbocco) solamente $1\frac{1}{2}$, sarà dunque $u=3$; $x=1\frac{1}{2}$, ed $m=3$: l' inclinazione del recipiente con la linea orizzontale, avanti la piena, sia di 20 secondi; in tal caso la formola $\frac{s}{q} \times \frac{muu}{uu-xx}$ sarà $\frac{100000 \times 27}{10 \times 6\frac{3}{4}} = 40000$, cioè a pertiche 4000, che fanno miglia 8. Per lo contrario, se si volesse sapere quanto il recipiente fosse per far rigurgitare l' influente, ogni qualvolta venissero ambidue in somma piena: Si supponghino note le quantità seguenti: l' inclinazione dell' influente di secondi 51, cioè cada 15 once per ogni miglio; la velocità avanti la piena dell' influente sia di 5 piedi in un minuto secondo; e dopo la detta piena, e quando siano equilibrate le acque, vale a dire allorchè tutte le sezioni scarichino eguali quantità di acqua, la velocità sia di piedi due nel detto tempo; onde adattando la formola soprapposta all' influente sarà $q=25$, $u=5$, $x=2$, e sia l' altezza acquistata dal recipiente sopra il suo basso pelo $=m=21$ piedi, si muterà dunque la formola in questa $z = \frac{100000 \times 21 \times 25}{25 \times 21} = 100000$ pertiche, o siano miglia 20; ma se $u=4$, in tal caso $z=$ miglia 18, e pertiche 333.

XXXII.

Ripigliando la figura del numero XIV. del Capitolo precedente. Sia da determinarsi l' angolo di deviazione, che l' influente cagiona al corso del recipiente, cioè BAC (*Fig. 5. Tav. IV.*) oppure DCA Sia la velocità del recipiente u, quella dell' influente x, saranno le forze respettive, come i quadrati di esse velocità, onde DC $=uu$, ed AD $=xx$: intendasi dato l' angolo LAP, e perciò anche il di lui complemento LAD, oppure ADC. Sarà dunque per la trigonometria AD + DC. DC — AD :: t. $\frac{\overline{DC - AD}}{AD + DC} \times t$, cioè in

in termini analitici $\frac{\overline{uu - xx \times t}}{uu + xx}$ (t è la tangente della metà del residuo a 180 gradi dell'angolo dato ADC) alla qual tangente connotata da questa espressione risponda l'angolo p, sarà dunque DCA = angolo LAP — p.

XXXIII.

Scolio I. Sia la velocità del recipiente espressa con il numero 1562; quella dell'influente con 324, onde $u = 1562$, $x = 324$, ed $uu - xx = 2334868$; $uu + xx = 2544820$; Sia LAE = gradi $2\frac{1}{2}$, e pertanto $\frac{\overline{uu - xx \times t}}{uu + xx} = 4006$, a cui risponde la tangente di gradi 2. 18′ = p, e però LAP — p = DCA = gradi 0. 12′; ma questa direzione abbenchè vera in Statica, nientedimeno non risponde, nè al fatto, nè all'osservazione a cagione che le parti dell'acqua dell'influente, passando dal proprio alveo PF in quello del recipiente ADC, si spandono secondo tutte le direzioni, onde l'angolo dell'inclinazione, che si pone di gradi 5 in riguardo alla direzione dell'alveo, può essere di molto maggiore apertura per rapporto alla tendenza media dell'acqua dell'influente.

XXXIV.

Scolio II. Si registrerà qualche osservazione nel proposito de' rigurgiti de' fiumi, e specialmente di quelli del fiume Po, perchè col fondamento del fatto si possa stabilire qualche cosa di sicuro in questa materia. Dalle deposizioni legali notate nella Visita del Po fatta da Monf. Riviera, ora Eminentiss. Cardinale, l'an. 1716. leggesi a c.193, sotto il giorno 18. di Ottobre, la deposizione avutasi da uno delle Papozze ne' termini seguenti. *Che quando vengono Burrasche grandissime del Mare arrivano li rigurgiti quasi fino a Francolino, ma che le ordinarie non passano Crespino*. Un altro disse a car. 195. *Che arrivavano le Burrasche grandissime del Mare insù per lo Po con li rigurgiti fino a Francolino, ed alle volte quasi a Lagoscuro, ma che le ordinarie non passano Crespino ec. che le Burrasche per quanto grandi sieno non arrivano a far alzare il Po alle Papozze non più di un piede in circa, e andando*

do all' insù sempre meno, e le Burrasche ordinarie lo alzano alle Papozze meno di mezzo piede, ed all' insù del Po sempre meno, e nelle parti inferiori esser sempre maggiore l' alzamento. A carte 196. altro Pratico depose: *Che li rigurgiti del Mare nelle Burrasche più grandi, che danno all' insù, alzano il Po da un piede, e si estendono fino a Crespino, ma alle volte quando sono grandissime arrivano quasi fino a Francolino, e che nelle Maree ordinarie per li rigurgiti alzarsi l' acqua alle Papozze un mezzo piede al più, e non arrivare tali rigurgiti se non quasi a Crespino*. Parimente fu deposto sotto il giorno 20. Ottobre: *Che quando il Po è bassissimo i rigurgiti grandi del Mare si risentono quasi a Francolino, e può alzarsi il Po colà un dito in due al più, ed a Crespino allora farà un alzamento d' un piede e mezzo in circa*, aggiugnendo: *Che quando poi il Po è alto, anzi altissimo, non si scorgono, nè si possono scorgere i rigurgiti del Mare, rimanendo insensibili*. Altra deposizione si legge a carte 233. *Che li rigurgiti grandi del Mare, quando il Po è basso si sentono quasi a Francolino. A Crespino poi potranno alzare un piede in circa d' acqua, e vicino al Mare possono alzarsi da tre o quattro piedi in circa, quando però le Burrasche sono grandissime*.

XXXV.

Scolio III. Nella Visita del Po 1721. fattasi fra i Commissarj Pontificio, Cesareo, e Veneto sotto il giorno 14. Marzo si ha per deposizione di un pratico interrogato a Lagoscuro, che il Po *ora cresce ora cala a causa, che il Mare gonfia all' insù, e il Po si alza, sentendosi quì a Lagoscuro le crescenze del Mare, quando fa gran fortuna*. Fu rilevato anco in questa Visita lo stato delle ordinarie crescenze, e decrescenze fatte dal Po al Mazzorno, ed alla Veniera vicino agli sbocchi, non essendosi altrove fatte tali osservazioni per non essersi fermata la Visita positivamente, che ne' due luoghi suddetti. La tavola seguente contiene quanto fu osservato, tirato fedelmente da' registri della medesima Visita.

16 Apri-

16 Aprile al Mazzorno	B. h. 15. 19′ A. 20. 45.	differenza delle altezze - - - - p. 0. 4′ 3″
17 detto ivi	B. 17. 23. A. 22. 49.	D. - - - - - - 0. 3. 8
18 detto ivi	B. 17. 43. A. 24. 41.	D. - - - - - - 0. 6. 5
19 detto ivi	B. 18. 24. A. 24. —	D. - - - - - - 0. 7. 6
20 detto Veniera	B. 19. 2. A. 1. 45.	D. - - - - - - 1. 9. 3
21 detto ivi	B. 18. — A. 24. 30.	D. - - - - - - 1. 6. 8

B indica la baſſa Marea; A l'alta, ed è da avvertirſi, che eſſendo accaduta l'ultima quadratura della Luna nel giorno 18. Aprile, l'acqua del Mare aveva pochiſſimo moto.

XXXVI.

Nell' ingiunta Figura 14. Tav. IV. intendaſi AE la cadente del Po da Lagoſcuro al Mare in tempo di acqua baſſa di queſto, AP la cadente del medeſimo nel tempo dell' acqua alta, e ne' ſiti delle lettere appoſte ſiano diſpoſti i ſiti lungo il Po, eſpreſſi nella figura, cioè Lagoſcuro, Francolino, Poleſella, Creſpino, Papozze, Mazzorno, e Veniera; Le diſtanze di ciaſcheduno de' quali dal Mare ſieno le notate nella ſeguente Tavola, ricavate queſte da' Protocolli della medeſima Viſita 1721, e ridotte a pertiche Bologneſi, miſura di cui ſi ſono ſerviti gl' Ingegneri in tutte le oſſervazioni di eſſa Viſita, avvertendo che ſi prende quivi per termine lo sbocco del Cammello, bocca ed allora, ed in queſti tempi la principale di quel fiume.

Dalla Veniera al Mare, cioè la QE Pertiche - - - - - - 1450
Dal Mazzorno al Mare, cioè la ME - - - - - - - - - - - 6887
Dalle Papozze al Mare, cioè la DE - - - - - - - - - - - 9637
Da Creſpino al Mare, cioè la CE - - - - - - - - - - - 12982
Dalla Poleſella al Mare, cioè la NE - - - - - - - - - - 15932
Da Francolino al Mare, cioè la BE - - - - - - - - - - 18912

Da

Da Lagoscuro al Mare, cioè la AE - - - - - - - - - - - 20142
Dal che si ricava che AB sia Pertiche 1230
AN - - - - - - 4210
AC - - - - - - 7160
AD - - - - - - 10505
AM - - - - - - 13255
AQ - - - - - - 18692
AE - - - - - - 20142

XXXVII.

Se l' azione del Mare non oltrepassa Francolino, in tal caso EP non arriverà se non v. gr. in *p*, ed allora BE sarà la massima, e da tutte le AN, AC, AD, AM, AQ, AE sarà da levarsi AB, cioè pertiche 1230, per aversi le BN, BC, BD, BM, BQ, e BE, ed il pelo del Po sarà in tali circostanze B*ncdmqp*. Quando poi l' effetto della burrasca non oltrepassasse Crespino, come accade quando questa è delle ordinarie, secondo alle riferite deposizioni, allora la CE sarà la massima, e da tutte le AD, AM, AQ, AE, sarà da levarsi AC di pertiche 7160, e si averanno le CD, CM, CQ, CE; si conduca *cqrst*, che rappresenterà il pelo del Po nelle dette ordinarie burrasche, in quelle cioè, che fanno sentire i loro effetti fino a Crespino. E perchè viene asserito, che le grandi fortune di Mare, cioè quelle che arrivano a turbare il corso del Po fino a Francolino, fanno alzare il pelo del Po alle Papozze un piede e mezzo, e a Crespino piedi uno in circa; osservo che stanno prossimamente in geometrica proporzione le distanze di questi luoghi con le dette respettive intumescenze, ed essere BC. C*c* :: BD. D*d*, cioè 5930 once ad once 12, così 9275 once ad once 18, che però potrebbesi ricavare un Canone: *Che le altezze alle quali arrivano i fiumi a cagione dell' azione del Mare, sono come le respettive distanze dal termine del rigurgito fino al luogo dell' osservazione*, e secondo un simile computo il Mare in tale stato di burrasca dovrà crescere sopra la bassa superficie once 31, o poco più.

XXXVIII.

Scolio I. Secondo l' analogia predetta, costando dalle osservazioni registrate nella Tavola al numero XXXV. di questo, che l' al-

l'altezza media, a cui arrivò il Po al Mazzorno li 18, e 19. Aprile fosse di once 7, e la massima altezza alla Veniera ne' due susseguenti giorni 20, e 21. fosse di once 20; se s'intenderà al punto G (*Fig.* 15. *Tav. IV.*) essere il Mazzorno, al punto F la Veniera, e che AE rappresenti il pelo alto del Po in que' giorni, come AD il pelo basso, sarà GB = 7; FC = 20, ed essendo BC pertiche 5437, sarà AB pertiche 2927 per l'estensione intiera del rigurgito vicino alle quadrature della Luna, cosicchè il punto A verrebbe ad essere 5 miglia e pertiche 427 superiormente al Palazzo Quirini al Mazzorno, e però in quel giorno l'azione della marea sarà arrivata (secondo questo calcolo) 177 pertiche superiormente alla punta della divisione del Po, che si fa nell'alveo, detto delle Fornaci, ed in quello di Ariano; ed il Mare avrà ottenuta una altezza di once 29, sopra la di lui bassa superficie, imperocchè cognite AB, AD, BG, è pur conosciuta la DE per i triangoli simili AGB, AED, onde per il numero precedente, essendo AD = 9814, e GB = 7, sarà DE once 23, e punti 5, misura assai naturale pel moto di questo mare.

XXXIX.

Scolio II. E quando l'effetto si risenta fino a Lagoscuro, supponendo secondo alle deposizioni, che a Crespino si alzi piedi $1\frac{1}{2}$, cioè once 18, in tal caso essendo AC. Cc :: AE . EP, (*Fig.* 14. *Tav. IV.*) ovvero in numeri 7160. 18 : : 20142. 50, resta palese, che in tale incontro si alzerebbe il Mare piedi 4, once 2, come appunto succede nell'ostinato spirar degli Scirocchi. Tutte le quali misure rispondendo assai prossimamente a' fenomeni, quella analogia, che risulta dalla similitudine de' triangoli, i lati de' quali sono nella superficie alta e bassa del fiume, e le basi le altezze respettive ne' dati luoghi dell'acqua del fiume, potrà adoprarsi, come di una sufficiente precisione.

XL.

Chi volesse sapere la minore inclinazione, con cui cammina il Po nello stato dell'alta marea, rispetto alla bassa; intendasi condotta l'orizzontale DNM, e la parallela a questa PE, e sia nota la CN, che supponendosi cadere il fiume due once per miglio verrà ad essere per il primo caso del crescere del Po alla

Veniera once 20 ſopra il di lui baſſo pelo di once 5, e punti 9, e la DE (*Fig.* 15.*Tav. IV.*) eſſendo ſtata ritrovata di once 23 : 5, come la CF per le oſſervazioni eſſendo di once 20, ſarà PC = PN — CN = 23. 5 — 5. 9 = 17. 8, e pertanto FP = FC — PC = 20 — 17. 8 = once 2, e punti 4, che diviſi nelle 1450 pertiche, diſtanza che corre dalla Veniera al Mare, ſi avranno punti 9 per miglio, e perciò il declivio viene a ſcemarſi di punti 15 per miglio.

XLI.

Nel propoſito de' rigurgiti cauſati o dal Mare, o da qualche fiume influente nel ſuo recipiente, o da queſto in quello, ogni qualvolta l' altezza ſua ſuperaſſe quella dell' influente è da notarſi, che l' elevazione cauſata da' medeſimi rigurgiti non ſi miſura dalla ſemplice altezza, che fa il Mare, o il fiume ſopra il baſſo pelo, o dell' uno, o dell' altro, ma ben rieſce ella non poco maggiore, che però l' orizzontale, che foſſe condotta dal punto della maſſima altezza predetta non potrebbe in verun modo indicare la vera eſtenſione del rigurgito. L' eſempio lo abbiamo nello ſteſſo Po, in cui atteſi i rilievi della Viſita 1721, ſi ricava che la di lui inclinazione nello ſtato di baſſezza da Lagoſcuro alla Chiavica della Palata, che è fra la punta di Santa Maria, ed il Mazzorno, ſia di piedi 5. 8. 5, ed eſſendovi da queſto punto al Mare pertiche Bologneſi 7887, che fanno miglia $15\frac{1}{2}$ (tratto non potutoſi livellare per eſſer ſoggetto di continovo a' moti del Mare) ſe gli dà once due per miglio di caduta, onde ne riſultano once 31, o diciamo ſolo 30, dimodochè l' intiera cadente del Po da Lagoſcuro al Mare nello sbocco del Cammello ſarà piedi 8. 2. 5: Ma dai calcoli abbiamo rilevato, e conoſciamo anco dalla ſperienza, che il Mare nelle maggiori burraſche, non può alzarſi che poco più delli 4 piedi ſopra la di lui baſſa ſuperficie, ed arrivando come coſta dalle depoſizioni, l' effetto della burraſca ſino a Lagoſcuro, reſta manifeſto, che a doppia maggior altezza perpendicolare arrivar può il detto effetto, di quello ſembra, che doveſſe giugnere. Chi ſarà rifleſſo all' impedimento, che l' acqua inferiore promove nella ſuperiore, queſti vedrà una non oſcura ragione del fenomeno.

Pare

XLII.

Pare a prima vista, che si potesse calcolare l'estensione del rigurgito dall'altezza da cui cadendo un grave acquistasse tanta velocità da poter percorrere dentro un dato tempo, tanto spazio, quanto realmente può percorrere il Mare, o il fiume, che un tal rigurgito promovesse, il che in niun conto rispondendo a' fenomeni, non può un tal fondamento esser adottato come vero e reale. Si supponga che il Mare nel flusso cammini contro il fiume, che in esso sbocca, due piedi in un minuto secondo, che è un moto assai maggiore del vero, almeno quì nell'Adriatico, nel quale l'acqua non arriva quando cresce a far un miglio all'ora; e perchè per lo numero XVIII. del Capitolo precedente la sublimità, che si ricerca per far muovere un grave, che scende con un dato moto in qualunque altra direzione, si esprime per $\frac{ss}{4b}$ in cui s rappresenta lo spazio ricercato, b vale 15 piedi di Parigi; sarà dunque detta sublimità, essendo $s = 2$; $\frac{4}{60} = \frac{1}{15}$, che danno once 9, e punti 7. Perchè poi il Mare nella grande burrasca si può alzare piedi 4, il di lui effetto sarà determinato per l'orizzontale, che passerà once 9, e punti 7 al di sopra dei detti piedi 4, adunque non arriverebbe a due miglia, e qualche cosa di più oltre dei Albaroni di quà dalla Guarda, quando è noto, che l'effetto delle burrasche grandi arrivano a Francolino, e a Lagoscuro. Parimente si supponga, che fuori della burrasca, il flusso del Mare cammini in un minuto secondo un solo mezzo piede, e che si alzi sopra del suo basso pelo, due piedi nel termine dell'alta Marea, sarà $s = \frac{1}{2}$, ed $\frac{ss}{4b}$ $= \frac{1}{240}$, nel qual caso la sublimità sarebbe poco più della metà di un punto di oncia, ed il rigurgito secondo la supposizione fattasi avrebbe ad estendersi per quanto comportano li due piedi, ma con questi non arriverebbe all'intestatura del Taglio un miglio e più inferiormente alla Cavanella, quando è manifesto, che oltrepassa in ogni tempo il Mazzorno di qual-

che miglio. Se al ſolo sbocco naſceſſe l'impedimento, e foſſe conſiderato il Mare, o il fiume recipiente ſenza moto alcuno, la dottrina ſopraddetta potrebbe in qualche modo verificarſi; ma gl' impedimenti ſi vanno moltiplicando anco nelle parti dentro l'alveo del fiume, abbenchè ſempre minori rieſchino i più lontani dagli sbocchi. Quindi naſce la neceſſità di piantare il calcolo ſopra altri principj, come ſi è procurato di fare ne' numeri precedenti, avendoſi in viſta di ſpiegare i fenomeni ſecondo le leggi della natura, e le fin' ora fatte oſſervazioni.

CAPI-

CAPITOLO NONO.

Delle cause universali delle escrescenze, e decrescenze de' fiumi, e loro fenomeni.

I.

Essendo per lo più collocati gli alvei de' fiumi nella parte più bassa delle Provincie, per le quali discorrono, ne proviene, che le acque in essi, come a centro finalmente si rivolghino, e quanto maggiore sarà la superficie della terra, che vi scolerà, tanto maggiore verrà a riuscire di mole di acqua quel fiume. Se quanto di pioggia cade sul terreno, passasse subito nell' alveo recipiente, e questo con un moto rapido portasse al mare le acque, i fiumi non avrebbero che moderatissime le piene; ma impedito il corso dell' acqua da infiniti ostacoli, o nel fiume recipiente, e negl' influenti, non potendosi essa acqua smaltire a proporzione della sopravegnente, conviene al fiume gonfiare, e porsi in molta escrescenza, che si dirà massima, allorchè empirà tutto il letto fino alla sommità delle rive ed arginature, e mediocre quando non oltrepasserà la metà dell' altezza dell' alveo, e si chiamerà trovarsi il fiume nella magrezza, allor quando correrà con molta scarsezza di acque.

II.

Caderebbe quì in acconcio di ricercare, se i fiumi venghino formati o mantenuti dalle sole piogge e nevi liquefatte, ovvero dal Mare mediante li sotterranei communicanti meati; ma per non dilungarmi soverchiamente dall' istituto di questo Trattato, dirò solamente: che quanta è l' implicanza con le buone leggi della Statica di questa seconda, benchè assai antica opinione, altrettanto la prima è assistita da tali e tante osservazioni, che ormai luogo appena si lascia da dubitare della di lei verità. I Francesi più degli altri veramente si sono distinti in questa ricerca, e le loro sperienze hanno, si può dire, posto in tutto il suo lume una tale astrusa materia, ed hanno nel medesimo tempo dato eccitamento, e mostrato come con l' osservazione alla mano si possa avere il vero fondamento della proposizione.

III.

Per giudicare adunque rettamente delle piene de' fiumi, convien avere in confiderazione, 1. l'area della terra che somministra l'acqua; 2. l'altezza, a cui questa giugnerebbe, durante la pioggia, se niun esito avesse, che la derivasse nel fiume; 3. il pendìo de' terreni verso dell' alveo; 4. la capacità di questo; 5. la velocità propria tanto nell' acque magre, che nell' escrescenze; e 6. finalmente ogni altro accidente impeditivo del naturale corso dell' acqua, quando è di già incanalata nell' alveo. Lo squagliamento delle nevi è pur da considerarsi, come l' effetto di una pioggia in quel sito, ove esse nevi esistono, il quale benchè per lo più di non molta estesa in paragone di tutto il terreno, che può somministrar l' acqua al fiume, nientedimeno però il molto tempo, in cui dura per ordinario lo sfacimento delle dette nevi, può tener non poco gonfio il fiume. Quanto maggior di estesa e di pendìo farà l' area del terreno, che somministra le acque all' alveo maggiore, tanto maggiore farà la piena, rispetto ad un altro fiume in parità di circostanze; così parimente, se la medesima area fosse liscia, e senza impedimenti, farà nel fiume una più grande escrescenza di quello fosse per fare la stessa o egual area impedita, e con molti ostacoli, che ritardassero l' acqua; dal che ne nascono i gravi disordini di quasi tutti i fiumi di Lombardia, dacchè sono state coltivate le colline ed i monti, da' quali senza verun ritegno precipitando le acque, riempiono in pochi momenti gli alvei loro, discorrendo per essi con tale tumidezza, che non vi è argine, che possa contenerne o l' impeto o l' altezza.

IV.

Se a misura della quantità dell' acqua che dalle Campagne e da' monti si raccoglie nell' alveo, si andasse accrescendo la velocità per smaltirla nel mare, reale centro di tutti i fiumi, non succederebbero mai, o rarissime volte, le rotte: ma il pretendersi in natura una tale celerità è un volersi l' impossibile, giacchè tanti, e tali sono gl' impedimenti che derivano dal pendìo, dalla tortuosità dell' alveo, dall' unione di altre acque nel recipiente, da i Venti che soffiano talvolta contrarj al corso del fiume, e dal flusso del mare, che manca affatto la speranza di vedere i fiumi sì veloci, che possino supplire col moto allo smaltimento

mento delle acque, che loro vengono somministrate da' paesi adiacenti, e che hanno naturale diritto di mandare le proprie acque in quell'alveo: ma dato anco che questo moto vi fosse, avrebbe egli ad essere cotanto rapido, che non vi sarebbe arginatura, che resistesse alla corrosione che produrrebbe l'acqua, quando bene non si concepisse un alveo sempre corrente fra i macigni de' monti. Costituiti però i fiumi dentro tali limiti, e circostanze, non ci resta altro per ripararsi dalle rovine, che seco portano, che inalzare ed ingrossare eccessivamente que' ripari delle arginature, che sono destinati a sostenerli, ed a far fronte alla loro forza; ciò non ostante per qualunque riparo, che venisse piantato, non resterebbe pur anco assicurato il Paese, se la costituzione del clima con le piogge moderate, e non universali non concorresse a tenere i fiumi dentro moderate elevazioni; per altro, come alle volte pur troppo succede, se durano molto le piogge, se tutti gl'influenti corrino pieni in un tempo nel recipiente, e se il mare per i venti contrarj al corso del fiume, neghi per molti giorni il libero, e naturale ingresso alle di lui acque, riparo non vi è, che possa impedire che non tracimi, e non allaghi le Provincie, quando le campagne adiacenti siano più basse della maggiore altezza, a cui può arrivare esso fiume. Esempio memorabile l'ebbe la Lombardia del 1705, quando il Po, gonfiatosi all'eccesso per essersi ad un tratto pur gonfiati tutti i suoi influenti, squarciò gli argini tutti con 48. rotte da Guastalla al mare, formando di un sì vasto paese un solo dilatatissimo lago.

V.

Perchè dalle osservazioni fatte e nell'Accademia Reale di Francia, e da altri molto celebri Uomini in varie parti di Europa, si può computare la quantità ragguagliata dell'acqua, che dentro lo spazio di un anno cade con le piogge, e perchè possono esser note altresì le altezze, alle quali ascenderebbe l'acqua accresciuta dalle medesime piogge dentro qualunque altro assegnabile tempo, come pure perchè si può conoscere, e determinare la superficie di terra di una, o più Provincie, che scola in un dato alveo; pertanto non potrà nemmeno ignorarsi, data la quantità dell'acqua caduta in pioggia per un dato tempo, il termine a cui sarebbe per giugnere l'altezza di quella piena, supposta pur nota anco la larghezza dell'alveo; mentre dicendo

cendo la lunghezza di esso alveo per tutto il tratto, che riceve le acque degl' influenti suoi, e delle campagne fino al mare a; la larghezza de' terreni, che gli somministrano l'acqua b; l'altezza dell' acqua che può cadere nell' assegnato tempo x; la larghezza dell' alveo del fiume in quistione c, e l'altezza ricercata della piena y, supposte le velocità dell' acqua date per questa altezza, elevata alla podestà m, sarà $y = \overline{\frac{bx}{c}}\Big|^{\frac{1}{m+1}}$.

VI.

Corollario. E quando $m = \frac{1}{2}$, ch' è l'ordinario valore, che vien dato per il calcolo delle velocità, la formola soprapposta diverrebbe $y = \overline{\frac{bx}{c}}\Big|^{\frac{2}{3}}$, vale a dire, che le altezze delle piene sarebbero nella ragione duplicata subtriplicata della quarta proporzionale alla larghezza dell' alveo, al terreno che somministra l'acqua, ed alla altezza dell' acqua caduta con la pioggia sopra le campagne, durante quel dato tempo.

VII.

Scolio. Ma su tali fondamenti, veri per altro nelle supposizioni che si fanno, mal si accorderebbero le altezze così dedotte con le osservate nelle escrescenze, mentre oltrechè quì vien supposto l'alveo o affatto privo di acqua avanti la pioggia, o almeno con pochissima, e quasi stagnante, dobbiamo poi anche supporre l'acqua delle piogge, che possa tutta passare in un istante dentro l'alveo del fiume, e che ivi senza fluire, crescer possa alle dette misure, lo che pure è contrario alle leggi della natura, oltre al dover prescindere da tutte le resistenze, ed accidentali impedimenti, per li quali viene diversificato assaissimo il calcolo. Nè miglior lume per conseguire l'intento si potrebbe avere servendosi delle Proposizioni IV, e V. del Castelli nel Libro della *Misura delle acque*, o de' documenti del Guglielmini inserti nel Capitolo X. della *Natura de' fiumi*, dove anche questo Autore confessa ingenuamente la difficoltà di arrivare al vero col mezzo de' calcoli, e delle teoriche proposizioni, come nè meno si sarebbe potuto giugnere a conseguirne il fine col servirsi delle

le formole per l'accrescimento dell'acqua degl'influenti ne' recipienti date nel Capitolo VI. num. 11. e seg. tante essendo le circostanze che alterar ne possono la base del conteggio, se l'illustre suo Commentatore Manfredi non avesse quanto basta rischiarata questa sì oscura materia.

VIII.

Il *Mariotte* nel Trattato de' movimenti delle acque Parte I, Discorso II. produce un ingegnoso calcolo della quantità dell'acqua, che può ricevere la Senna in un anno, e ritrova, che di tutta la piovuta dentro di questo tempo, non ne passa la sesta parte per la sezione di Pont-royal, risolvendosi, convien dire, il rimanente in vapori, e disperdendosi per tenere umettate le terre; riflesso, che benchè direttamente non serva per i rilievi, che si cercano delle altezze delle piene, indica però in una certa maniera il modo di determinare, con meno equivoco che sia possibile, la quantità dell'acqua che cade in pioggia per rapporto alle medesime piene. Ho voluto io pure, sopra le osservazioni fatte nel Po, indagare se veramente sussista il fenomeno, sul piano datoci dal detto Mariotte. Si è presa la Carta del Po stampata in Roma, delineata dal Colonnello Ceruti, come la meno erronea, e da questa tagliando fuori tutto il paese di là dall'Alpi, e quello oltre l' Appennino, come pure nelle parti inferiori, tutto quel tratto che a Settentrione giace oltre Tartaro, e Castagnaro, o Canal-bianco, e nelle Meridionali, tutto quello ch'è collocato dalla Stellata ingiù, essendo il Panaro l'ultimo degl' influenti del Po dalla parte destra; si è trovato dunque il rimanente contenere una superficie di 30000 miglia di quadratura, cioè a dire, che scola una estesa di paese equivalente ad un'area quadrata, che abbia per lato miglia d'Italia 173 in circa, computando 60 miglia per un grado dell'equinoziale.

IX.

Per fissare l'altezza dell'acqua venuta in un anno con la pioggia in Lombardia, (trattandosi del Po) col servirsi delle sole once sedici Bolognesi, i piedi cubi delle piogge per tutto un anno, avuta relazione all'area stabilita nel numero antecedente, che scola in Po, sarebbero 1020833333333: prendendo poscia la sezione regolata di questo fiume al Ponte di Lagoscuro sul Ferrarese, larga piedi di Bologna 720 con altezza

ragguagliata di piedi 12, secondo alle osservazioni dell'an. 1720, e la massima altezza determinatasi col ragguaglio della piena 1719, arrivando a piedi 29, ne proviene, che l'altezza media di Po mezzano sia piedi 20 in circa. Inoltre essendosi dal Montanari osservato, che il Po basso in detto luogo cammina un miglio all'ora, come si legge nella di lui Dissertazione intorno la corrente del Mare Adriatico (regolando le miglia Ferraresi con le Bolognesi, delle quali ci siamo serviti nelle Visite) e da noi pure nella Visita 1721 essendosi riconosciuto, che in un'ora il Po basso faceva all'incirca il detto miglio in detto tempo, per ricavarsi la velocità del Po mezzano, quando cioè abbia l'altezza di piedi 20, si potrà adoperare la seguente regola, la quale si accosta più delle altre alle osservazioni; e consiste nel prendere le velocità e nella semplice ragione delle altezze medie, e nella dimezzata delle medesime, e dividere il prodotto per metà.

X.

Scolio I. Calcolando dunque nell'uno, e nell' altro modo, col supporre piedi 20 per l'altezza mezzana di Po, come piedi 12 per la minima del detto fiume basso, sarà la seguente analogia $\sqrt{12} . 500 :: \sqrt{20} . 645$; cioè, se il Po camminasse in altezza mediocre, farebbe una strada di pertiche 645 (col fondamento della ragione dimezzata dell' altezza per le velocità) in un dato tempo, ma con quello della semplice ragione dell' altezza, sarebbe l'analogia 12 . 500 :: 20 . 833; onde la strada mezzana, secondo la regola predetta, sarebbe in circa pertiche di Bologna 739; ma con tal supposizione uscirebbe in un anno dalla sezione di Lagoscuro piedi cubi di acqua 932204160000, quantità che poco è differente da quella delle piogge, onde per tal capo molto differente sarebbe la quantità esalata in vapori per la Lombardia, di quella di Francia. Calcolando poi con una supposizione più probabile, ponendo cioè l'altezza di Po mezzano, quando così corresse tutto l'anno di piedi 15, in tal caso i piedi cubi forniti dalla sezione di Lagoscuro nel detto tempo di un anno sarebbero 560079360000, la metà in circa de' piedi cubi delle piogge; lo che ancora è molto lontano da quanto produsse il Mariotte per la Senna.

Sco-

XI.

Scolio II. Le considerazioni che sopra le acque venute con le piogge, e sopra l'origine delle fontane ha pubblicato il *De la Hire* nelle Memorie dell'Accademia Reale del 1703. persuadono della molta quantità di acqua, che viene consumata e nel nutrimento de' vegetabili, e nella materia de' vapori; non si può però sì di leggieri sottoscrivere alla di lui opinione nel proposito dell' interna fermentazione, che suppone farsi dall' acqua nelle gran conserve sotterranee di livello col mare per spiegare l' origine, e la perennità delle fontane, essendo noi persuasi, che il calcolo registrato ne' numeri antecedenti, batta assai lontano dalla verità per le di lui supposizioni fondamentali. Ciò può vedersi in fatto, esaminandosi quanto sta espresso nelle medesime memorie per l' anno 1705, nelle osservazioni che lo stesso *De la Hire* porta nel far il paragone fra la quantità della pioggia caduta a Parigi, e quella caduta a Pont-briant, ch' è due Leghe lontano da San Malò: mentre essendo in tutto l'anno 1704. caduta a Parigi la pioggia in quantità di once 19, e linee $10\frac{1}{2}$; a Pont-briant fu di once 23, e linee $8\frac{1}{4}$; e soggiugne, che per avviso del Maresciallo di Vauban, che faceva osservar la stessa cosa nella Cittadella di Lilla, si era trovato, ch' erano un poco maggiori le piogge in Fiandra, che a Parigi. Dalle osservazioni poscia registrate l'anno 1706. nelle medesime memorie circa alla pioggia caduta l'anno precedente 1705, si rileva che l'acqua caduta a Pont-briant fu di 260 linee, cioè di 16 linee di meno della caduta l' anno 1704. Finalmente l' anno 1709. registra il detto *De la Hire*, che l' altezza dell'acqua caduta l' anno innanzi a Lione era stata di once 36, e linee 9, e ne ricava: *Che la quantità dell' acqua della pioggia era stata a Lione il doppio di quella caduta a Parigi, nè poterſi dubitare che ciò sia accaduto a motivo de' due gran fiumi che vi passano, i quali al più possono avervi prodotto delle nebbie, ma piuttosto derivar ciò dalle grandi montagne, che le stanno assai vicine, ove sempre sono maggiori e le piogge, e le nevi, che nel paese piano.*

XII.

Scolio III. E vaglia il vero, ben differente di molto si osserva la quantità dell' acqua, che piove in Lombardia, rispetto a quella, che piove in Francia, come che generalmente questo

Regno è senza paragone meno montuoso di essa Provincia. Si sono fatte fra molte altre, alcune osservazioni dal Sig. Corradi Matematico del Serenifs. Sig. Duca di Modena in due differenti siti del Modanese, cioè a Modena, ed al Forno Volastro nella Garfagnana, ed ha egli trovato che nel 1715. caddero di pioggia a Modena pollici 36, e linee 10, e nel 1716. pollici 49 $\frac{1}{2}$, dove al Forno caddero l'anno predetto 1715. pollici 81 $\frac{1}{2}$, e nel 1716. pollici 102 $\frac{3}{4}$; onde prendendo una misura ragguagliata, si può dire, che le quantità della pioggia di un anno consista in pollici del piede Regio di Parigi 67 $\frac{1}{2}$, due volte di più dell'acqua caduta in Francia: Poniamo anche meno, e siano soli pollici 60, ovvero piedi 5, lo che potrà servire per i calcoli del Po assai più adeguatamente delle altre osservazioni, se la maggior parte della Lombardia, che scola in questo fiume è assai simile al Modanese, ove le dette osservazioni furono fatte.

XIII.

Scolio IV. Calcolando dunque sopra l'altezza del Po, che stesse mezzano con piedi 20 di profondità per tutto l'anno, si avranno col fondamento di dette osservazioni piedi cubi di pioggia 3828125000000, ed il Po smaltendone piedi cubi 932204160000, ne deriva, che tre parti in circa se ne debbano consumare, e non già le cinque asserite dal Mariotte. Ma calcolando sopra un altezza del Po di piedi 15 per tutto l'anno, ch'è assai più ragionevole, se ne consumerebbe anche qualche cosa di più della sesta parte, mentre, come abbiamo di sopra trovato al num. X. di questo, smaltendone nella supposizione predetta il Po in un'anno piedi cubi 560079360000, e la pioggia facendosi ascendere a piedi cubi 3828125000000, è manifesto, che il primo numero è quasi subsestuplo del secondo, e con ciò potersi accordare colla natura le diduzioni derivate dalle varie osservazioni predette. E generalmente dicendo un lato della superficie de' terreni che scolano in un recipiente a; l'altro lato b (ridotte l'aree ad un equivalente rettangolo;) l'altezza dell'acqua delle piogge venute in un anno in quest'area x; la larghezza di esso fiume recipiente c; la di lui altezza mezzana d, e la velocità osservata delle sue acque in un dato spazio y: Sia n un numero, che moltiplicato con y dinoti il cammino di un ora della di lui acqua, sarà la proporzione della quantità della pioggia venuta in un anno a quella che in questo stesso tempo sarà smaltita dal fiume come abx a $24 \times 365 \, x \times ndcy$, ovvero come $ab \,.\, 24 \times 365 \times ndcy$.

Sia

XIV.

Sia il fondo del fiume CN, (*Fig.* 1. *Tav. V.*) inclinato all' orizzonte con l' angolo CZA; ZAY sia l' orizzontale, che passa per la superficie del Lago o Vasca, che serve di principio al fiume, e BC sia l' altezza di una sezione lungo il fondo CN. Intendasi AGHI la linea o scala della velocità, e perchè, ridotto che sia il fiume allo stato di permanenza, deve scorrere per tutte le sezioni eguale quantità di acqua, ne proviene, che il complesso delle velocità di tutte le sezioni deve esser dato e costante, e rappresentando l' area BGHC questo complesso nella prima sezione, qualunque altra area eguale a questa, presa dentro di questa curva, rappresenterà le velocità corrispondenti ad altro sito del fondo CN, e perciò la linea, che dinota l' altezza di quest' area, sarà l' altezza ricercata della sezione per quel dato punto, riducendosi il Problema a tagliare nella scala delle velocità aree sempre eguali. Se la linea delle velocità fosse retta, come vuole il Castelli, come la AH*i*, la scala sarà un triangolo AD*i*, rettangolo ed isoscele, da prodursi verso le parti inferiori fino a tanto, che il punto D riesca d' orizzonte con quel tal punto N del fondo, sopra di cui si vuol cercare l' altezza NO. Suppongasi BC l' altezza della prima sezione, uscita che è l' acqua dal Lago, è noto che il trapezio BFHC dinoterà il complesso di tutte le di lei velocità; Sia da trovarsi il simile complesso per lo punto N: si conduca ND parallela all' orizzontale ZY, e facciasi il trapezio P*li*D eguale al trapezio BFHC, sarà PD la ricercata altezza dell' acqua competente al punto N. Condotta poscia PO parallela a DN, e dal punto N la NO parallela alla DP, sarà il punto O nella superficie del fiume in questo sito. Ad oggetto poi di render più facile il ritrovamento di questa PD, o NO, dicasi $AC = a$, $AB = b$, $AD = z$, e $AP = x$, sarà per la natura del triangolo, e per le condizioni del Problema l' equazione $\frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}bb = \frac{1}{2}zz - \frac{1}{2}xx$, oppure $aa - bb = zz - xx$, facciasi $xx = y$, e $zz = t$, equazioni ambidue alla parabola conica col parametro eguale all' unità: descrivasi dunque questa, e sia AHM, il di cui vertice sia in A, e passi per H, ella soddisfarà all' equazione $xx = y$, ovvero $zz = t$; se si dirà $DM = t$, e $PL = y$, ed essen-

fendo $aa - bb = t - y$, fi conduca BG parallela al fondo CN, quefta attefa la poca inclinazione della fuperficie del fiume Br, non differirà fenfibilmente dalla medefima, e dove effa BG taglia la parabola in R, fi tiri RE parallela ad AC, come pure re, che dalla AE non farà diftante che per un infinitefimo; taglierà quefta la CH in e, lafciando eH data e coftante, a cui facendo eguale KM, fe dal punto K s' inalzerà KL normale alla DM, farà quefta la ricercata altezza; e però fi farà NO = DP = KL. Veramente avuta la coftruzione geometrica pare fuperfluo il cercare più oltre il valore analitico dell' ordinata NO della curva della fuperficie de' fiumi BO. Contuttociò ne daremo l' efpreffione per chi voleffe ridurre a calcolo l' altezza ricercata delle fezioni, lungo il piano CN.

XV.

Perchè dunque per la natura della parabola conica fi ha l' analogia $AP^2 . PL :: AD^2 . DM$, farà $DM = \frac{PL \times AD^2}{AP^2}$, e per il Problema effendo $DM - PL = HE =$ ad una quantità coftante, fia quefta c, onde $\frac{PL \times AD^2}{AP^2} - PL = c$, e foftituendo in vece di y il fuo valore xx, farà, fatte le dovute riduzioni $x = \sqrt{zz - c}$, e $z - x = DP = z - \sqrt{zz - c}$.

XVI.

Coroll. Sia $z = 24$, $c = 12$, farà $24 - \sqrt{564} = 23 \frac{71}{100}$, onde $DP = \frac{1}{3}$. Crefca il z ad effere 100, farà l' efpreffione $100 - \sqrt{9988} = 100 - 99 \frac{94}{100} = \frac{3}{50}$.

XVII.

Per quello fpetta alla coftruzione geometrica, effendo che tutte le x, o fiano AP faranno efpreffe per la diftanza, che corre fra il centro d' una iperbola equilatera, ed un punto dell' abfciffa, da cui fi fpicca l' ordinata, fia quefta eguale a z, e la detta iperbola averà il femidiametro eguale a $\sqrt{c}$. Perchè poi l' altezza di ogni fezione viene rapprefentata per $z - \sqrt{zz - c}$, fe quefta fi porrà come u, avremo $u = z - \sqrt{zz - c}$ equazione, che in quefto fuppofto competerà alla curva de' fiumi, la quale equazione liberata dall' afimetria fi riduce a $uu - 2uz + c = 0$: Per

la

la coſtruzione della quale ſia ACN (*Fig.* 2. *Tav. V.*) il fondo del fiume; dal punto A s' inalzi ADF perpendicolare, e facciaſi AF $= 2$; indi dal punto F ſi tiri indefinitamente FGH, e ſi tagli FG $= \frac{1}{2}$, AF $= 1$, e GH $= \frac{1}{4}c$; da A per G conducaſi la retta AG; e per lo punto H con gli aſintoti GA, NA ſi deſcriva l' iperbola HBO; ſe da qualunque punto B di queſta ſi condurrà alla FA la perpendicolare BD, che tagli in E la retta AG, ſarà AD, o BC la ricercata altezza della ſezione competente al punto C, ed ogni altra NO ſarà l' altezza riſpondente al punto N. *Dimoſtrazione*. Imperocchè i triangoli AFG, ADE ſono ſimili, ſarà AF . FG :: AD . DE, cioè $2 . 1 :: u . \frac{u}{2} =$ DE (dicendo BC $=$ AD $= u$) e AC $= z$, onde BE $=$ BD $-$ DE $= z - \frac{u}{2}$, AG $= \sqrt{5}$; e parimente eſſendo AF . AG :: AD . AE, cioè $2 . \sqrt{5} :: u . \frac{u\sqrt{5}}{2}$, e per la natura dell' iperbola eſſendo AG $\times$ GH $=$ AE $\times$ EB, ovvero $\frac{1}{2}c\sqrt{5} = \left(z - \frac{u}{2} \times \frac{u\sqrt{5}}{2}\right) \frac{zu\sqrt{5}}{2} - \frac{uu\sqrt{5}}{4}$, ſarà ancora $uz - \frac{uu}{2} = \frac{1}{2}c$, oppure $uu - 2uz + c = 0$; ſicchè in queſta ſuppoſizione la curva della ſuperficie del fiume, ſarà una iperbola fra gli aſintoti, e facendo BC la prima ſezione, ſarà BO la curva ricercata.

XVIII.

Scolio I. Il Guglielmini nel Libro V. della miſura delle acque fluenti alla Propoſizione VII. ſcioglie queſto Problema, cioè data l' altezza dell' acqua della prima ſezione di un canale inclinato, e ridotto allo ſtato di permanenza, ritrovare l' altezza nelle altre ſezioni inferiori, e lo riduce a trovare due aree in due eguali parabole, che abbiano uno ſteſſo parametro, la qual coſa involgendo la quadratura di queſti ſpazj, fa che la ſoluzione rieſca un poco compoſta, ed implicata, maſſimamente nella ſuppoſizione che egli fa delle velocità in ragione dimezzata delle altezze. Nè più ſemplice rieſce lo ſcioglimento, che di queſto medeſimo Problema fa allo Scolio II. della medeſima propoſizione, onde l' Ermanno nella *Foronomia*, riduce il tutto ad una maggior facilità, mediante il ſervirſi della parabola cubica del ſecondo genere, col ritrovare le differenze delle abſciſſe, che ſiano ſem-

sempre date, e costanti, come alla Proposiz. 40. del Libro secondo si osserva, servendosi della Figura 1. Tav. V. del numero XIV. di questo, e supponendo che la scala della velocità AGI sia una parabola conica, si avrà poste le stesse cose come nel numero XV, che i due quadrilinei BGHC, PID devono essere eguali. Sarà pertanto, secondo alla nota quadratura della parabola $\frac{2}{3} a \sqrt{a} - \frac{2}{3} b \sqrt{b} = \frac{2}{3} z \sqrt{z} - \frac{2}{3} x \sqrt{x}$, oppure $a\sqrt{a} - b\sqrt{b} = z\sqrt{z} - x\sqrt{x}$; Si faccia $a\sqrt{a} - b\sqrt{b} = c$, e $z\sqrt{z} - x\sqrt{x} = y - p$, sarà la nuova equazione $c = y - p$, come anco sarà $z^3 = yy$, $x^3 = pp$. La costruzione è la seguente: Sopra l'asse AK (*Fig.* 3. *Tav. V.*) si descriva la parabola cubica del secondo grado AG con il parametro eguale alla unità AD. Si prenda $AB = c$, e vertice B, si faccia un'altra parabola cubica come la prima col parametro istessamente eguale ad AD, e sia questa BF; e da qualsivoglia punto G condotta l'ordinata GK, se si dirà $FK = x$, $GK = z$, $AK = y$, e $BK = p$, sarà $c = y - p$; ma $y = z\sqrt{z}$, e $p = x\sqrt{x}$, dunque $c = a\sqrt{a} - b\sqrt{b} = z\sqrt{z} - x\sqrt{x}$, il che ec. e perciò GF mostrerà l'altezza della ricercata sezione.

XIX.

Scolio II. Prendendosi poi come data la z, sia da determinarsi la x nella equazione $c = z\sqrt{z} - x\sqrt{x}$, sara $x^{\frac{3}{2}} = z^{\frac{3}{2}} - c$, oppure $x^3 = z^3 - 2cz^{\frac{3}{2}} + cc$, ed $x = \sqrt[3]{z^3 - 2cz^{\frac{3}{2}} + cc}$; se però $z = 40$, e $c = 1$ sarebbe, fatte le dovute riduzioni, anche $x = 40$ prossimamente.

XX.

Il Barattieri nel Libro dell'*Architettura delle acque*, Parte prima Lib. VI. Capitolo X. pag. 187, considerando il modo con cui *si dispongono le altezze vive, e le indebolite delle acque correnti nel mutarsi le pendenze de' canali*, procura di spiegare *a priori* questo fenomeno, senza molto riuscirvi, come vi riesce assai più, quando descrive certa osservazione da esso fatta sopra del Torrente Stirone ad istanza della Città di Borgo Sandonnino. Ecco quanto esprime sopra di questo particolare. *Fu questa figura cavata dal proprio fatto* ec. *comprendesi con questa la lunghezza di sei miglia, che si vede però esser divisa in dodici distanze a mezzo miglio per una, sebbene le sue altez-*

tezze restano regolate a braccj per farla chiara nel modo, che si è detto di sopra. Fu conosciuto che il suo fondo restava disposto, come con la A, B, C, D, *pendente nove braccia in tre delle suddette distanze di mezzo miglio per una. Nella parte poi* DEF (Fig. 4. Tav. V.) *pendente quattro braccia in due distanze, la parte* FGH *tre braccia pendente in due distanze, e la* KL, *lunghezza di tre distanze senza pendenza alcuna, che arrivato poi al* L *precipita colà quel canale con pendenza grande giù d'un sostegno, dal quale discendono le acque con grandissima velocità: Nelle sopradette distanze, e sopra del medesimo fondo fu misurata l'altezza, che vi aveva fatto la piena seguita pochi giorni prima, le quali altezze si cavarono dagli albori per anco segnati, e fu in questo modo;* AY *alta braccia* 3 ½, BX *braccia* 5, DT *braccia* 7, ES *braccia* 9, FR *braccia* 10. GQ *braccia* 11, HP *braccia* 12; IO *braccia* 11; KN *braccia* 10, *e poi mezzo miglio più oltre braccia* 8, *ed avanti altro mezzo miglio braccia* 5 ½, *e per ultimo sopra del sostegno* L *braccia* 3, *atteso che l'acqua in tal sito riceve gran velocità per il suo smaltimento nel precipitarsi da quel sostegno. Con le quali altezze essendosi disposta la pendenza del fondo, ed alzatovi sopra il corpo dell'acqua, si è formata la figura per la quale venissimo noi in chiara cognizione, che tai figure si formano senza difficoltà, e seguono per mancamento delle pendenze del suo canale. Che l'alzamento di dieci braccia alla sezione trasversale KN, si possa fare per verità, si dice di nò; è seguita in questo luogo, perchè l'alveo si stringe, oltre al perdere la pendenza, nè egli si può profondare per essere dal sostegno sostenuto il fondo; quando si mantenesse quel canale sempre d'uguale larghezza l'acqua si alzerebbe poi anche sino a formare con la sua superficie la linea, che si vede condotta tra il fondo, ed essa maggior superficie dall'* Y *all'* M.

XXI.

Se dunque l'osservazione è tale, quale dall'esperienza ed attenzione di chi l'ha fatta ci viene prodotta, sono rimarcabili, fra le altre, tre cose; il pendìo, la disposizione del fondo di detto Torrente, e le differenti altezze, alle quali arrivò quella piena riferita dal Barattieri, onde si viene a comprendere, che fra i due estremi termini del Torrente, cioè il principio, ove furono cominciate le osservazioni, ed il fine al sostegno, esservi un *massimo*, non avendo l'acqua al detto sostegno veruna relazione

con l'altra inferiore, se si vuol intendere in riguardo o del moto o delle cadenti. Le varie altezze dunque della piena, ci dimostrano esservi fra i termini predetti un'altezza *massima*, cosicchè la curva superficie, in cui conformasi il pelo del fiume riesce più gonfia in un certo sito, che in ciascun altro diverso dal medesimo. Circa poi alla natura della curva del fondo, rilevata da' fenomeni sopranarrati, si trova esser questa una prima parabola cubica prossimamente. Sopradichè è da notarsi, che molto più evidentemente ne' fiumi temporanei e precipitosi, che ne' reali e perenni si osserva la linea del fondo distesa regolarmente senza sinuosità, e la ragione si è, perchè tali fiumi, attesa la violenza del loro corso, trovandosi per lo più distesi in linee, non gran fatto curve e tortuose, non ha l'acqua campo nel discendere, di formare i vortici, o di escavar le voragini, come accade ne' fiumi grandi, che hanno molte e grandi volte e tortuosità, onde le osservazioni circa al pendìo de' fondi asciutti, fatte sopra questi Torrenti, sono ben più certe ed accurate di quelle, che si potessero fare intorno a' fondi de' fiumi reali, i quali oltre all'aver sempre dell'acqua, sono dappertutto con delle vasche più e meno profonde quà e là, cosicchè quando si volesse la livellazione di questi fondi, converrebbe regolarsi sopra le altezze medie o ragguagliate, ma sempre con grande incertezza. Non si può esprimere quanto basta l'irregolarità del fondo del Po esaminatosi da noi da Pavia al Mare, non quella dell'Adige riconosciuto da Legnago al Mare, come per l'opposto il piano regolare osservatosi ne' Torrenti del Friuli, Tagliamento, Celine e Torre.

XXII.

Per la ricerca adunque della curva parabolica del fondo secondo alle osservazioni del Barattieri, intendasi questa esser AFD, (*Fig. 5. Tav. V.*), le di cui ordinate AC, FG taglino perpendicolarmente l'altezza CGD, ed a questa si tiri la parallela AB; Si produca GF in H, e sia condotta FE parallela ad AB. Chiaminsi FG $=x$, FE $=y$, AB $=b$, BD $=d$, che dinoterà la lunghezza della linea in quistione, sarà AH $=b-y=m$. Il parametro di questa parabola dicasi p, si avranno due equazioni $d^3=pb$, ed $x^3=py$, onde $b-y=m=\frac{d^3-x^3}{p}$, ovvero $x=\sqrt[3]{d^3-mp}$.

Sco-

XXIII.

Scolio. Adattando al caso particolare del Barattieri la formola, si ha per la prima osservazione $m=9$, $b=17$ (intiera cadente del fondo) BD $=22000$ braccia, supposto un miglio di passi mille geometrici, ognuno de' quali vale braccia $3\frac{2}{3}$; in tal caso il parametro p sarà eguale a 626400000000 prossimamente, il di cui logaritmo 11. 7968191, ed essendo logaritmo $d^3=$ 13. 0272681, e quello di $b=$ 1. 2304489, sarà il numero di d^3 $=$ 10650000000000, quello di mp, 5637000000000, onde $\sqrt[3]{d^3-mp}=17110=x$, e $d-x=22000-17110=4890$, che danno il difetto di braccia 609, che fanno passi geometrici circa 166, dal numero ritrovato dal Barattieri per la caduta di 9 braccia, cioè di tre spazj, o di un miglio e mezzo, o sia di 1500 passi. La seconda osservazione fa $m=13$, ed in tal caso, poste le stesse cose come sopra, pm è 8142000000000, onde $x^3=$ 2508000000000, ed $x=13580$, e $d-x=22000-13580=8420$ braccia, quantità minore di passi 200 da quanto portano le osservazioni dell' Autore, essendochè $m=13$ occupa cinque spazj, o passi 2500. Nella supposizione poi di $m=16$, diviene $pm=$ 10020000000000, e $x^3=630000000000$, onde $x=8573$, che detratto da $22000=d$, lascia 13427, con difetto di passi 110. Finalmente facendo $m=17$, che è l' intiera cadente di questa linea, si ha $x=0$, e $d=3000$, cosicchè un piede anderebbe distribuito in tutti li cinque spazj residui. L' Autore lo ritrova ne' due primi, avendo osservato i tre posteriori senza veruna caduta.

XXIV.

Oltre all' andamento del fondo, osserva pure il Barattieri la disposizione in cui trovò l' ultima piena, seguita, per quanto egli ci avvisa, poco prima della visita, che e' fece del predetto Torrente Stirone, dentro la distanza delle sei miglia, cioè da A ad M, (*Fig.4. Tav. V.*) e nota varie altezze, alle quali giunse l' acqua di escrescenza, trovate contraddistinte ne' tronchi degli alberi lungo le rive, ed abbenchè cotali segni sieno soggetti a non pochi equivoci, nientedimeno quando da per tutto si prendono dall' indizio del lezzo senza confonderli con i segni indicati nelle fabbriche, o su i rivali degli argini, possono bensì lasciare il dubbio della precisa e vera altezza di quella tal piena, ma non già dell' andamento della superficie del fiume, quale dal più al meno sa-

 rà

rà ſtata da per tutto o poco più alta, o poco più baſſa. Queſta piena adunque riferita dal Barattieri, viene ad oſſervarſi diſpoſta ſopra una linea fleſſuoſa, che incurvandoſi moſtra la ſua conveſſità verſo il fondo ad un terzo incirca del viaggio, paſſa ad eſſer concava verſo del medeſimo fondo, dopo l' altro terzo, declinando poi ſempre verſo l' emiſſario M; ed ha un' altezza *maſſima* HP all' incirca a due terzi di tutto il cammino. Volendo l' Autore ſpiegare queſto fenomeno, ricorre alla varia pendenza del fondo, coſicchè ove queſta è minore, come accade nelle parti più vicine allo sbocco, deve accreſcerſi il corpo dell' acqua ad oggetto, che ne paſſi per ciaſcuna ſezione una eguale quantità, ſoggiugnendo a queſto paſſo: *E quando non poteſſe ſmaltirſi dal medeſimo capo inferiore, et haveſſe da continuare il viaggio avanti, con la pendenza* c d p, *ſi alzerebbe maggiormente con l' altezza indebolita ſino alla ſuperficie* e f l x, *e di vantaggio; ſe ella perdeſſe poi affatto la pendenza in paſſando con la* d p, *ſi farebbe l' alzamento anco maggiore*. Non ſi nega che nel caſo del Torrente Stirone, regolato in L con la ſoglia fiſſa di uno ſtramazzo nelle accennate pendenze dell' alveo, non poſſano aver luogo le ragioni addotte; ma ſe al punto L non vi foſſe ſtramazzo, nè per conſeguenza la forte chiamata, che naſce dal dover quivi precipitar l' acqua, allora mancando il declivio inferiore, converrebbe dedurſi che la maſſima altezza della piena foſſe per riuſcire allo sbocco, e pure non può ciò ſempre ſuccedere, nè di fatto ſuccede, come ſi anderà eſaminando: Che non poſſa ſuccedere, ſi rileva, mentre ſe queſto sbocco ſarà nel Mare, non avendo eſſo altra altezza, che la ſua ordinaria, regolata dal fluſſo e dal rifluſſo, e dovendo i fiumi per legge di natura appianarſi ſopra la ſuperficie di detto Mare in qualunque ſtato eſſi ſi ritrovino o di piena, o di magra di acqua, ne naſce, che la di lui maſſima altezza, debba trovarſi in una ſezione non poco ſuperiore alla detta loro foce, come anche effettivamente ſuccede, eſſendoſi oſſervato accader ciò coſtantemente in tutti i fiumi e grandi, e piccoli.

XXV.

Volendoſi dunque determinare la curva della ſuperficie de' fiumi pieni, ſupponendo che il fondo venga rappreſentato per qualſivoglia curva, ſi dedurrà quella della detta ſuperficie nel modo che ſegue. Sia ADE (*Fig. 6. Tav. V.*) la curva del fondo, AB ſia la pri-

ma

ma altezza dell' acqua in uscire dal lago, o conserva, SB sia l'orizzontale che passa per lo punto B del detto lago. Si tirino poscia ad angoli retti AG, EG, e questa si produca in S, sarà AG la lunghezza intiera dell' alveo del fiume eguale a BS; sia $GE = a$, $GS = c$, dunque $ES = a + c = m$; da qualunque punto D si conduchino DQ, DN parallele respettivamente a SE, AG, e chiamata $DN = x$, $NE = y$, sarà $DH = a - y$, e $DQ = a + c - y = m - y$. Dal punto D si conduca pure DP normale alla curva in D, e si termini nell' orizzontale BS, e chiamisi u, e coll' asse DP si faccia la curva PV delle velocità, simile a qualunque altra che possa esser costrutta in qualunque altro punto fra D, ed A, ovvero fra D, ed E. Sia il punto X nella superficie dell' acqua di piena, onde DX sia l'altezza viva del fiume $= z$; da' punti D, ed X s'inalzino le normali a PD; XZ, DV, che saranno due ordinate della curva delle velocità, cioè la DV rappresenterà la velocità del fondo, prescindendo dalle resistenze, e la XZ quella della superficie, la DV sarà una tangente della curva del fondo nel punto D. S'intenda la curva delle velocità PZV una parabola Apolloniana, e sia l'alveo da per tutto della medesima larghezza. Perchè dunque arrivata la piena allo stato di permanenza, deve per tutte le sezioni passare un' eguale quantità di acqua; sarà però ZXDV in DX eguale ad una costante, che sia l'unità, onde sarà $\frac{2}{3} z u^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} z \times \overline{u - z}|^{\frac{3}{2}} = 1$, per la quale si ha la relazione tra z, ed u.

XXVI.

Per la costruzione della sovraposta equazione descrivasi circa l'asse AD (*Fig. 7. Tav V.*) la parabola cubica del secondo grado ABC, in cui si prenda a piacere un' ordinata CD. Dal punto C si tiri CE parallela ad AD, e tra gli asintoti CE, CD descrivasi l'iperbola GBK, della quale il rettangolo dato sia $\frac{3}{2}$; questa taglierà la parabola predetta al punto B. Sia $CD = u$, $EB = z$, dunque $BF = u - z$, AD per la parabola sarà $u^{\frac{3}{2}}$, ed AF, $\overline{u - z}|^{\frac{3}{2}}$; quindi EC sarà $u^{\frac{3}{2}} - \overline{u - z}|^{\frac{3}{2}}$; e per la natura dell' iperbola GBK, sarà il dato rettangolo eguale a $EB \times EC$, ovvero in termini analitici $\frac{3}{2} = z \times u^{\frac{3}{2}} - z \times \overline{u - z}|^{\frac{3}{2}}$, oppure $\frac{2}{3} z u^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} \times \overline{u - z}|^{\frac{3}{2}} = 1$; lo che ec. Dal che si ricava che prese infinite ordinate CD nella parabola antedetta, se si descriveranno altrettante

tante iperbole GBK, le ordinate di queſte ne' punti degli interſecamenti con eſſe parabole, determineranno le corriſpondenti z alle ordinate della parabola CD, u.

XXVII.

Sia da ritrovare la maſſima z; differenziando pertanto l' equazione del numero XXV. ſarà $z u^{\frac{1}{2}} du + \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} dz - z \times \overline{u - z}^{\frac{1}{2}} \overline{du - dz}. - \frac{2}{3} \overline{u - z}|^{\frac{3}{2}} dz = 0$, ovvero $z u^{\frac{1}{2}} du - z \times \overline{u - z}|^{\frac{1}{2}} du + \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} dz + z \times \overline{u - z}^{\frac{1}{2}} dz - \frac{2}{3} \overline{u - z}|^{\frac{3}{2}} dz = 0$; Se ſi pone $dz = 0$, ſarà $u^{\frac{1}{2}} = \overline{u - z}|^{\frac{1}{2}}$, cioè $u = u - z$, ovvero $z = 0$; quale ipoteſi ci ſarebbe conoſcere la maſſima u, quando vi foſſe: Ma ponendoſi $du = 0$ ſarà $\frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + z \times \overline{u - z}|^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \overline{u - z}^{\frac{3}{2}}$, nella quale equazione, ſoſtituito il valore di u, che naſce dall' equazione ſopraposta, ſarà noto il valore della maſſima z. Si prenda Dd (*Fig. 6. T. V.*) infiniteſima nella curva del fondo, e chiamiſi ds; indi ſi conduca dT parallela a DQ $= dx$, ſecondo a quanto fu ſuppoſto nel num. XXV. di queſto; e perchè i triangoli DTd, DQP ſono ſimili, ſarà l' analogia Dd. DT :: DP. DQ, onde $u = \frac{\overline{m - y} \times ds}{dx}$, e per la natura della curva parabolica del fondo eguale anco a $\frac{m\, ds - x^3 ds}{dx}$, ma per la ſteſſa cauſa è anco $ds = dx \sqrt{1 + 9x^4}$, adunque $u = \overline{m - x^3} \sqrt{1 + 9x^4}$: e per avere il maſſimo, dovendoſi fare $du = 0$, differenziando il preſente di lui ritrovato valore, ne proviene finalmente, fatte le neceſſarie operazioni $x^4 - \frac{2mx}{5} + \frac{1}{15} = 0$, equazione da cui potrà reſtar fiſſato il punto D, che avevaſi, come ſi era propoſto, a ritrovare, ſito della maggiore intumeſcenza.

XXVIII.

Scolio. Più ſemplice riuſcirà la coſtruzione della curva della ſuperficie di un fiume in piena, quando col Caſtelli, e Montanari ſi facciano le velocità nella ſemplice ragione delle altezze; e ſupponendo il fondo, come ſi è fatto, di figura parabolica cubica del primo grado: con tutto ciò per niente diſſimulare, non ben corriſpondendo al fatto l'induzione teorica, ſi paſſerà a deſcri-

scrivere le osservazioni, che si sono fatte gli anni 1719, 1720, e 1721. nel Po in riflesso principalmente alle di lui somme escrescenze, lo che si è ottenuto mediante la livellazione di tutti i segni, che furono indicati lungo esso Po dal Ticino al Mare; e comecchè vi fu pure una particolar attenzione di osservare tutte le variazioni giornaliere, che accadevano al fiume in tutto il corso delle visite, così si è potuto ridurre l'altezza delle dette piene sotto una sola linea, che si è fatta passare per l'orizzonte, in cui fu trovato il pelo del Po alla Bussalora, luogo situato poco inferiormente allo sbocco del Ticino Ridotte dunque tutte le misure all'altezza di questa superficie si è trovata quella della piena del Po (seguita pochi giorni prima del cominciamento della Visita, e che puote dare però un ampio campo di verificare le reali altezze, alle quali era giunta l'acqua) ridotta, come si registra nel numero seguente. Si avrebbe desiderato di marcare anco la linea della memorabile piena 1705, ma non indicati i segni da per tutto a cagione delle molte rotte allora seguite, rimasta interrotta una tale osservazione, non si è stimato proprio di registrarla.

XXIX.

Ridotti i differenti peli del Po, a quello delli 30. Novembre 1719, si è trovato, che la piena del detto anno fu più alta de' peli trovati lungo il Po respettivamente, come segue:

Alla Bussalora - - - - - - - - - - - - - - - - - - Piedi	6.	1.	0
A Trebbia 27 miglia in circa più inferiormente - - -	6.	0.	0
Al Bergantino di Piacenza due miglia sotto di Trebbia -	5.	8.	6
A Cremona 22 miglia distante - - - - - - - - - - -	4.	10.	6
A Raccabianca 29 miglia inferiore a Cremona - - -	5.	1.	3
Al Taro, discosto da Rocca-bianca miglia 6 - - - -	6.	6.	0
A Torricella, distante miglia uno e mezzo - - - - -	5.	0.	0
A Casal maggiore discosto da Torricella miglia 11 in circa -	4.	10.	0
Al Crostolo più inferiore miglia 15 in circa - - - -	4.	8.	3
A Borgoforte, lontano dal Crostolo miglia 12 - - -	9.	9.	3
A S. Benedetto altre miglia 12 più inferiore - - - - -	12.	6.	11
Al Mincio miglia 8 discosto da S. Benedetto - - - -	10.	8.	5
A Ostiglia dieci miglia più inferiore - - - - - - - -	10.	0.	8
Alla Chiavica della Moglia miglia 11 discosto da Ostiglia -	9.	6.	2

A Ser-

A Sermide miglia uno e mezzo più di fotto - - - -	9.	8.	0
A Calto miglia 4 e mezzo inferiormente a Sermide - -	9.	1.	3
Alla Chiavica della Ca roſſa miglia 3 lontana - - - -	9.	6.	1
A Figaròlo miglia 2 più inferiore - - - - - - - - - -	9.	8.	0
Alla Chiavica Pilaſtreſe mezzo miglio diſcoſto - - -	9.	1.	2
Alla Chiavica di Occhiobello poſta miglia 7 più inferiormente - - - - - - - - - - - - - - - - - - -	8.	6.	10
A Lagoſcuro 3 miglia diſcoſto da Occhio-bello - - -	7.	4.	6
Alla Chiavica di Raccano 8 miglia in circa più inferiormente - - - - - - - - - - - - - - - - - - -	6.	11.	11
Alla Poleſella mezzo miglio più ſotto - - - - - - - -	6.	9.	6
Alle Papozze 12 miglia diſcoſto - - - - - - - - - - -	1.	10.	4
Alla punta del ramo di Ariano da mezzo miglio inferiore alle Papozze - - - - - - - - - - - - - -	1.	8.	2
A Santa Maria di Corbola quaſi un miglio inferiormente al detto ſito - - - - - - - - - - - - - - -	0.	10.	9

XXX.

Dal che appare che la ſuperficie del Po pieno ſi diſtende ſecondo una linea curva, che ha una maſſima ordinata alle parti di S. Benedetto di Poliròne, eſſendochè, ſecondo queſte oſſervazioni e computo, ivi la piena rieſce più alta di quello foſſe alla Buſſalora p. 6. 5. 11. e di quello foſſe a Santa Maria di Corbola p. 11. 8. 2, e maggiore anco di quello ſia ſtata in qualunque altro luogo intermedio. E' da notarſi per altro, che le ſopradette altezze non riſpondono quanto uopo ſarebbe a' fenomeni, a' quali, come è il dovere, ſe ſi voglia ſtare attaccati, naſce un aſſurdo, ed è, che il pelo del Po delli 30 Novembre predetto, rilevatoſi alla Buſſalora accreſciuto e diminuito di tutte le giornaliere ſeguite variazioni, tirate fedelmente da i regiſtri de' Protocolli, riuſcirebbe allo sbocco in mare più alto del pelo di queſto nell' ordinaria marea p. 6. 4. 2, dimodochè le altezze della detta piena inferiormente a Santa Maria di Corbola, ſtarebbero ſotto di detto pelo, o ſecondo il parlar de' Geometri, dopo di quel ſito ſi ridurrebbero ad eſſer negative, interſecando il pelo del Po a mezza ſtrada fra il detto luogo di Santa Maria di Corbola, e la Chiavica della Palata, che rieſce 1303. pertiche di Bologna inferiore alla dirittura di detta Santa Maria, onde a queſta Chiavica ſarebbe ſtata la piena 1719. ſotto di eſſo pelo Piedi 0. 10. 6.

Alla

Alla Cavanella discosta da detta Chiavica miglia 3, e mezzo - - - - - - - - - - - - - - - - - - piedi 1. 2. 10

prendendo un *medio* fra i molti segni di piena ivi osservati.

Alla Chiavica Zen miglia due discosta - - - - - - - 1. 2. 10

Alla Chiesa della Contarina posta inferiormente alla dirittura di detta Chiavica pertiche 670, cioè della Chiesa vecchia asportata dalla rotta seguita 1725. - 1. 2. 9

Ed alla Chiesa della Donzella miglia 3, ed un quinto più oltre verso il mare - - - - - - - - - - - - 6. 4. 2

Il qual sito si trova lontano dallo sbocco del ramo della Scovetta pertiche 1350; nel qual tratto, restando il fiume quasi intieramente soggetto alla legge del flusso e riflusso del Mare, ciò ha fatto, che più oltre non si siano avanzate le osservazioni.

XXXI.

E perchè nulla manchi a chi con lodevole curiosità volesse intraprendere il calcolo di quanto si è esposto intorno alla piena del Po, si pongono quivi in serie tutte le osservazioni e delle giornaliere variazioni di esso Po, in tempo della Visita, e delle altezze della piena 1719, rilevate con le livellazioni più accurate de' segni lungo esso fiume indicati e riconosciuti.

29 Novembre 1719 allo sbocco del Ticino in Po stava il pelo di questo più basso della piena seguita li 19 del detto mese - - - - - - - p. 2. 7. 0

30 detto, fu più basso delli 29 - - - - - - - - 0. 6. 0

primo Dicem. più basso delli 30 Novembre 0. 7. 0 — Piena 1719 più alta del pelo del Po di questo giorno - - - - - - - p. 6. 7. 0

2 Dicemb. più basso del primo - - - - - - - - 0. 6. 0

3 detto, più basso del primo sopraccennato - 0. 4. 0

4 detto, più basso delli 3; 0. 3. 6 — Piena a Trebbia più alta 8. 2. 3

Piena a Piacenza più alta 7. 5. 0

Giorni e abbassamenti		Piene	
5 det. più basso delli 4;	0. 4. 3		
6 detto, più basso - -	0. 3.10		
7 detto, più basso - -	0. 3.11		
9 det. più basso delli 7;	0. 8. 0	Piena a Cremona più alta - - - - - - - -	8. 3. 0
10 detto, più basso - -	0. 3. 6		
11 detto, più basso - -	0. 3. 9	Piena a Roccabianca più alta - - - - - -	9. 1. 0
		Piena sopra lo sbocco di Taro - - - - - -	10. 5. 9
12 detto, più basso - -	0. 3. 0		
13 detto, più basso - -	0. 1. 9	Piena dal Co: Simonetta più alta - - -	9. 4. 6
14 detto, più basso - -	0. 2. 2		
15 detto, più basso - -	0. 2. 1		
16 detto, più basso il Po delli 15 - - - - - -	0. 1. 6	Piena a Casal maggiore più alta - - - -	9. 8. 3
20 det. più basso delli 16;	0. 4.10		
21 detto, più basso - -	0. 1. 0		
22 detto, più basso - -	0. 1. 0		
26 det. più basso delli 22;	0. 3. 8		
31 det. più basso delli 27;	0. 3. 9		
1720 primo Gennaio, più basso dell' ultimo Dicembre si suppone -	0. 1. 6	Piena a Borgoforte più alta - - - - - - - -	15. 9. 9
detto più basso delli 31.			
2 Dicembre - - - - - -	0. 3. 0		
3 detto, più basso - - -	0. 1. 4		
4 detto, più basso - - -	0. 1. 8		
5 det. più basso delli 2;	0. 4. 9	Piena alla Chiavica di Zara più alta - - -	18. 8. 7
9 det. più basso delli 5;	0. 7. 3	Piena a S. Benedetto più alta - - - - - -	19. 6. 1
11 det. più basso delli 9;	0. 4. 9	Piena al Mincio - - -	18. 4. 8
19 det. più basso delli 11;	0.10. 2		
20, 21, 22 senza alterazione - - - - - -		Piena a Ostiglia più alta - - - - - - - - -	18. 7. 1
		Piena a Revere - - -	18. 5. 9
23 det. più alto delli 20;	0.10. 3	Piena alla Chiavica della Moglia - - -	17. 2. 4

Osservazioni fatte nella Parma. (13–15)

24 det-

24 detto, più basso	p. 0. 3. 6	Piena alla Massa - - -	17. 7. 3
26 detto, più basso - -	0. 4. 0		
9 Febbraio, più basso	0. 9. 6	Piena a Calto più alta	18. 2. 5
		Piena alla Cà rossa - -	18. 7. 3
10 detto, più basso - -	0. 1. 0	Piena a Figaròlo - - -	18.11. 0
		Piena alle Quadrelle -	18. 0. 3
11 detto, più basso - -	0. 1. 6	Piena alla Chiavica Pilastrese - - - - - -	18. 4. 4
12 detto, più basso - -	0. 1. 0		
14 det. più basso delli 12;	0. 1. 0	Piena a Occhiobello -	18. 0. 0
15 detto, più basso - -	0. 0. 9	Piena a Lagoscuro - -	16.10. 0
16 detto, più basso - -	0. 0. 5	Piena ivi a Lagoscuro	16.10.10
		Piena ivi ad altro segno	16.10. 5
17 detto, più basso - -	0. 0. 9		
18 detto, più basso - -	0. 1. 9		
21 detto, più basso delli 26 Gennaio - - -	1. 3. 6		

e perchè li 16 Febbraio fu trovata la sommità di certo ganghero posto alla porta del Magazzino da oglio al Ponte di Lagoscuro più alta del pelo del Po p. 17. 2. 9, e la stessa sommità di esso ganghero fu trovata li 17 Marzo 1721 più alta del pelo di detto Po p. 18. 8. 3, ne segue che il pelo del Po di questo giorno fosse più basso di quello delli 16 Febbraio 1720. p. 1. 5. 6, che però

1721. 17. Marzo Pelo del Po più basso di quello era li 16 Febbraio 1720.	p. 1. 5. 6		
18 detto, più alto - -	0. 0. 9	Piena a Raccano più alta - - - - - - - - p.	17.10. 2
		Piena ivi con altro segno - - - - - - - - -	17. 5. 7
		Piena ivi pur con altro segno - - - - - - - -	17. 4. 4
20 Marzo, più basso de' 18;	0. 4. 0	Piena alla Polesella - -	17.10. 6
21 detto, più basso - -	0. 2. 3		
22 detto, più basso - -	0. 1. 9		
27 det. più alto delli 22;	1. 5. 6		
28 detto, più alto - -	0. 1. 6		
29 detto, più alto - -	0. 4. 0		
30 detto, più basso - -	0. 4. 0		
31 detto, più basso - -	0. 3. 6		

Primo Aprile, più baſſo - - - - - - - -	p. 0. 1. 9		
2 detto, più baſſo - -	0. 1. 0		
4 detto, più baſſo - -	0. 0. 9		
5 detto, più baſſo - -	0. 0. 6		
6 detto, più alto - -	0. 1. 3		
7 detto, più alto - -	0. 0. 9		
8 detto, più baſſo - -	0. 1. 0		
9 detto, più baſſo - -	0. 1. 6		
11 det. più baſſo delli 9;	0. 1. 3	Piena alle Papozze più alta - - - - - - -	p. 12. 6. 7
12 detto, più baſſo - -	0. 1. 0	Piena alla punta d'Ariano - - - - - - - -	12. 5. 5
		Piena da Perſeghino -	11. 8. 0
		Piena alla Chiavica della Palata - - - - - -	9. 10. 9
		Piena alla Cavanella -	9. 11. 6
		Piena alla Chiavica Zen	9. 6. 5
		Piena alla Contarina -	9. 6. 6
		Piena alla Chieſa della Donzella - - - - -	4. 5. 1

Dalla Chiavica della Palata in giù verſo il Mare, riſentendo il fiume aſſai viſibilmente de' moti di eſſo nel fluſſo, e rifluſſo, così abbenchè molte oſſervazioni vi ſiano ne' Protocolli, regiſtrate per ciaſchedun giorno; nientedimeno ſi ha ſtimato più proprio ſervirſi del pelo delli 12. Aprile ſino al Mare, per definire ſopra di queſto l'altezza delle piene, piuttoſto che farlo ſopra una ſuperficie, che ſi trova in una perpetua variazione, tanto più che in tutti i giorni che furono impiegati per il compimento della Viſita, il Po ch'era ridotto ad una inſigne magrezza, non fece mutazione oſſervabile, nè il mare in queſto tempo fu mai agitato dal Scirocco, ch'è quel vento che più di ogni altro ſoſtiene l'acqua nel fiume, e lo fa creſcere di corpo.

XXXII.

Ove dunque l'aggregato di un dato numero degli ſcemamenti giornalieri del Po, venghino ad uguagliare l'altezza oſſervata della piena, ivi ſarà il punto d' interſecazione, dopo del quale, creſcendo ancora i detti ſcemamenti, e facendoſi ſempre meno alta

ta la piena a misura dello avvicinarsi al Mare, ne deriva l'assurdo, di cui sopra al numero XXX. di questo, si è detto; cioè che l'altezza della piena diverrebbe negativa, e più bassa del pelo del fiume, riportato ad un dato giorno: Così nel caso presente, che può per molti titoli servir di legge, dibattuti i pochi accrescimenti fatti da qualche giorno dal Po, dagli scemamenti occorsi dopo li 30. Novembre 1719. fino alli 12. Aprile 1721; sommano questi, come dalla serie del numero precedente si ricava, sottratti gli alzamenti dalli scemamenti once 131, e punti 4, che vagliono piedi 10: 11. 6, onde alla Chiavica della Palata, tanto doveva esser alto il Po per rapporto alli 30. Novembre 1719; ma se prenderemo una altezza media fra la piena osservata alla suddetta Chiavica, e quella notata da Perseghino, si ha essere piedi 10. 9. 4, onde nel luogo intermedio incirca fra la detta Chiavica della Palata, e la Casa di esso Perseghino, il pelo della piena avrebbe ad intersecare quello delli 30. Novembre, cosa che non può succedere senza l'assurdo predetto: convien dunque credersi, con il fondamento della ragione e dell'osservazione, che gli scemamenti giornalieri vadano degradando molto diversamente nelle parti superiori del fiume, rispetto alle inferiori più verso il Mare: cosicchè se a Pavia sarà calato da un giorno all'altro il Po due once in grazia di esempio; a Lagoscuro dovrà nello stesso giorno esser scemato molto più. Infatti se dal registro stampato in Bologna col titolo di *Osservazioni per la visita* 1721, si farà il ragguaglio delle alterazioni giornaliere seguite a Lagoscuro contemporaneamente con quelle osservate alla Polesella, abbenchè in non maggior distanza di sette miglia, si vedrà verificarsi l'ineguaglianza di dette alterazioni, essendo perlopiù maggiori le differenze trovate alla Polesella delle ritrovate a Lagoscuro, almeno allor quando il Po da un giorno all'altro andava scemando di altezza; di modo che dove dalli 20. Marzo alli 22. si trova a Lagoscuro calato il Po once due e mezzo, alla Polesella si vede scemato dentro lo stesso tempo once 4, ed un terzo; così dove dalli 20. Marzo fino alli 11. Aprile si trovò a Lagoscuro una differenza di once due, e punti 9, alla Polesella fu di once 5, e punti 9: Sarebbe stato desiderabile di aver le osservazioni contemporanee di Pavia, e di Lagoscuro o Polesella per determinare più da vicino il progresso di tali differenze, il che si avrebbe potuto agevolmente fare, se tal vista allora si avesse avuta.

A mo-

XXXIII.

A motivo però di salvare i predetti fenomeni delle piene rilevati in Po, si è procurato di accostarsi all'andamento reale, che averà avuto questo fiume il giorno delli 30. Novembre 1719. da Pavia al Mare, e sopra questo si sono poi calcolate le altezze della piena, succeduta pochi giorni prima. Per maggior chiarezza sia BD (*Fig.* 8. *Tav. V.*) un tratto della superficie del fiume, che s'intenda prolungata indefinitamente in retta linea verso F; AB sia l'altezza dell'escrescenza al sito, ove si sono cominciate le osservazioni, DE sia lo scemamento dell'acqua per il sito D, osservato qualche giorno dopo calata la piena, ed EI, l'altezza della medesima piena, rilevata di sopra, ma riconosciuta al sito istesso D. Si tiri Eq parallela a BF, e si determini di qualunque lunghezza. Sia $q\varepsilon$ lo scemamento pure del fiume, rilevato nel sito d dopo qualche altro giorno, e Cε l'altezza quivi della piena, che sarebbe esatta, ogni qualvolta gli scemamenti seguissero in ogni punto, come realmente portano le osservazioni, vale a dire, che tanto calasse l'acqua in d quanto in D, il che si è veduto non reggere alla sperienza, ma essersi osservato, che quanto si avvicina al mare, crescono essi maggiormente, altrimenti supposto AICRp la superficie dell'escrescenza, verrebbe in R ad intersecare il pelo del fiume, quando questo s'intendesse ridotto a quello, che passa per B, principio delle osservazioni. Intendasi dunque BEeH una curva, che passando per sotto il punto E, e qualunque altro posto inferiormente, o superiormente a questo lasci la differenza fra l'osservato scemamento, ed il ***razionale*** (che così chiameremo quello, che avrebbe effettivamente ad essere) e sia questa εe, si faccia $dq = \varepsilon e$, e per tutti i punti q determinati in questo modo, sia condotta un'altra curva BDqg, che dinoterà l'andamento vero del pelo del fiume ridotto al giorno, in cui si avranno cominciate le osservazioni, e Cq sarà la *vera* altezza della piena per quel tal sito, Per aversi il valore di questa Cq, essendo ella eguale a $C\varepsilon + \varepsilon e - qe$, ed essendo $qe = de - \varepsilon e$, sarà $Cq = C\varepsilon + 2\varepsilon e - de$: Chiamisi $C\varepsilon = a$; $BD = c$; $DE = b$; $Bd = x$, $d\varepsilon = y$, che equivale alla differenza giornaliera, che va accadendo al fiume, $de = z$: E sia l'equazione della curva BEeH, $z^m = x^n$, ovvero $z = x^{\frac{n}{m}}$, che diviene $b = c^{\frac{n}{m}}$ allorchè l'ordinata de arriva in DE; essen-

essendo dunque per la natura di questa curva $c^{\frac{n}{m}} . b :: x^{\frac{n}{m}} . z$; sarà $z = \frac{b x^{\frac{n}{m}}}{c^{\frac{n}{m}}} = de$, ed $\epsilon e = de - d\epsilon = \frac{b x^{\frac{n}{m}}}{c^{\frac{n}{m}}} - y$, onde dicendo $Cq = p$, sarà $p = a + \frac{b x^{\frac{n}{m}}}{c^{\frac{n}{m}}} - 2y$.

XXXIV.

Scolio. Per determinarsi la curva BEeH, che soddisfaccia ai fenomeni, nè lasci seguire l'assurdo, che accaderebbe conducendo il pelo delli 30. Novembre 1719. per il Po verso il Mare col dare ad ogni sito i ritrovati scemamenti, di maniera che la piena con la sua superficie non venga a tagliare il pelo di esso Po molte miglia superiormente allo sbocco di detto fiume in Mare, niun' altra se n'è rinvenuta più a proposito, e che più si accosti della parabola biquadratica del terzo grado col parametro eguale alla unità, la di cui equazione sia $z^3 = x^4$, ovvero $z = x^{\frac{4}{3}}$, onde $n = 4$, $m = 3$, e per tanto $p = a + \frac{b x^{\frac{4}{3}}}{c^{\frac{4}{3}}} - 2y$ servirà a dinotare la generale espressione dell'altezza della detta piena ne' luoghi respettivi; servendosi dunque degli scemamenti giornalieri espressi per y della Tavola registrata al num. XXXI. di questo, e per le distanze adoperando le notate al num. XXIX. pur di questo Capitolo, fatti i dovuti calcoli, e ridotte tutte le altezze al pelo delli 30. Novembre predetto, si ritrova (preso lo scemamento DE primo per reale nella data distanza BD) che le stesse corrette avranno ad essere

A Cremona la piena più alta del pelo, che termina alla curva BDqg - - - - - - - - - - - Piedi	5.	4.	0
A Roccabianca - - - - - - - - - - - - - -	7.	3.	6
Poco sopra lo sbocco del Taro - - - - - - - -	9.	2.	3
A Casal maggiore - - - - - - - - - - - - -	7.	9.	9
A Borgoforte - - - - - - - - - - - - - -	13.	9.	9
A S. Benedetto - - - - - - - - - - - - - -	15.	11.	1

Al

	Piedi		
Al Mincio	14.	10.	2
A Oſtiglia	14.	5.	3
Alla Chiavica della Moglia	15.	11.	0
Alla Maſſa	15.	6.	11
A Calto	14.	9.	1
Alla Chiavica della Ca roſſa	15.	5.	11
Alle Quadrelle	14.	11.	11
Alla Chiavica Pilaſtreſe	15.	1.	0
A Occhio bello	14.	10.	8
Al Ponte di Lagoſcuro	14.	0.	0
Alla Chiavica di Raccano	12.	11.	10
Alla Poleſella	12.	4.	2
Alle Papozze	9.	3.	9
Alla Chiavica della Palata	6.	11.	11
Alle Porte della Cavanella	7.	4.	7
Alla Chiavica Zeno	7.	2.	7
Alla Chieſa della Contarina	7.	3.	8
Alla Chieſa della Donzella	1.	7.	3

XXXV.

Ma per deſcrivere la ſopraddetta parabola biquadratica del terzo grado nel fatto del Po, dovranno eſſer eſpreſſe le di lei abſciſſe, come ſegue.

	Piedi	
A Cremona miglia 51 diſtante dalla bocca del Ticino, che ſi prende per primo termine	2 :	10
A Roccabianca miglia 80 dal ſuddetto primo termine	5 :	2
Sopra Taro m. 86	5 :	8
A Caſal maggiore m. 98 ½	6 :	10
A Borgoforte m. 125	9 :	4
A San Benedetto m. 137. ſempre dal Ticino come primo termine	10 :	6
Al Mincio m. 145	11 :	4
Ad Oſtiglia m. 155	12 :	5
Alla Chiavica della Moglia m. 166	13 :	7
Alla Maſſa m. 167 ½	13 :	9
A Calto m. 172	14 :	3
Alla Chiavica della Ca roſſa m. 175	14 :	7
Alle Quadrelle m. 177	14 :	10
Alla Chiavica Pilaſtreſe m. 177 ½	14 :	10
A Occhiobello m. 184 ½	15 :	7

Al

Al Ponte di Lagofcuro m. 187½	Piedi	15 : 11
Alla Chiavica di Raccano m. 195		17 : —
Alla Polefella m. 196		17 : —
Alle Papozze m. 208.		18 : 4
Alla Chiavica della Palata m. 212		18 : 10
Alle Porte della Cavanella m. 215		19 : 2
Alla Chiavica Zeno m. 217		19 : 5
Alla Chiefa della Contarina m. 218		19 : 6
Alla Donzella in diftanza di miglia 223 dalla bocca del Ticino, ove fi fono cominciate le offervazioni		20 : 3

XXXVI.

La fomma pofcia delle giornaliere variazioni dell' acqua del Po relativamente a tutti i luoghi fuddetti, fono le infrafcritte:

A Cremona	Piedi	2.	10.	6
A Roccabianca, e al Taro		3.	5.	9
A Cafal maggiore		4.	4.	3
A Borgoforte		5.	8.	0
A S. Benedetto		7.	0.	6
Al Mincio		7.	5.	3
Ad Oftiglia		8.	3.	5
Alla Chiavica della Moglia		7.	5.	2
Alla Maffa		7.	8.	8
A Calto, ed alla Ca roffa		8.	10.	2
Alle Quadrelle		8.	11.	2
Alla Chiavica Pilaftrefe		9.	0.	8
A Occhiobello		9.	4.	2
Al Ponte di Lagofcuro		9.	4.	11
Alla Chiavica di Raccano		10.	11.	2
Alla Polefella		11.	3.	2
Alle Papozze		10.	9.	5
Alla Chiavica della Palata, e fino al Mare		10.	10.	5

Dal che rifulta, che il pelo del Po delli 30. Novembre 1719, riportato verfo il Mare, riefce quafi il doppio più baffo di quanto portano le giornaliere offervazioni: qualche divario, che s' incontra nelle altezze delle piene (vedendofi talvolta un' altezza maggiore fra due minori, come quella alla Chiavica della Ca roffa, che è di piedi 15. 5. 11, e quella più proffima fuperio-

re a Calto di p. 14. 9. 1, e la proſſima inferiore alle Quadrelle di p. 14. 11. 11,) dee rifonderſi in qualche sbaglio preſo ne' rilievi di queſte ſteſſe eſcreſcenze, mentre è incredibile quanto varie ſieno le depoſizioni delle genti, che s' incontrano ſulla faccia de' luoghi. Noi abbiamo con l' ultimo dell' eſattezza voluto riportare ciò che ſi è trovato, laſciando ad altri il campo di depurare queſte per altro fondamentali oſſervazioni, e ſcoperte.

XXXVII.

Coroll. Si ricava dalle coſe dette, che molto diverſa ſia la ſuperficie de' fiumi in piena, da quella de' medeſimi nello ſtato di magrezza, eſſendochè queſta viene a derivarſi da una ſpezie di parabola, che ne' fiumi grandi ſi accoſta ad eſſer biquadratica del terzo grado, dove il pelo degli ſteſſi fiumi in eſcreſcenza viene a formare una curva di un genere affatto diverſo; nè è meraviglia, mentre i fiumi, durando la piena, non poſſono mai bilanciare i loro moti, coſicchè progrediſchino con la ſteſſa legge, che agevolmente poſſono ſeguire allorchè corrono magri, ed allorchè nuove acque non vengono ad alterarli.

XXXVIII.

Scolio I. L'anno 1721. eſſendo io ſtato ſpedito dall' Ecc. Senato alla generale viſita dell' Adige da Legnago al Mare, per la di lui regolazione, trovandoſi allora con quattro rotte aperto il di lui alveo, due dalla parte del Padovano, e due da quella del Poleſine, fra le altre coſe che eſeguendo le commiſſioni ebbi a cuore, una fu di rilevare eſattamente le altezze, alle quali in varj ſiti era arrivata l' ultima piena; ſi regiſtrerà quivi il dettaglio tratto dal diario della Viſita, che eſiſte in Pubblico, ed in cui ſtanno deſcritte tutte le oſſervazioni fatteſi nel detto incontro.

1721. 7. Agoſto a Legnago	Piena più alta del pelo corrente - - - - - p. 5. 4. 0
9 detto al Caſtagnaro pelo dell' Adige più alto delli 7 - - - - p. 0. 0. 6	Piena dopo miglia 7 da Legnago - - - - - - 8. 0. 0
10 detto A Villabuona più alto - - - - - - 0. 1. 5	Piena in miglia 1 $\frac{1}{4}$ dal Caſtagnaro - - - - - 6. 2.10
11 detto Ai Maſi più baſſo - - - - - - - - 0. 1. 0	Piena in miglia 2 $\frac{1}{4}$ da Villabuona - - - - - 6.10. 0

12 det-

12 detto Adige cresciuto - - - - - - - - p. 0. 2. 6	Piena alla Bova dell'Adigetto - - - - - p 6. 5. 5
13 detto Alla Rotta Sabbadina calato - - - - 0. 0.10	Piena in miglia 8 ½ dai Masi - - - - - - - ——
14 detto Adige più alto - - - - - - - - - 0. 1. 5	

A Lusia miglia 1 ½ dalla Rotta Sabbadina	Piena p.	11. 3. 4
Alla Boara miglia 6. da Lusia - - - -	Piena	12. 4. 9
A Borgoforte miglia 8 ½ dalla Boara - - -	Piena	11. 9. 7
A Fiume nuovo sotto lo sbocco dell' Adigetto miglia 8 da Borgoforte - - - - -	Piena	4. 0. 6
A Fossa Bellina miglia uno da Fiume nuovo	Piena	5. c. 0
Al Molinazzo miglia 4 ½ da Fossa Bellina	Piena	3. 4. 2
Alla Cavanella di Fossone miglia 7 ½ dal Molinazzo - - - - - - - - - - - - -	Piena	3. 2. 9

restandovi fino al Mare miglia 4, le quali distanze si sono calcolate a miglia ordinarie del paese di pertiche 833 Padovane l'una, di sei piedi per ciascheduna.

XXXIX.

Scolio II. Appare dunque, che anco nell' Adige vi è il suo *ventre di piena*, o sia il suo *massimo*, e cader questo nelle vicinanze della Boara, arrivando ivi l'altezza dell' escrescenza a piedi 12. 4. 9, ed esser minore in tutte le altre situazioni. Egli è ben vero, che stando, come si è detto, aperti gli argini con le 4 rotte, non poteva il di lui pelo trovarsi disteso sopra una stessa curva, onde nelle parti inferiori, rispetto della prima rotta più superiore mostrava maggior magrezza, di quella che doveva aver realmente, se niuna rotta fosse stata aperta: Che però come si è fatto del Po, non si è potuto calcolare nè l'andamento del pelo, supposto per base quello delli 7. Agosto a Legnago, nè rilevarsi il degradamento più esatto delle altezze delle piene; contuttociò è indubitato aver egli nelle sue intumescenze, come appunto il Po, il *massimo* predetto, che verrà a cadere in parità di circostanze molto più vicino al Mare, di quello faccia l' altro del Po, come facilmente può ognuno dedurlo dal solo paragone delle distanze.

XL.

Nè a' soli fiumi grandi accade l'antedetto fenomeno, di avere la massima altezza delle loro piene in un certo sito, come si è ve-

duto ne' numeri antecedenti, ma lo stesso addiviene ancora a' fiumi picciolissimi; infatti si è osservato nel Zero, ch'è un picciolo fiumicello del Trevigiano, posto alla destra del fiume Sile, ch' egli pure va soggetto alla stessa anomalia delle piene. Fui a riconoscerlo del 1722, ed avendo cominciate le osservazioni quasi dal suo principio, e continuate fino dove rimane soggetto al rigurgito del Mare, cioè fino inferiormente alla Villa di Bonisuolo, ho potuto rilevare con la livellazione, che posto il medesimo pelo dal principio al fine, una piena poco prima accaduta, e che aveva lasciato dappertutto ne' tronchi degli alberi manifesti segni della propria altezza, stava come segue.

Poco superiormente del sostegno di Levada vicino al Zerone più alta - - - - - - - - - - Piedi	o.	8.	2
Al Mulino allora distrutto di S. Alberto - - - - -	o.	11.	6
Al Mulino di Zero - - - - - - - - - - - - -	1.	1.	1
Al Mulino di Mogliano al Ponte di Zero nel Terraglio	1.	10.	3
Al Mulino di Marcone - - - - - - - - - - - -	3.	2.	o
Al Mulino di Bonisuolo - - - - - - - - - - - -	2.	11.	3

Il centro però delle massime escrescenze di questo fiumicello viene a riuscire nelle vicinanze di Marcone, ove cioè si è osservato, che l' altezza della piena stava sopra il pelo ordinario p. 3. 2. o. Egli è per altro vero, che quando furono fatte queste osservazioni, esistendovi sopra di esso Zero tre Mulini, distrutti allora gli altri, rostando questi con le loro portine l' acqua, restava effettivamente alterato il reale andamento del pelo del fiume; contuttociò trovandosi i detti Mulini superiormente a Marcone, luogo, come si è detto, del centro della massima piena, nè altri essendovene verso il Mare, restava l' escrescenza tutta in libertà di bilanciarsi a norma di quelle circostanze, che servono ad alterare e il di lei corso, e le di lei altezze.

XLI.

Coroll. Onde i fiumi nelle loro piene si dispongono la superficie in una curva, che avendo un *massimo*, deve per necessità trovarsi presso di questo concava verso il fondo del fiume, potendo poi avere un punto d' inflessione ne' siti più lontani, dopo il quale rivolge la convessità sua verso del medesimo fondo.

CAPI-

CAPITOLO DECIMO.

Delle resistenze degli alvei de' fiumi, e de' ripari per loro sicurezza, sì fatti con palificate, che con materiali di molta gravità.

I.

Sia AB (*Fig.* 9. *Tav. V.*) la sponda del vaso IHBE ripieno di acqua, è da cercarsi il gravame che viene sostenuto da qualunque porzione di esso Bb, oppure dall' intiera linea o lato BE; intendansi descritte le altezze perpendicolari dell' acqua AB, ab distanti fra di loro di un solo infinitesimo, e prodotta ab in d, disegni questa bd il gravame assoluto esercitato dalla detta colonnetta di acqua nel punto b, che può sempre esser proporzionale all' altezza ab nella larghezza del vaso, che sia n, in Aa. Si conduca bC perpendicolare alla BE, e dC parallela a BE, che s' incontreranno in C: costa dalla Statica, che questa bC dinoterà il *niso* che farà l' acqua sopra il detto punto b. Dicasi $AB = b$; $BE = a$; $Eb = x$; $ab = y$, sarà $aE = \sqrt{xx - yy} = z$, e per la similitudine de' triangoli Eab, bdC essendo $bE . aE :: bd . bC$, essendo n la larghezza del vaso, sarà la bd espressa per $nydz$, onde l' analogia suddetta sarà in termini analitici $x . z :: nydz . bC = \frac{nyzdz}{x}$, e tutte le bC esprimenti tutti i *nisi*, o *conati* dell' acqua contro della sponda del vaso, saranno notate per $\int \frac{nyzdz}{x}$: Ma per la similitudine ancora de' triangoli Eab, EAB essendo $BE . AB :: bE . ab$, cioè $a . b :: x . y$, ed $x = \frac{ay}{b}$, ed $xx = \frac{aayy}{bb}$, se questo valore verrà sostituito nella formola ritrovata, diventerà dessa $\int \frac{nydy \times \overline{aa - bb}}{ab}$, ed integrando sarà $\frac{nyy \times \overline{aa - bb}}{2ab}$, quantità, che potendosi porre eguale a p, sarà l' equazione $yy = \frac{2ab}{n \times \overline{aa - bb}} \times p$ alla parabola. Per la di cui costruzione si fac-

cia

cia AB + BE . 1 :: 1 . M, dipoi M . n :: BE — AB . Q, e finalmente Q . AB :: 2BE . R, ed intendasi descritta la parabola conica SD, il di cui parametro sia R, se l' ordinata DC si dirà y (*Fig.* 10. *Tav. V.*) sarà soddisfatto all' equazione suddetta, mentre per la natura della parabola $R \times SC = yy$, ma $R = \frac{2ab}{Q}$, e $Q = \frac{n \times \overline{a-b}}{M} = \frac{n \times \overline{a-b}}{\frac{1}{a+b}}$

dunque $R = \frac{2ab}{n \times \overline{aa-bb}}$, e per tanto $\frac{BC \times 2ab}{n \times \overline{aa-bb}} = yy$, adunque il *conato* totale, allorchè $y = b$, sarà eguale a $\frac{nb \times \overline{aa-bb}}{2a}$; tutti però essi *conati* saranno espressi per le abscisse SC, ed il totale gravame sarà allorachè SC vale $\frac{nb \times \overline{aa-bb}}{2a}$.

II.

Che se in vece di supporsi la sponda BE formata con linea retta, si voglia piegata in una qualunque curva BbsE, (*Fig.* 11. *T. V.*) si ritroverà il *conato* dell' acqua come segue. Poste le stesse cose come nel numero precedente, facendo però $aE = z$, $bE = x$ esprimente la lunghezza della curva da b in E, sarà per la nota proprietà delle tangenti $aM = \frac{ydz}{dy}$; (essendo $ns = dz$, e $bn = dy$) $bM = \frac{ydx}{dy}$; onde per i simili triangoli Mab, bcd, sarà l' analogia bM. aM :: bd, bc, cioè $\frac{ydx}{dy}$. $\frac{ydz}{dy}$ :: $nydz$, $bc = \frac{nydzz}{dx}$, e tutte le $bc = \int \frac{nydzz}{dx}$.

III.

Corollario I. Si concepisca a cagion di esempio la data curva BE una parabola, la di cui equazione $z = yy$, il qual valore sostituito nella formola precedente dà $\int \frac{4ny^3 dy}{4yy+1}$, ed il suo integrale $\frac{n}{3 \times 4} \sqrt{4yy+1}|^3 - \frac{n\sqrt{4yy+1}}{4} + A$, e posto $y = 0$, allorchè il *conato* sia eguale a zero, sarà $A = \frac{1}{6}n$, che però in tal caso

ſo l' integrale completo ſarà $\frac{n}{12}\sqrt{4yy+1}^3 - \frac{n\sqrt{4yy+1}}{4} + \frac{1}{6}n$; dal che ſi ricava, che la detta parabola non poſſa cominciare nella ſuperficie dell' acqua, ma ſotto di queſta ad un ſeſto della larghezza del vaſo.

IV.

Corollario II. Qual formola $\int\frac{nydzz}{dx}$ dà ancora la prima del num. I. di queſto Capitolo, mentre praticate le neceſſarie ſoſtituzioni divenendo la curva una linea retta, ſarà $z = \frac{ydz}{dy}$, ed $y = \frac{zdy}{dz}$, ovvero $dz = \frac{zdy}{y}$: Parimente $\frac{ydx}{dy} = x$, ovvero $dx = \frac{xdy}{y}$, onde $\int\frac{nydzz}{dx} = \int\frac{nzzdyy}{yydx} = \int\frac{nyyzzdyy}{yyxdy} = \int\frac{nzzdy}{x}$; ma $x = \frac{ay}{b}$, dunque $\int\frac{nzzdy}{x} = \int\frac{bnzzdy}{ay}$, e $zz = xx - yy$, ovvero $zz = \frac{\overline{aa-bb}}{bb} \times yy$, adunque $= \int\frac{nydy}{ab} \times \overline{aa-bb}$, come in detto numero primo.

V.

Sia da trovarſi il gravame, che riſente un argine, la di cui ſcarpa verſo il fiume, ſi ſuppone a maggior facilità retta, e che formi con l' orizzontale un angolo di gradi 40, cioè l' angolo AEB. (*Fig.* 9. *Tav. V.*) L' altezza perpendicolare AB ſia di piedi 32, e ſia da averſi prima il valore di $y = b$ per tre differenti poſizioni, col dividere cioè tutta la ſcarpa dell' argine BE, che ſi ſuppone di piedi 50. in cinque parti; onde il primo valore di y dopo AB di piedi 32, come ſi è detto, ſarà di piedi 25 proſſimamente. Il ſecondo valore di y, facendo Eb = 30, ſarà piedi 19; Il terzo piedi 13, ed il quarto ſarà 6 piedi; quali valori ſoſtituiti nella formola $\frac{nyy \times \overline{aa-bb}}{2ab}$ danno reſpettivamente 472; 288; 166; 78; 17; e 0. Supponendo $n =$ ad un piede, dimodochè queſti numeri rappreſentano tanti piedi cubi d' acqua, che aggravano reſpettivamente l' argine dalla ſommità dell' acqua fino all' aſſunta y, coſicchè ſaranno ſempre minori a miſura che detta y ſi prenderà più vici-

vicina alla sommità E, fino a ridursi in nulla a fior di acqua. E perchè secondo le osservazioni del Guglielmini un'oncia cubica di acqua pesa grani 786 del peso di Bologna, il primo numero però conterrà once cubiche in circa 815600, cioè libbre di Bologna 83470 nella supposizione posta al numero XIX. del Capitolo secondo; dal qual peso vien gravata la parte più bassa dell' argine delle cinque, nelle quali s' intende diviso. Il secondo numero 288 averà once cubiche 497700, che fanno libbre 50930. Il terzo numero 166 avrà once cubiche 286800, cioè libbre 29360. Il quarto numero 78 averà once cubiche 134800, o libbre 13790; ed il quinto numero 17 darà once cubiche 29370, cioè libbre 3006.

VI.

Se tale è il momento, che l'acqua stagnante esercita contro degli argini, non dissimile dev' esser quello anco dell' acqua corrente lungo le rive, mentre quando il di lui corso sia parallelo a queste, cade tutto lo sforzo della velocità, ch' è ciò per cui la corrente differisce dalla stagnante acqua, a vantaggio del moto progressivo, e nulla si esercita contro delle sponde, ond' egli è lo stesso, rispetto a queste, come se ess' acqua si trovasse in una perfetta quiete, e che non le aggravasse se non col proprio peso, e con la sola forza d' inerzia. Potrebbe dir taluno, che quando la cosa fosse così, non mai seguirebbero le corrosioni negli argini, le quali si veggono essere un manifesto effetto della velocità dell' acqua; al che si risponde, che quando l' argine fosse perfettamente liscio, e formato di terra ben collegata e densa, non potrebbe mai accader la corrosione, la quale intanto succede, in quanto essendo le rive scabre, ineguali, e con moltissimi risalti, la corrente urtandovi pone l' acqua in vortice, l' apice del quale trivellando il fondo, lo scalza, e fa rovinare, e da un tal effetto ne provengono poi nuove inegualità, e nuovi impedimenti al corso, i quali quanto più sono vicini ad esser a piombo, tanto più vagliono ad eccitare i vortici, ed a promovere l' intacco, formando poi ciò, che nel Po specialmente chiamasi *Froldo*. Inoltre si dice, che le dette corrosioni seguono per l' ordinario nelle lunate o svolte de' fiumi; ed in particolare allorchè sono desse assai acute, nel qual caso viene l' acqua in certo modo ad urtar di petto, se non nell' argine, al certo nell' acqua, che ad esso stà a ridosso, lo che fa, che il momento di questa si venga in qualche modo ad accrescere, se non quanto sarebbe se l' acqua affatto libera vi urtasse,

taffe, almeno accrefcendo l'energia del proprio pefo, non però in grado che fia molto maggiore della femplice preffione, mentre, come fi è detto al numero VIII. del Capitolo VII. qualunque fiafi l'andamento della riva, l'acqua a quefto fi accomoda in maniera, che va anch' effa piegandofi col fuo corfo con direzione parallela alla riva medefima, fenza darvi altro carico, che quello del proprio pefo.

VII.

Ciò che fu generalmente indicato al num. VI. del Capitolo VII. conviene ora più particolarmente averfi in rifleffo per rintracciare con il grado della forza dell'acqua, che fpinge e carica, quella ancora de' ripari, che refifte, e contropera. Univerfalmente è vero che nel canale X*c* TS (*Fig.* 12. *Tav. V.*) correndo l'acqua da X al *c*, fe quefto corfo farà in qualche modo impedito coll'*obice* fermo KL, o HI, oppure OP, il momento dell' acqua contro di effo *obice* farà in ragione compofta dello fpazio occupato dall' acqua per un certo tratto fuperiormente all' *obice* fteffo, e del quadrato della velocità di dett' acqua, tanto venendo comunemente ricevuto dagli Statici, ma concretando il difcorfo a ciò, che realmente fuccede ne' fiumi, alla rifèrva delle punte L, I, P degli *obici*, non rifente il riparo nelle altre di lui parti l'energia del momento predetto, ma folamente quello del pefo dell' acqua: imperocchè dovendo quefta reftar fenza moto, o come fi chiama di *molente* per lo fpazio XLK, ovvero ZIH, oppure YOP, fi formerà in XL, ZI, YP una curva, fecondo cui movendofi l' acqua, effa curva a mifura dell'*obice* farà più eftefa verfo della corrente del fiume, ed avrà il vertice più diftante dall' attaccamento che detto *obice* fa con la riva, cioè per il KL, ch' è il più lungo, in X diftante da K per lo fpazio KX. Ma per l'*obice* *b* I minore, per lo fpazio *b* Z. Ed in fatti ci ammaeftra la fperienza non vi effer penello (così dicendofi tali *obici* nel linguaggio di quefti paefi) che non fermi dentro di certi limiti e fuperiormente, ed inferiormente ad effo delle materie, di quelle cioè, che dall' acqua vengono portate. Circa al corfo poi, che l' acqua acquifta alla punta de' penelli, fi è veduto nell' incontro della Vifita del Po 1719, quanto moto concepifce effa alla tefta de' moli fatti a' prifmi, formati avanti della Città di Piacenza contro le corrofioni del Po, rimanendo nelle altre loro parti con l' acqua a collo fenza moto, e ridotta del tutto molente.

VIII.

La forza dunque di cotali ripari si calcolerebbe assai eccedente, quando si volesse che fosse come il prodotto del quadrato della velocità nello spazio occupato da quell'acqua, che viene a ferire il penello: cosa, che solamente può seguire per un qualche tratto verso della di lui punta, nè verso della riva altro tormento non potrà risentire, che qualche peso dall' acqua, se la superiore si rimanga per un poco più alta dell'inferiore per di dietro il riparo; lo che anco si farà manifesto, quando si rifletta, che l'acqua stagnante superiormente al penello, contro di cui si scarica l'impeto della corrente, non può comunicare il moto alle vicine parti in quel modo che accade allora che un corpo solido percuote altri corpi pur solidi collocati nella medesima direzione. Egli è ben vero, che l'acqua in correre urtando nella stagnante XKL, ZHI, ovvero YOP, essendo più veloce verso le punte de' penelli, che verso la riva, può agevolmente eccitar de' vortici, i quali quando siano di tal numero e forza da accostarsi al sito ove è piantato il penello, impedirebbero non che le deposizioni e gli atterramenti in detto luogo, ma cagionerebbero molta profondità a' piedi del riparo, col ridurlo in breve tempo a molta debolezza e pericolo di rimaner distrutto, avvegnachè scalzato che fosse, sarebbe reso inutile a reggere al carico dell' acqua, nè meno operando ella col solo di lei peso, non che con la violenza del corso. A tal sorta d' inconvenienti rimangono esposti principalmente que' penelli, che formano angolo acuto con la riva dalla parte superiore, come HI; nè da un tal disordine vanno esenti quelli, che stanno collocati alla medesima riva perpendicolari, come *b* I, e meno di tutti quelli che si piantano ad angolo ottuso con essa riva come OP, i quali quanto più sono dolci, o posti a seconda del fiume, meno sempre restano soggetti al predetto sconcerto.

IX.

La forza de' vortici, non altrimenti che nell' aria allorchè dessa forma i turbini e le bisciabove, è molto insigne nell' acque correnti. Si pongono queste in un moto circolare, abbandonando il rettilineo qualunque volta incontrano un *obice*, che al loro moto progressivo resista; nel qual caso convertendo la direzione rettilinea in circolare, si forma una figura conica, ponendosi in giro

ro l'acqua coll'inclinarsi spiralmente dalla superficie al fondo, in cui termina o con l'apice del cono, ovvero prima che questo vi arrivi, trivellandolo e profondandolo con un'estrema violenza o al piede dell'obice, da cui ha avuto origine il vortice, o da questo non molto lontano. Non tutti però gl'impedimenti posti nel fiume generano i vortici, ma quelli solamente che sono posti o a piombo, o poco fuori del perpendicolo, come sono in grazia di esempio le palificate o disposte in paradori, o in pennelli, gli angoli salienti delle muraglie, ed altri consimili: ogni galleggiante che discorra a questi contiguo, ne viene rapito, e strascinato al fondo con molta violenza. Se però le acque correnti non hanno insigni profondità, la forza della penetrazione de' vortici non è di molto riflesso, come ben lo è quando l'altezza viva dell'acqua è molta, e ne deriva da ciò, che potiamo sostenere le palificate ne' fiumi profondi da 8 in 10 piedi, ma non già in quelli che ne hanno 20: la ragione si è, che operando in tali turbini d'acqua la sola velocità perpendicolare, il di cui grado viene determinato dall'altezza maggiore o minore dell' acqua medesima, e niente contribuendo la circolare, che può esser considerata come data e costante, e prodotta dal solo moto progressivo del fiume, è palese, che l'azione non si può render molto sensibile se non in grande altezza: Per altro la circolare non agisce se non nell'urtar di fianco l'*obice* che incontra, o sia di un solo vortice più dilatato, o di molti minori, ne' quali talvolta si suddivide; ma è facile da vedere, che se il danno cagionato da' vortici non consistesse, che nell'impressione laterale contro de' ripari, facile sarebbe il difendersene; ma il caso si è di doversi resistere alla forza della penetrazione che fanno essi vortici contro del fondo, scalzando irreparabilmente il riparo, onde vengono giustamente i vortici riputati da tutti i più saggi Idrometri, *la peste de' fiumi*, senz'aversi pur anco trovato forza, che resister vi possa, ed allora principalmente quando il fondo del fiume si trova sabbioniccio; tutto lo studio però esser deve nell'impedire, che non si generino.

X.

Per determinare adunque il più precisamente, che sia possibile qual forza vi sia nell'apice de' vortici, e qual incremento essa prenda in questa parte, si potrà supporre esso vortice, come fatto da una spirale intorno ad un cono. Essendo dunque manifesto,

che per qualunque curva discenda un grave, non ha, prescindendo dalle resistenze, nè può avere mai maggior velocità di quella che acquisterebbe discendendo per la perpendicolare; e dovendosi però prendere da quest' azione la forza del vortice in riguardo alla velocità, se s' intenderà il vortice formato DFAG (*Fig.* 13. *Tav. V.*) di cui la superficie al pelo dell' acqua DEG, il vertice A; sia D*cb* la spirale descritta dal moto vorticoso dell' acqua inclinata al piano orizzontale coll' angolo formato dalla tangente di essa spirale nel punto D, e dal piano orizzontale DEG: Siano AE, A*e* due linee infinitamente prossime, che partendo dal vertice A terminano nella base DGE, formando l' angolo infinitesimo EA*e*; Si faccia passare per il punto *b*, ove A*e* taglia la spirale, il circolo F*b* parallelo a DG; e chiamisi $EC = y$, $BC = dy$; $FB = x$, $Bb = dx$: La velocità circolare in FB con cui devesi intendere che l' acqua si muova sempre con direzione parallela a $DG = u$, ma questa sia data e costante. Essendochè dunque lo spazietto CB sarà percorso con la velocità $\sqrt{EC} = \sqrt{y}$, e lo spazietto B*b* con la velocità u, e tutti e due nel medesimo tempo; per tanto sarà l' equazione $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{\sqrt{y}}$, ed integrando $\frac{x}{u} = 2\sqrt{y}$, ovvero $xx = 4uuy$, equazione ch' esprime la natura della spirale DC*b* formata dal vortice.

XI.

E perchè le forze sono come i quadrati delle velocità, sarà essa forza $f = y = \frac{xx}{4uu}$, vale a dire in ragione diretta del quadrato dell' altezza EC, e reciproca del quadruplo del quadrato della velocità costante circolare FB, ovvero perchè è data questa velocità, in ragione del quadrato di detta altezza.

XII.

Scolio. Sia $x = 4$ piedi, ovvero a quarantotto once, sarà la forza in tal punto come 2304: e se $x = 5$ piedi, ovvero once 60, sarà dessa eguale a 3600; se poi la forza predetta sia = piedi 6, cioè a 72 once, valerà la forza 5184; onde resta assai chiaro il grande aumento che riceve il vortice a misura della di lui profondità, di modo che il doppio di altezza porta quattro volte più di forza.

Co-

XIII.

Coroll. Resta poi manifesto, che quanto maggiore sarà la velocità dell' acqua corrente del fiume, i vortici succederanno di diametro più dilatato, valendo il quadrato di essa velocità per la forza tangenziale da descrivere la spirale, o per meglio dire quel circolo, che risponderà ad un dato punto di essa spirale, ed è manifesto altresì, che quanto maggior copia di acqua sarà posta in giro, che di più durata sarà il vortice; qualunque però siasi l' ampiezza di questo in pari altezze, sarà eguale l' effetto, se non in riguardo del grado, certamente in rapporto del tempo.

XIV.

Si può ricavare da quanto ne' numeri precedenti si è detto, che dove si eccitano i vortici, a misura che il fondo è lontano dalla superficie, tanto maggiore segua l' effetto dell' escavazione. Siano i fondi variamente inclinati AF, AL, AM; (*Fig.* 14. *Tav. V.*) la superficie dell'acqua AB, e s' intendano formati i tre vortici, C, D, E; soffrirà da questi più il fondo AM, del fondo AL; e questo più del fondo AF, essendochè per li numeri X. e XI. di questo, le forze in M, L, N, K, O, I, sono ben maggiori della forza del vortice respettivamente in F, G, H, cosicchè in grazia di esempio, se condotta la FO dall' intersecazione F all' apice O del vortice EO sia questa parallela all' orizzonte dell' acqua BA, sarà la forza in O per escavare il fondo, eguale alla forza del vortice CM in F; ma la forza in F è molto minore della forza in M; dunque la forza in O, anch' essa è molto minore della forza in F.

XV.

Se dunque il fondo, o riva AM fosse assai tormentata dall' azione di tali vortici C, D, E, e si volesse pensare a ripiegarvi: Se noi vi piantassimo de' pali perpendicolari alla superficie dell' acqua come FM, GN, HO, non già levaressimo l' effetto perniciosò, ma piuttosto lo verressimo ad accrescere, imperocchè urtando l' acqua in tali nuovi *obici*, si ecciterebbero nuovi vortici, che avendo libero spazio di agire sopra della riva AM nelle altezze come prima, produrrebbero lo stesso e maggior effetto, e ben tosto si vedrebbero scalzate e sconvolte le palificate,

te, che per togliere lo sconcerto vi fossero state poste: Bensì o si leverebbe affatto, o molto si minorerebbe, se sopra la predetta riva piantati più ordini di pali, come FM, NG, OH, sopra vi fosse conficcato un forte tavolato AF, il quale impedendo il progresso dell'apice de' vortici, e togliendo loro la forza in F, G, H, darebbe campo, con qualche altro lavoriere superiore, di empirsi tutto lo spazio FAM, e con ciò riducendosi la riva meno acclive, meno resterebbe esposta al dirupamento. Egli è ben vero, che non tutti i fiumi, ed in spezie i grandi soffrirebbero un tal ripiego per non dar tempo e modo di ergere il riparo che sia forte e consistente; ne' mediocri però e piccioli, e molto più ne' temporanei possono riuscire di molto utile tali difese, le quali facilmente volle indicare il Celebre Montanari in certe Scritture sopra le acque, nelle quali esaltava sopra di ogni altra cosa per ovviare alle corrosioni ed intacchi, che i fiumi fanno alle rive, i ripari piantati obliquamente, anzi si espresse di pensare al modo di figere anco obliquamente i pali, ben conoscendo che la perpendicolarità di questi serve molto ad accrescere gli sconcerti de' fiumi in vece di toglierli.

XVI.

Scolio. Quindi è, che ne' fiumi grandi, come v. gr. il Po, non potendosi perlopiù lavorar con palificate, ho io introdotto il piantare in vece di dette palificate, i moli di gabbioni, che avanzandosi secondo una certa direzione verso il filone del fiume, abbiano scarpe sì dolci da proibire la formazione de' vortici. Così avendo avuto a coprire alla Contarina la gran Coronella, che ivi fu formata per chiudersi una grandissima rotta, che si era aperta del 1725, furono piantati due moli, composti con barche ripiene di terra affondate, e poi sepolte fra un gran numero di Gabbioni ben alti e grossi ripieni della miglior terra, che si trovasse in que' siti, con i quali furono ridotti i detti moli ad avere una scarpa tale, e sì dolce, e poco acclive, che non ostante che fossero piantati in 18 piedi di acqua, hanno sempre resistito alla correntìa, senza che mai siansi prodotti i vortici, di maniera che essendo seguito celeremente l' effetto di rivolgere la corrente, lontana dalla riva anche prima, che i detti moli fossero compiti in tutta la divisata lunghezza, per non gettare superfluamente il danaro pubblico, si sono lasciati senza ulteriormente avanzarli, il che ha dato luogo a' meno intendenti, per non dire a' detrat-

tori

tori delle altrui operazioni , di disseminare , ch'essi ripari erano stati in parte dalla violenza delle acque asportati. Ben maggiore fu l' impegno di altri moli, e contramoli piantatisi in altre parti di detto fiume, formati però di soli Gabbioni, ma di una estesa sorprendente; nè l' effetto di quelli che si sono fatti piantare nell' Adige al sito delle pericolose corrosioni del Bertolino, e della Rotta nuova è stato minore di ciascun altro, avendo, benchè di assai moderata lunghezza, potuto assicurare quelle gelose parti, e col rivolgere il corso alla parte opposta, e col radunare immense sabbie a profitto della riva, che rimaneva intaccata. Consiste tutto il segreto di detti ripari nel ben attaccarli all' argine, nel dar loro grande scarpa, e nell' empire i Gabbioni della miglior terra, che sia veramente cretosa e tenace, il che quando venga effettuato, e restano impediti i vortici, e levate certamente le più pericolose corrosioni.

XVII.

Infinite possono essere le direzioni da darsi a' pignoni, o penelli, che, come è stato detto, così si chiamano quelle palificate semplici o doppie, oppure que' moli, e muraglioni, che attaccandosi fortemente alla riva XQ (*Fig. 15. Tav. V.*), secondo una certa direzione, vanno ad incontrare il corso dell' acqua; dissi infinite, perchè se dal punto A della riva XAQ, si descriverà dal centro A il semicircolo DHG, i di cui raggi rappresentino questi ripari come AM, AL, AH, AI, AK, infinite saranno le direzioni, per tutti i punti cioè della circonferenza DHG: A misura poi che più o meno sono essi inclinati alla direzione del fiume, maggiore o minore sarà la quantità dell' acqua, che essi incontreranno, di maniera che l' impedimento che faranno per fare al corso dell' acqua, sarà sempre in ragione de' seni retti delle respettive loro inclinazioni, se il penello fa angolo acuto verso le parti superiori del fiume; del seno tutto, se è piantato ad angolo retto con la riva, e della differenza o sia complemento a due retti, se ottuso sopra della medesima.

XVIII.

In parità dunque di lunghezza de' penelli, sarà più discosto il vertice della curva XL (*Fig. 12. Tav. V.*), ovvero ZI, ovvero YS dall' attaccamento, che egli ha alla riva, quanto è maggiore il seno dell'

dell' inclinazione se sia acuto come HI, cosicchè nel retto KL l' attaccamento X sarà nella maggiore possibile distanza: Ma negli ottusi come OP, la distanza OY sarà maggiore, allorchè il seno della differenza fra l'angolo dato YOP, ed i due retti sarà parimente maggiore.

XIX.

Coroll. Si ricava da quanto si è detto, che il massimo ristagno, o sia *molente* dell'acqua a causa de' penelli, seguirà nel penello perpendicolare alla riva, e la minima nell' ottuso alla medesima, e che quanto più è ottuso. o acuto, minore sarà il detto ristagno sino a ridursi a nulla, se l'angolo svanisce affatto, e diventi o zero, o di 180 gradi.

XX.

Perchè spesse volte accade di aversi a piantare de' penelli non solamente coll' oggetto di staccare dalla riva il filone dell'acqua, onde ne resti impedito l' ulteriore intacco della medesima, ma ancora perchè essi ripari facciano seguire delle deposizioni nella loro parte superiore, ed anco nella inferiore, come si andrà considerando; Sia però da ritrovarsi lo spazio, che occuperà la molente dell'acqua fatta da' penelli o acuti, o ottusi, col supporre nota per le osservazioni l' area della *molente* formata dal penello retto XKL, (*Fig.* 12. *Tav. V.*) purchè s' intenda con gli altri della medesima lunghezza. Si chiami $KX = a$, $KL = b$, e condotte le perpendicolari bI, cP, sia $Zb = x$; $bI = y$, $Yc = X$, e $cP = Y$. Si supponga che KX, ovvero bZ, oppure cY, elevate alla podestà n esprimano le funzioni dell' ordinata rispetto alla sua abscissa LK, Ib, Pc. Per esser queste curve della medesima specie, sarà l'analogia $KX^n . KL :: Zb^n . bI :: Yc^n . cP$, cioè in termini analitici $a^n . b :: x^n . y :: X^n . Y$, onde le equazioni $y = \frac{bx^n}{a^n}$, ed $Y = \frac{bX^n}{a^n}$; dicasi in appresso, il seno dato dell' inclinazione del penello con la riva $bHI = c$, e quello di YOP, oppure del suo complemento ai due retti $cOP = C$; così quello del complemento $bHI = m$, e l'altro $cOP = M$. Sarà per la trigonometria $c . y :: m . \frac{my}{c} = bH$, ed istessamente $Oc = \frac{MY}{C}$; Si chiami poi l'area $XKL = A$; sarà l'area $ZHI = \frac{myy}{2c}$

$+\int$

$+\int y\,dx$, e l'area $YcP = \int Y d X - \frac{MY^2}{2C}$. Intendasi poi che l'area XKL stia all'area YOP, come p a q, sarà l'analogia $A . \frac{myy}{2c} + \int y\,dx :: p . q$; e l'area XKL all'area YOP stia come q all'r sarà $A . \int Y d X - \frac{MYY}{2C} :: q . r$, e finalmente stia l'area ZHI all'area YOP, come r all's, sarà $\frac{myy}{2c} + \int y dx . \int Y dX - \frac{MYY}{2C} :: r . s$ nelle quali analogie basterà sostituire i valori di y dato in x; di p; q; r; s. e fissare la spezie delle curve XL, ZI, YP per determinare le ricercate proporzioni delle dette aree. Generalmente sarà $\frac{myy}{2c} + \int y dx = \frac{m}{2c} \times \frac{bbx^{2n}}{a^{2n}} + \int \frac{bx^n\,dx}{a^n}$, ovvero $\frac{m}{2c} \times \frac{bbx^{2n}}{a^{2n}} + \frac{bx^{n+1}}{n+1\,a^n} \pm Q$, e $\frac{MY^2}{2C} + \int YdX = \frac{M}{2C} \times \frac{bbX^{2n}}{a^{2n}} + \frac{bX^{n+1}}{n+1a^n} \pm S$. (Q ed S sono quantità costanti da determinarsi dalla natura delle curve in quistione.)

XXI.

Sia da trovarsi in un fiume in un dato angolo acuto verso le parti superiori di un penello, la lunghezza di questo perchè renda stagnante l'acqua in modo, sicchè lo spazio compreso da esso, rispetto a quello formato da un penello normale alla sponda sia come 1 al 2; sarà dunque $n = 1$, e $p = 2$, $q = 1$, e l'angolo $bHI = 50°$, onde il di lui complemento $bIH = 40°$. Sia $a = 6$; $b = 4$, sarà $A = 12$, e l'analogia del numero precedente $A . \frac{m}{2c} \times \frac{bbx^{2n}}{a^{2n}} + \frac{bx^{n+1}}{n+1a^n} :: p . q$ diventerà $12 . \frac{76604}{2 \times 64279} \times \frac{16xx}{36} + \frac{4xx}{12} :: 2 . 1$, che ridotta dà $x = 3\frac{154}{1000}$ prossimamente, e perchè $y = \frac{bx^n}{a^n} = \frac{bx}{a} = \frac{4 \times 3\frac{154}{1000}}{6}$, sarà $y = 4\frac{103}{1000}$, e per la trigonometria essendo $\int bHI$, $50°$. bI, $2\frac{103}{1000} :: \int T . HI = 2\frac{745}{1000}$, quindi se nel dato angolo bHI di gradi 50, sarà inalzato il penello HI, cosicchè la lunghezza di questo alla lunghez-

za dell' altro KZ stia come 549 a 800, fermerà questo la metà dell' acqua in riguardo del primo, come si era proposto. Che se si cercasse qual dovesse essere la lunghezza di detto penello, perchè nell' angolo dato fermasse, e rendesse *molente* altrettanta acqua, quanta il penello perpendicolare KL, allora essendo $p = q$, sarà, fatto il calcolo, la proporzione della lunghezza dell' acuto al normale, come 1941 a 2000. Parimente chi volesse render *molente* l' acqua in ragione di 3 al 2, essendo in tal caso $p = n$, $q = 3$, sarebbe la lunghezza ricercata di detto penello alla lunghezza del perpendicolare, come 5527 a 4000.

XXII.

Scolio. Avvegnachè le cose antedette possino esser vere in pura ed astratta teorica, nientedimeno non sempre producono i divisati effetti in pratica. Ne darò un assai chiaro esempio. Avendosi dovuto fare una diversione all' Adige con un Taglio reale alle parti della Torre nuova, e ciò per levargli quattro perniciose curvature, che oltre il ritardargli il corso, una di esse, cioè la più vicina alla Torre nuova, faceva passar la maggior parte del fiume per il Canale Naviglio di Loreo nel Po di Levante, e per questo al Mare, col lasciar senza forza, perchè con pochissima acqua il tronco principale verso della Cavanella, e foce di Fossone, fatto che fu il Taglio, e superate tutte le difficoltà di far un alveo in un terreno tutto marcio e di cuoro, e dovendosi a motivo di aver la comunicazione col Po, lasciar tant' acqua al predetto Canal Naviglio, che fosse sufficiente per la Navigazione, ed anco perchè l' Adige aver potesse per questa parte un adattato sfogo nelle sue escrescenze, nè volendosi impegnare in nuovi Taglj, e potendosi agevolmente ottenere l' intento servendosi di quel pezzo di alveo, che dalla bocca del nuovo Taglio passa alla Tornuova, vale a dire del medesimo, che prima di formare il Taglio serviva sino a detto termine di letto all' intiero fiume, tutto l' impegno fu di bilanciare in modo, e dividere l' acqua, che una data minor porzione ne passasse verso Loreo, e la maggiore discorresse pel Taglio: Furono a tal fine però ideati un penello, ed uno sperone, perchè ci procurassero l' effetto predetto. AB (*Fig.16. Tav.V.*) rappresenta l' Adige, CD il Taglio nel di lui principio, ed imboccatura, là dove cioè si stacca dall' antico letto; Era da ridursi EB porzione dell' alveo dell' Adige, che passa alla Tornuova in modo che non avesse a ricevere che un terzo in circa dell'

acqua

acqua del fiume. Fu a tal oggetto piantato il penello alquanto curvo LM con doppia palificata ad angolo assai ottuso con la sponda per rivolgere il corso maggiore nella bocca del Taglio, di poi fu costrutto lo sperone FE parimente formato con doppia palificata di forma triangolare, e tutto fu fatto riempire fino all' acqua mediocre di terra, e Volpare, e questo perchè fermando l' acqua nello spazio EKG, e riducendola stagnante viepiù potesse prender corso pel nuovo canale CD: riuscì questo ad angolo acuto EFH verso le parti superiori del fiume, e da chi eseguì l' opera, trovandomi io lontano per altre faccende, fu lasciato intatto il pezzo di argine H, che volevo abbassato fino al livello dell' acqua ordinaria. Seguì infatti l' effetto di rivolgere gran parte dell' Adige nel Taglio dopo un qualche tempo, ma ben lungi di potersi mai ridurre a *molente* lo spazio EKG fra lo sperone e la punta dell' argine di cui si è detto, sito che restò sempre tormentato da' vortici in maniera tale, che a riserva di qualche picciolo spazio vicino a K al vertice cioè dell' angolo di detto sperone con la sponda, non solamente si mantenne quivi il primo fondo, ma si accrebbe, e la punta E restava così tormentata, che per salvarla si ebbe bisogno di far gettare al piede, ed a ridosso de' pali una quantità di sassi condotti dalle cave di Lispida. Fu molto pensato al modo di levar questi vortici, ed un tale dannoso irregolare corso, che s' internava incessantemente verso di FE minacciando di distruggere la prima linea de' pali dello sperone: si giudicava utile il far levare l' argine FH, ed abbassare la marezana, ma entrato in taluno qualche scrupolo, che allargata soverchiamente la bocca del Taglio non avesse poi l' acqua conveniente forza per tenersi escavato quanto era uopo il fondo, fu preso finalmente il mezzo termine di piantare alla punta H, (che pur era stata fin da quando fu aperto il Taglio guernita, senza però molta necessità di pali) un picciolo molo servendosi di una barca affondata, e ripiena di buoni Volparoni, e terra; ed in fatti tale operazione eseguita, o fosse che per essersi ridotta in dolce scarpa impediva i vortici, o fosse, che la punta G venne a riuscire sì lontana da H, che abbondantemente potè impedire il maggiore disordine, riducendo l'acqua a correre anche più in là della punta E, con ciò fu il tutto per allora assicurato, e continuò l' Adige ad imboccare sempre meglio il Taglio, come erasi divisato, cosicchè poco più della quarta parte di esso passava verso di Loreo per l' alveo, che fu detto di comunicazione,

ed il rimanente per il Taglio verso di Fossone: i detti ripari hanno poi fatto nella parte inferiore marezane tali, che l'alveo si è ridotto anche in qualche riflessibile distanza da essi, alla sola larghezza conveniente, per conservar la navigazione, vale a dire alle misure del Naviglio di Loreo, ed ultimamente coll'impianto di alcuni altri moli, che furono suggeriti da me fin allora, che fu divisato di servirsi di questo tratto di alveo per la navigazione del Po, si è poi ridotto alla sua perfezione. Ecco dunque come non sempre i penelli acuti fanno il *molente*, come taluno è di parere; il che tutto si è voluto esporre a lume e documento di quelli, che sono destinati a regolare le acque correnti.

XXIII.

Cade in tal proposito l'esame di alcune proposizioni registrate da Fammiano Michelini nel Trattato della *direzione de' fiumi*, e fra le altre quella che viene posta nel Capitolo secondo, volendo provare, che l'acqua stagnante in un Vaso avente i lati perpendicolari all'orizzonte, non vi faccia veruna pressione, quasichè nella guisa, che accade a' corpi solidi tutto il conato fosse diretto verso del fondo, e niente contro delle sponde. La dimostrazione ch'egli porta è la seguente: *Ora se egli è vero che il fondo dee esercitare forza eguale al peso assoluto, non è possibile che per lo contatto collaterale del piano perpendicolare all'orizzonte patisca lo stesso piano compressione alcuna da detto grave, perchè se ciò fosse vero, oltre alla resistenza totale, che fa il fondo, vi sarebbe anco quella del piano collaterale, che fra tutte due insieme farebbono una somma maggiore del peso del solido, e così un grave di due libbre peserebbe più quando egli è appoggiato ad un piano perpendicolare all'orizzonte, che se egli pendesse per l'aria libera, la qual cosa è impossibile*. Dal qual discorso si raccoglie, che l'effetto sarebbe maggiore della sua causa, quando secondo i principj della Filosofia è noto, che ciò mai può succedere.

XXIV.

Un tal sentimento oltre all'esser contrario a quanto hanno scritto il Guglielmini, Ermanno, ed altri, che dell'Idrometria hanno trattato, si prova erroneo da quanto segue. Non si nega che il fondo del vaso non abbia a sostenere tutto il peso del fluido, che vi soprasta, ma da ciò niuna implicanza ne deriva, che il medesimo fluido non possa anco nello stesso tempo premere

le

le ſponde laterali di eſſo vaſo, ed il conato ſarà in ragione delle reſpettive altezze dello ſteſſo fluido; in quella guiſa che punto non implica, che un grave poſato ſopra un piano orizzontale non vi peſi tanto allorchè reſta quieto, quanto allorchè viene poſto in movimento, e fatto paſſare a percuotere un oſtacolo che vi foſſe oppoſto ſopra del medeſimo piano. Naſce ciò da un' altra cauſa e forza ben diverſa da quella, con cui gravita ſopra del fondo; così il fluido dentro del vaſo peſa, egli è vero, ſopra del fondo nella ragione del proprio peſo; ma eſſendo il fluido ſommamente lubrico e ſdrucciolevole, ſi ricerca, che le ſponde vi contr' operino per fermarlo nel ſuo ſito; ora lo sforzo di queſta reazione vale appunto quello che chiamaſi l' azione del fluido che ſi eſercita contro le ſponde, che niente ha che fare coll' aſſoluto peſo, con cui l' acqua preme inceſſantemente il fondo, in quella guiſa che non ſi laſcia di eſſer meno grave allorchè ſi preme con forza un muro, oppure allora che ſi ſcaglia una pietra a qualche diſtanza.

XXV.

Dal che poi procede non verificarſi nè meno ciò che lo ſteſſo Michelini nel detto Capitolo ſecondo avanza, appoggiato al principio ſopraenunciato, cioè, che *gli argini faranno picciolíſſima forza per ritener l' acque in comparazione di quella che dovrà fare il fondo*, mentre, oltrechè gli argini di terra non ſono mai perpendicolari al fondo, ma inclinati, abbenchè queſta forza vada ſempre ſcemando verſo la ſuperficie dell' acqua, ſino ad arrivare al nulla, contuttociò abbenchè non ſia ella, quanto quella del fondo, non è poca però, ed al certo tale, che per lo più arriva ad eſſer la metà dell' altra. Segue il Michelini nel Capitolo terzo la ſteſſa ipoteſi, e per conſeguenza dura nello ſteſſo equivoco, nel paragonare che fa l' impreſſione che un cubo di bronzo farebbe ſopra d' un piano orizzontale, ſu di cui poſaſſe, il quale ſtraſcinato che foſſe, toccando un muro verticale eretto al piano predetto, quando eſſo cubo camminaſſe ſempre allo ſteſſo parallelo, *non patirebbe*, dic' egli, *compreſſione alcuna, ancorchè foſſe di latte rappreſo* (per ſervirmi delle di lui ſteſſe parole) *nè per qualunque moto violento, che impreſſo gli veniſſe*; lo che tutto ſi concede ne' ſolidi, ed anco ne' fluidi, per quanto riguarda al non variarſi delle impreſſioni, ma ſi dice non poterſi già verificare, che quella preſſione che deriva dall' altezza del fluido,

fluido, e ch' efercitavafi contro della parete, non fegua a produrre coftantemente il proprio effetto; e quì fi ricerca di nuovo, fe concepito che aveffe quel cubo un rapidiffimo movimento, credeffe il Michelini, che in proporzione dell' energia di quefto foffe per aggravare il foggetto piano con lo fteffo pefo, oppure con minore? ch' è quanto può fervire a confutare il Capitolo fecondo di effo Autore.

XXVI.

Al Capitolo quarto, confiderando un Vafo, o Vivajo, come effo lo chiama, con le fponde perpendicolari all' orizzonte, ma col fondo al medefimo inclinato, come EF rifpetto ad AF, DG del vafo DAGF, pretende di dimoftrare, che effendo ripieno di acqua ftagnante fino in DA (*Fig.* 17. *Tav. V.*), e la fponda AF riufcendo nella parte *più baffa del Vivajo, farà forza per ritenere l' acqua ftagnante, e la refiftenza che dovrà fare al pefo affoluto di tutta l' acqua del Vivaio avrà quafi la fteffa proporzione, che l' altezza del fuolo* EG *alla lunghezza del fuolo inclinato* EF. La dimoftrazione che foggiunge, dipende da un principio equivoco che fuppone, pretendendo che l' acqua ftagnante fia foggetta alle fteffe anomalie di un grave folido, che per lo piano EF difcendeffe a far impreffione contro della fponda AF. L' affurdo che da tal fuppofizione nafcerebbe, fi ricava nel modo che fegue. Perchè dunque fecondo il Michelini deve ftare l' analogia EG ad EF, così la refiftenza di AF al pefo affoluto P dell' acqua, farà la refiftenza di $AF = \frac{EG \times P}{EP}$. Intendafi per tanto un vafo DEFNM (*Fig.* 1. *Tav. VI.*) parte del di cui fondo EF fia inclinato all' orizzonte, e parte fia in fito orizzontale come FN. Sarà dunque fecondo l' Autore preffata la linea AF (quando il vafo intendafi ripieno di acqua fino in DM) ch' è il filamento dell' acqua che fovrafta al punto infimo F del piano inclinato EF, giacchè quefto piano promove l' impreffione fopra la fponda AF, fe folida foffe, e tale non effendo ma fluida, fopra dell' acqua fteffa che equivale alla fponda, ma a detta fuppofta azione contr' operando l' acqua in FM, dovrà quefta rifentire del carico, e feco ancora la vera fponda MN per partecipazione e comunicazione di moto, ed il momento di effo carico farà lo fteffo, che rifentirebbe nel fenfo del Michelini la AF. Si fupponga ora che il piano EF fia eretto verticalmente a piombo in AF; nel qual

cafo

caſo la formola della reſiſtenza di AF, o di MN, che di ſopra ſi è detto eſſere $\frac{EG \times P}{EF}$ diverrà $= P$, pareggiandoſi EG, ed EF in AF; adunque il carico che avrebbe MN ſarebbe eguale al peſo aſſoluto del fluido, ma lo ſteſſo viene riſentito dal fondo, adunque l' effetto proveniente da una parte, ſarebbe eguale all' effetto proveniente dal tutto: coſa che non può ſuccedere.

XXVII.

Il Capitolo quinto del medeſimo Autore dà motivo d' indagare varie coſe per rapporto alle reſiſtenze degli alvei, sì in riguardo al loro fondo, che alle ſponde, dic' egli, che *la reſiſtenza degli argini dovrà eſſere aſſai picciola in comparazione di quella del fondo;* naſce la propoſizione dal di lui terzo Capitolo, che ſi è dimoſtrato inſuſſiſtente, onde cade per conſeguenza ancora quanto in queſto ſi avanza. La reſiſtenza che devono fare gli argini non è sì poca, che debba traſcurarſene la conſiderazione, ſentendo la ſponda il peſo dell' acqua, meno bensì del fondo, a miſura ch' è da queſto più diſcoſto quel punto che ſi conſidera, ma molto più ſenſibile a miſura ch' eſſo punto ſi avvicina al fondo, come ſi è notato al numero XXV. di queſto. Per altro non ſi credeſſe che il fondo foſſe aggravato da altra forza, che da quella che proviene dal peſo del fluido, e non come crede il Michelini quando ſi eſprime: che *il ſuolo del fiume reſta percoſſo dall' impeto attuale, e dall' energia e peſo di tutta l' acqua*; mentre ſe s' intenderà il fondo di un fiume, quanto ſi voglia inclinato AD, (*Fig.* 2. *Tav.VI.*) e che venga gravato dal peſo dell' acqua nel punto B in ragione di BE, è manifeſto per la Statica, che il fondo reſta premuto dall' acqua, quanto porta la perpendicolare EC, come appunto reſterebbe aggravato, ſe l' acqua in vece di correre, ſi ſupponeſſe agghiacciata; nè la velocità de' filamenti dell' acqua, che ſi fa ſecondo una direzione parallela al fondo può in conto alcuno imprimere nel medeſimo un maggiore impulſo. Tanto pur ſi rileva nel Capo ſeſto, propoſizione 38. del movimento delle acque del P. Abate Grandi. Il Capitolo 6. del Michelini nè eſſo pur regge, come appoggiato al Capitolo 4, dimoſtrato che ſi è contrario alle vere regole della Statica; così parimente il Capitolo 15. non può ſuſſiſtere per la medeſima ragione, ed in tanto l' argine dalla parte del maggior fondo, che nella figura di eſſo Michelini

chelini è il CD, può restar corroso, in quanto che più alto del suo opposto, soffre maggior peso dall' acqua, e di ordinario avrà il filone poco da se discosto; onde qualunque impedimento che risalti fuori del medesimo argine, può facilmente produrre la corrosione, come si è provato al numero VI. di questo, e perciò il fiume potrà nella supposizione del detto Autore perdere la prima tendenza retta, e rendersi incurvato e flessuoso.

XXVIII.

Passando esso Michelini a trattar de' ripari per la regolazione delle acque correnti, stabilisce ne' Capitoli 23, e 24. del sopraddetto Trattato, che *i pignoni triangolari, che dall' argine pendono a scarpa verso il mezzo del fiume, possino fare una valida resistenza*. Ricerca i vantaggi che recar possono col fondamento delle dottrine da esso allegate, ma queste avendo per base alcuni principj manifestamente inammissibili, convien rintracciarne altronde l' utile che apportano, e determinarne se possibil sia, il grado ed il valore. Io suppongo in primo luogo formati già questi penelli, o pignoni con pali, che piantati alla distesa in due o tre linee, ed intersecati da altri pali, vengono a formare vari spazj riquadrati, da riempirsi poscia di sasso, o di altra materia pesante. Suppongo in secondo luogo, che i detti pali sieno e conficcati in eguali distanze fra di loro, ed egualmente grossi e pesanti, e che il terreno ove sono fitti sia di una eguale resistenza, ed orizzontale; in terzo luogo, che tutto lo sforzo, che in uno de' pali può produrre l' acqua, si consideri come rammassato in un solo punto, in cui tanta debba esser la resistenza, quanta di tutti gli altri assieme del detto palo, vale a dire, che questo sforzo si faccia in un sito tale, e con tal grado di forza, che vaglia ad agire contro del palo, come l' unione delle forze particolari di tutti gli aquei filamenti, che realmente lo percuotono, qual impeto sopra di quel tal punto si potrà chiamar *medio*. Sia per tanto da cercarsi nella data lunghezza AG, (*Fig.* 3. *Tav. VI.*) ove stanno piantati i pali di un pignone, che hanno l' altezza esposta alla corrente dell' acqua BD per il sito B; che ciascuna parte del riparo, o penello AEDFG possa resistere egualmente all' urto dell' acqua. Sia HC*c* la linea esprimente le velocità respettive, di maniera che dal punto B conducendo l' ordinata BC dinoti questa la velocità competente a questo punto, o per dir meglio, l' unione

ne di tutte quelle che vanno a ferire il palo corrispondente, e così ogni altra ordinata, rispetto ad ogni altro respettivo punto. Si chiami $AB = x$, $BD = z$, $BC = y$, e sia l'equazione della curva delle velocità $x = y^m$, essendo m un qualunque numero intiero o rotto da determinarsi da' fenomeni, secondo cioè i varj gradi delle velocità decrescenti, a misura che si recede dal filone dell' acqua; $AE = a$, che sarà il primo palo accanto della riva. Il momento con cui resiste ciascuna parte BD db infinitesima del palo e del penello, è come il quadrato della velocità, moltiplicato nello spazietto infinitamente piccolo BD db, che però sarà $yyzdx =$ ad una costante per la supposizione, facendo dx costante, e sostituendo in vece di yy il suo valore $x^{\frac{2}{m}}$, sarà $x^{\frac{2}{m}} dzdx + \frac{2}{m} z x^{\frac{2-m}{m}} dxx = 0$, che si riduce a $-\frac{dz}{z} = \frac{2dx}{mx}$, ed integrando $mla - mlz = 2lx$, ovvero per salvare la legge degli omogenei $\frac{a^{3m}}{z^m} = xx$, ed $a^{3m} = z^m xx$ equazione generale della curva ricercata EF, che determinerà l'andamento delle altezze del riparo. Senza differenziali si può ottenere lo stesso, supposte le stesse cose. Sia dunque da determinarsi le altezze de' pali, acciò ricevino eguali impressioni dal corso dell' acqua. L'azione dell' acqua sarà come yyz (fitta y la velocità media che opera sopra $BD = z$) la quale dev' essere costante da per tutto, dunque $yyz = a^3$; ma $yy = x^{\frac{2}{m}}$, dunque $x^{\frac{2}{m}} z = a^3$, ovvero $xxz^m = a^{3m}$ come sopra.

XXIX.

Corollario. Se $m = -2$, allora HC sarà un' iperbola del secondo grado, e la curva EF diverrà una retta linea, la quale però non potrà mai unirsi al fondo G, ma avrà un *minimo* FG di una data quantità. Se $m = \frac{1}{2}$ cioè quando HC fosse una parabola, la di cui ordinata AB, allora EF sarà un' iperbola del quarto grado. E se $m = 2$ sarà HC una parabola, di cui l' ordinata BC, e la EF sarà in tal caso un' iperbola quadrato-quadratica. Credo per tanto, che il maggior vantaggio che si possa ricavare da tali ripari, consista nel poterli fare da per tutto egualmente resistenti a petto dell' impulso dell' acqua, abbassando i

pali con certa legge verso la loro parte estrema FG, e non già come si persuade il Michelini, perchè col mezzo de' loro angoli acuti con la corrente dell'acqua facendo molente e deposizioni dalla parte di sopra, siano valevoli a rovesciare le acque dalla parte opposta, ciò venendo operato dal semplice ostacolo, onde si dirige a quella parte l'acqua, e mai per l'alzamento che quivi possa acquistare il fondo, tanto più che nè essa molente, nè esse deposizioni succedono, com'egli si avvisa, per quanto ci consta dalla pratica osservazione registrata al numero XXII. di questo, e dalla induzione teorica esposta al num. VII. parimente di questo Capitolo.

XXX.

Scolio. Contuttociò difficilmente, e forse mai si potrebbe dall'arte, quantunque espertissima, piantare un penello, che avesse veramente le suddette condizioni, onde sarà piuttosto ipotetica, che vera e reale in fatto la precedente proposizione, essendo ben chiaro da vedere, che nè i pali possono essere egualmente fitti, nè il terreno egualmente resistente, per tacere di molte altre circostanze tanto intrinseche, che estrinseche a' medesimi penelli in riguardo della forza dell'acqua, che li viene a percuotere, ed a' vortici, che a loro pregiudizio possono andarsi eccitando. Inoltre, non sempre i penelli si fanno con palificate, ma sovente anco di muro, e di macigni disposti in linee, e che vengono a formare una specie di traversa ai fiumi, e questi, come assai facilmente può comprendersi, possono resistere ben diversamente di quello far possono le palificate. Sarà dunque opportuno di avanzare le considerazioni ancora sopra di questi, per ridurre poscia il tutto possibilmente all'uso, ch'è quanto ricerca il ben Pubblico, ed esige la buona direzione delle acque. Si esaminerà dunque ne' numeri seguenti quanto appartiene alle resistenze de' solidi o sciolti, o collegati assieme, co' quali si difendono le rive de' fiumi, e si considereranno inoltre le resistenze di qualunque sorte di palificata, come pure si ponderera la forza di que' ripari, che per esser composti e di palificate, e di macigni, si potranno chiamare ripari *misti*.

XXXI.

Lemma. Sia una leva AD convertibile intorno all'appoggio A, ed a questa siano applicate due potenze, la prima che la prema

prema secondo AL, ma con difforme grado di forza, di modo che questa abbia un *massimo* in A, ed un *minimo* in Z, e resti espressa per la curva MNZ, le di cui ordinate esponghino respettivamente i gradi della forza competente a quel tal punto, sopra di cui insistono. Parimente il rimanente dalla leva LD venga spinto in senso contrario, secondo tutta questa lunghezza da un altra forza, di grado pur variante, applicata come sopra, e che si esponga per la curva GO, che pur abbia un *minimo* DO, ed un *massimo* LG. Con le ordinarie regole della Geometria si quadrino le aree di queste curve, e si formino respettivamente due rettangoli PALK, LDIT (*Fig.* 4. *Tav. VI.*) che abbino le basi pur respettivamente eguali alle AL, LD, connotanti la lunghezza della leva destinata a ricever le predette impressioni di dette due forze contrarie: Se dal punto ove il lato PK taglia la curva MNZ si lascerà cadere NB, questa equivalerà alla forza media, e dinoterà il punto o centro dell' impressione di essa, dimodochè applicando la forza F al punto B, succederà lo stesso, come succedeva per l' azione di tutte le dette forze applicate secondo tutta la lunghezza AL. Tanto accaderà dall' altra parte, quadrando l' area della curva GODL, e formando il rettangolo LTID eguale alla dett' area, mentre dove il lato TI taglierà la curva in H, sarà questo il punto, da cui cadendo la perpendicolare CH alla leva AD esprimerà la forza media, e la potenza E applicata normalmente in C, produrrà lo stesso effetto, quando sia eguale alla CH, come l' intiera forza applicata alla LD. Facendosi dunque come la potenza F alla potenza E, così la distanza AC alla distanza AB, resteranno esse due potenze in equilibrio, e per poco che si accresca o il momento della potenza E, oppure la distanza AC, resteranno esse potenze sbilanciate, e potrà la E superare la F.

XXXII.

Riducendo la proposizione alla meccanica della resistenza che far possono i pali piantati ne' fondi de' fiumi e canali per la costruzione de' penelli, paradori, o qualunque altr' opera posta a difesa delle rive, intendasi DA (*Fig.* 5. *Tav. VI.*) tutta l' altezza di esso palo, fitto in terra fino in L, cioè per tutta la LA, onde la LD sia l' altezza dell' acqua che lo viene ad urtare da X in C secondo la direzione XC, quando esso palo fosse tutto sott' acqua.

E perchè le impressioni dell' acqua sopra di LD si sforzano di levarlo dal perpendicolo, ed abbatterlo, nè quando ciò succedesse potendosi effettuare senza ch' egli descriva un arco intorno al centro A, questo punto per tanto potrà concepirsi come una specie di appoggio, e tutta la lunghezza del palo, come una leva convertibile intorno di questo centro A, ch' è il caso del Lemma del numero precedente. La resistenza del terreno, e l' azione dell' acqua vengono a formare le due potenze applicate in senso contrario; consiste la resistenza nel doversi superare la tenacità del terreno, ed il peso del medesimo, il quale riesce maggiore, più che al punto A si accosta; ma quivi il moto è nullo, o insensibile, e maggiore a misura dello avvicinarsi al punto L, ove è massimo, per rapporto alla tenacità e peso predetti; ma quivi giunto, il peso del terreno è nullo, o insensibile; restano per tanto dal più al meno bilanciate in modo queste resistenze, che la curva che le potrà esprimere sarà piuttosto la *l*N*m*, che la LNM; qualunque però sia questa, dinoti la BN la resistenza *media* ritrovata come nel numero precedente, e la forza *media* dell' acqua sia HC, seguirà, che le azioni attiva e passiva di queste potenze saranno perfettamente eguali alla reazione delle medesime, ogni qualvolta si verifichi l' analogia delle distanze reciproche dall' appoggio A, e saranno maggiori, o minori tutte le volte che si varieranno le dette distanze, e perchè conficcandosi di più il palo, crescono le resistenze, ed il punto B centro di esse, più si viene ad accostare al centro A, ne segue, che più resisterà alla corrente un palo, che un altro, purchè il primo sia più fitto del secondo; e nella stessa maniera, variandosi l' altezza dell' acqua DL, senza che resti alterata la fittura LA, si verrà a rendere o più debole, o più forte la resistenza per essere svelto; dal che ne nasce, che quanto maggiormente il palo resterà sopra terra, ed avrà maggiore spazio da esser percosso dall' acqua, rimarrà esso con maggior debolezza, e sarà con altrettanta facilità dalla forza dell' acqua abbattuto; e per lo contrario, quanto maggiormente sarà piantato sotto terra, ed avrà meno altezza esposta alla correntla dell' acqua, avrà egli maggior forza da resistere ad essere smosso dal suo luogo.

I pali

XXXIII.

I pali EL, CD, MQ, (*Fig. 6. Tav. VI.*) ſiano conficcati nel terreno della ſponda, o fondo di un fiume YY ſino in L, D, Q, e l'acqua corrente da R verſo K abbia l'altezza IZ; il palo CD ſia piantato perpendicolarmente al corſo del fiume, e gli altri due EL, MQ obliquamente; ſi ricerca, ſuppoſta egual fittura de' medeſimi pali nella ſteſſa tenacità di terreno, e che per conſeguenza abbino eſſi una egual reſiſtenza, quali impreſſioni ſiano per ricevere dall' impeto dell'acqua; Conducaſi la AB perpendicolare al palo CD, e facciaſi queſta eguale alla velocità *media* dell'acqua; dipoi alla medeſima AB ſi conduchino parallele, ed eguali le GF, PN; La prima al palo EL; la ſeconda al palo MQ, eſprimeranno eſſe pure le velocità *medie*, con le quali la detta acqua viene a ferire ancora queſti pali obliquamente piantati; da' punti F, ed N s' inalzino le perpendicolari a' pali FH, NO; e da' punti G, P, le parallele all'aſſe degli ſteſſi pali, GH, PO; dinoteranno le HF, ON le velocità reſpettive, con le quali dall'acqua corrente vengono percoſſi i pali EL, MQ, e gl' impeti che produrranno ſaranno come i quadrati di HF, ON, onde reſta manifeſto, che il palo perpendicolare CD deve reggere all'impeto di AB, e che ſe la di lui fittura foſſe di minor momento di detta forza, verrebbe egli abbattuto; ma gli altri pali obliqui non devono reggere che agl' impeti delle HF, ON, minori di GF, o PN, o AB; quindi le impreſſioni fatte ſopra pali egualmente piantati in terreno, ma variamente inclinati, ſaranno come i quadrati del ſeno dell'inclinazione de' pali, riſpetto al corſo dell' acqua, eſſendochè HF è il ſeno dell'angolo HGF eguale all'angolo KTZ, intendendoſi però le impreſſioni proporzionali alle forze dell' acqua, ed eſſa forza proporzionale all' impeto.

XXXIV.

Coroll. Quindi ne deriva ricever minore impreſſione dall'acqua i pali obliquamente piantati, che i perpendicolarmente fitti alla corrente, purchè ſi concepiſca che queſta, urtato che abbia, poſſa iſtantaneamente ſottrarſi, e dar luogo alla ſopraveniente, nè a queſta formare impedimento alcuno; al che può eſſere che alludeſſe il Montanari, quando preferiva alle palificate a piombo, le inclinate con i pali ficcati come EL, conoſcendole come più reſiſtenti, e valevoli ad impedire la produzione de' vortici,

tan-

tanto dannosi alla consistenza delle rive di ogni fiume. Ben è vero che l' impedire i vortici dipende da altre cagioni, oltre l' allegata delle impressioni oblique; forse uno de' maggiori vantaggi di tali palificate sarebbe quello della facilità, che avrebbe l'acqua di sottrarsi dall' urto, dopo seguita la percossa. Può anco dirsi che intanto i pali fitti obliquamente siano di maggior resistenza, in quanto che volendosi muovere un palo così piantato, non solamente bisogna superare la resistenza nata dalla tenacità del terreno, ma ancora il peso di quella materia che giace sopra del palo, e premuto lo tiene. Ma la difficoltà maggiore a chi volesse servirsi di simili ripari, sarebbe circa al modo di piantarli; conciossiachè dovendosi ficcare i pali a forza di percussioni fatte da un grave cadente dentro certo regolatore di legno, sarebbero esse assai più languide, se questo grave cader dovesse per un piano inclinato, piuttosto che a piombo; ciò non ostante una maggior gravità, che si desse al peso del battipalo, potrebbe in qualche modo supplire all' esigenza, quando tali difese si volessero da taluno piantare. Il Montanari predetto, come quello, che ben conobbe la difficoltà di piantare i pali inclinati talmente, ch' essi e stessero testa con testa, e fossero sì lunghi, che attesa l' obliquità del conficcarli, pur anco riuscissero a quella altezza, che fosse necessaria a difesa delle rive, pensò ad un' altra foggia di riparo, che lo stesso effetto producesse, mediante certi Tavoloni da esser collocati in declive sopra due, o tre linee di basse palificate piantate a piombo. Se ne espresse chiaramente in quella sua erudita egualmente, che dotta Scrittura esibita a Venezia per l' affare del Sile ne' termini seguenti al §. *Vengo hora all' intestatura* ec. verso il fine. *Del resto quanto al far penello, che ajuti l' acque a voltarsi nell' imboccatura, io per mio riverentissimo senso ne farei poco caso, in riguardo non tanto della difficoltà di praticarlo in que' fondi sì grandi, perchè questa non è insuperabile, quanto perchè ogni volta che sia chiusa l' intestatura, l' acque da se volteranno verso dove troveranno la strada; ma stimo bensì conferente l' armare di buoni tavoloni a scarpa la riva del Taglio nuovo appresso l' imboccatura con pali sotto l' armatura per maggior fortezza, ed appoggio delle tavole, essendo questo il luogo, che sarà più esposto alle correnti; e per mio senso in questa piegatura questa armatura di tavole a scarpa alle rive opposte alle correnti è il più sicuro difensivo, che possa applicarsi.* Così il Montanari: Vuole dunque nel fiume LM per opporsi alla corrosione

AG,

AG (*Fig.* 7. *Tav. VI.*), dopo piantata la palificata alta quanto fosse il bisogno, GHIK, ed un'altra sotto dell'estremità CD, formarvi sopra in declive il Tavolato BCDA da esser ben assicurato sopra de' travi, che si scorgono da G in A; il qual Tavolato ogni qualvolta riuscisse troppo lungo si potrà interrompere con un filo FE, collocato però in modo che niun ostacolo faccia al corso dell' acqua; Si è in questa figura lasciato senza tavoloni da BA fino in F, perchè si veda l'orditura interna. Veramente la proposizione, che io sappia, non è stata posta in uso; sembra per altro ella assai ragionevole almeno ne' fiumi di non molta violenza, quando però l' estremità CED possa restare immersa sott' acqua in maniera che non lasci battere il vivo del corso ne' pali posti a piombo, che la sostengono.

XXXV.

Se ad un palo BFED (*Fig.* 8. *Tav. VI.*) fitto per l'altezza ED nel terreno NM, ne sarà piantato un altro contiguo ed eguale ad esso nella medesima linea della direzione dell' acqua, cosicchè resti dal primo coperto, nè riceva l'urto di essa, e s' intenda che ogni punto del primo della linea di sua superficie tirata dall' alto al basso tocchi ogni punto omologo della linea dell' altro, che pur dovrà esser egualmente fitto, se l'acqua urterà nel primo BD, restando come si è detto il secondo AC coperto, diventerà la resistenza di BD doppia di quello era prima: conciossiachè questo secondo palo facendo l' ufizio d' appoggio del primo, verrà desso a premerlo appunto per quanta è l' impressione dell' acqua, onde il residuo fra l' impressione e la resistenza sarà eguale, e nel primo e nel secondo; ma questo residuo è appunto ciò, che resiste all' acqua. Se dunque si uniranno assieme questi due residui eguali, si avrà l' intiera resistenza, o forza contraria, con cui il palo BD resiste al corso dell' acqua equivalente al doppio della forza, con cui resisterebbe, se il detto palo BD fosse solo.

XXXVI.

Coroll. Dal che procede, che moltiplicando l'impianto de' pali nel modo sopraddetto, cioè uno contiguo all' altro, si verrà a raddoppiare le resistenze a misura del numero di pali; contuttociò le condizioni che si ricercano sono troppo precise, perchè reggano in effetto alla pratica, sì per quello riguarda il piantarli e-

gual-

gualmente, al che si contrappone e la varia qualità del terreno, e la deforme grossezza de' pali medesimi, sì per quello spetta al contatto, che si suppone quasi perfetto; anzi perchè la proposizione si debba verificare, conviene talmente concepirli uno presso dell'altro, che senza considerare il cedere, che le loro parti vicendevolmente possono fare, deve ciascuna porzione del palo BD spinta che sia, premere sopra del palo AC, come se i due pali fossero un solo corpo continovo, cose quasi tutte impossibili a ridursi all'atto pratico.

XXXVII.

Per fortificare il palo AC (*Fig. 9. Tav. VI.*) confitto nel fondo di un fiume per l'altezza DC, con l'acqua alta come DK, si usa talvolta di piantare un altro palo BL obliquamente al primo, di modo che innestato in B col primo non possa AC mediante questo appoggio cedere all'impeto dell'acqua proveniente secondo la direzione VK, senza che ceder anco non debba esso palo LB, chiamato nel Polesine specialmente, *Orbone*. Esprima GE parallela al pelo dell'acqua VI, la velocità della stessa per urtare in queste resistenze; si conduca GF parallela al palo HB, ed FE a questo perpendicolare, le quali s'incontreranno nel punto F; sarà la FE la velocità dell'acqua per ismuovere LB dal suo sito, oppure, ch'è lo stesso, sarà la velocità relativa dell'acqua, con cui essa può far impressione contro il detto appoggio BL. La GF dinoterà la resistenza per non cedere, che ha esso palo secondo la direzione HB, ogni qualvolta cedendo AC all'impulso di VK, si venisse AC ad inclinare verso le parti G. Perchè dunque l'azione dev'esser eguale alla reazione, però GE rappresenterà non solamente la velocità, che ha l'acqua sopra di questo palo, ma ancora, come si è detto, la precisa resistenza, che viene ad esser impiegata dall'appoggio BL per non cedere. Essa GE si risolve, come è noto, nelle due laterali GF, FE, e la FE dinota la resistenza, che impiega per non essere smosso dal suo sito secondo la FE, e la GF quella di non cedere secondo la HB, che è quella, che dipende dalla tenacità del terreno, in cui sta fisso il palo, che opera appunto in senso contrario a questa forza GF: resta per tanto manifesto, quanto fu proposto.

Per-

XXXVIII.

Perchè poscia non è così facile l'assicurare i pali così obliquamente piantati, sicchè non restino deboli, ed esposti a cedere all'impressione, che vi può fare AC, pressato dall'incessante urto dell'acqua, pertanto in pratica vi si supplisce coll'impianto di alcune punte di pali, o terraficoli PL, PL uno per parte dell'*orbone*; questi conficcati perpendicolarmente verso la punta L, a qualche distanza però da questa, viene poi raccomandato a' medesimi col mezzo ancora di qualche palo trasversale, che riduce esso *orbone* come in una morsa, accrescendosi con tal modo di molto il di lui resistere, e per conseguenza rimane sempre più assicurato il palo AC. Senza un tal ripiego ne' gran corsi dell'acqua, nel caso principalmente di doversi chiudere qualche rotta, o intestare qualche ramo di fiume, non potrebbe forse l'arte superar l'impeto dell'acqua: La principale attenzione dev'essere nel bene innestare la testa B nel palo AC, e nel bene assicurare con i terraficoli PL, la positura dell'*orbone*.

XXXIX.

E perchè molto può contribuire alla sussistenza del palo AC il preciso sito dell'immorsatura B, vi sono da fare alcune considerazioni per determinare il punto più congruo, onde ottenerla. Il palo AC (*Fig.9.Tav.VI.*) fitto che sia sotto il fondo del fiume per la profondità DC, essendo spinto dall'acqua per tutta l'altezza DK, viene nel caso di esser sostenuto dall'appoggio BL a fare l'uficio di una leva con due appoggi, uno in D, e l'altro in K, e la potenza verrà a riuscire nel centro dell'azione, che sia v.g. in Z. E' manifesto che avvicinando noi l'appoggio B al Z, minore impressione potrà fare l'acqua sopra di AC; cosicchè, se in parità di circostanze potessimo far cadere B in Z, allora si resisterebbe nella più forte maniera possibile da LB, alla detta impressione fatta sopra di AC, ma ciò eseguir non si potrebbe senza render più breve FE, ed accrescere GF, vale a dire, senza diminuire la resistenza che ha BL per cedere secondo la direzione BL, aumentandosi per altro la forza di resistere all'esser levato secondo la direzione FE, ma ricercandosi, perchè succeda l'equilibrio, che resti molto conficcato, e s'interni nel terreno L, se l'angolo in H riesce troppo ottuso, di modo che la punta di BL, benchè molto si figesse, non andrebbe gran fatto sotto del fondo, quindi

riuſcirebbe pur anco debole l'azione di queſto appoggio, onde ſarà ſempre maggior vantaggio, che la teſta B ſia in qualche diſtanza da Z, perchè l'impianto dell'*orbone* poſſa riuſcire più forte, ed incirca, ſe il triangolo CBR averà i lati CB, CR eguali, o il CR non molto maggiore di CB, riuſcirà il palo AC a ſufficienza fiancheggiato dall'*orbone* LB, il che ſi può dimoſtrare nel modo che ſegue. Sia BK (*Fig.* 10. *Tav. VI.*) il palo fitto; LB l'orbone, e ſiano condotte CB, CL, cioè la prima perpendicolare al palo, e CL normale a queſta. La forza di LB ſi riſolve nelle due BC, CL, delle quali la prima BC fa che BL non poſſa eſſer levato, e dimori immobile nel punto L. La CL impediſce che BL non ſi profondi di vantaggio. Tutte queſte azioni ſono neceſſarie perchè conſervi la di lui poſizione: dunque ſarà allora reſiſtente quanto più potrà, quando la ſomma di queſte ſarà la più grande: ma ciò ſuccede quando CL ſarà eguale a CB, cioè quando l'angolo LBK ſarà ſemiretto. Dunque ec.

XL.

In altro modo ancora vengono da taluni collocati i pali di appoggio oltre della poſitura predetta. Sia l'argine di un fiume NLMK, (*Fig.* 11. *Tav. VI.*) il fondo di eſſo fiume KD, il palo ficcato verticalmente AO, e ne ſia un altro EB aſſicurato nell'alto dell'argine in modo, che la di lui punta E rieſca più alta della teſta, ed immorſatura B riſpetto al pelo del fiume, come eſprime la figura. Eſponendoſi come nel num. XXXVII. la velocità dell'acqua per la GI, dinoterà il quadrato della IH l'impreſſione, che queſto appoggio riceve dall'impulſo che gli fa AO preſſato dal conato de' filamenti aquei, ed il quadrato di GH rimarcherà la reſiſtenza che gli fa il terreno dell'argine, perchè non venga dalla preſſione di AO ulteriormente ſpinto a conficcarſi ſecondo la direzione FE, e venga ſmoſſo per conſeguenza dall'appoggiare con tutta la ſua forza il palo verticale AO. Si potrebbe anche dire, che EB reſiſte a due movimenti, uno verticale, e l'altro orizzontale; La reſiſtenza per l'uno e per l'altro è proporzionale, e alla tenacità dell'argine, e alla quantità della materia, che ſi dee muovere, in movendoſi EB. Preſcindendo dunque dalla robuſtezza, ed inclinazione di queſto palo, medianti le quali ſenza riflettere ad altre circoſtanze pare che poſſi dare gli ſteſſi vantaggi dell'*orbone*, conſideratoſi al numero XXXVII. e ſeguenti, rieſce queſto

fto assai inferiore di forza al primo, ed in qualche incontro anche dannoso all' argine; mentre oltre alla difficoltà, che s' incontra nel piantarlo nella detta positura, ed alla minor resistenza, che ha sempre il terreno dell'argine rispetto a quello del fondo del fiume, accade, che non adoperandosi questa sorte di appoggi se non dove l' argine è soggetto alla corrosione, ed ove l'acqua vi strifcia col suo filone, ne proviene, che da qualunque leggier ostacolo possa essa venir posta in vortici, scalzando il palo AO, e debilitandolo in modo, sicchè anche il palo EB pochissima difesa vaglia a prestare, ed anzi smovendosi dal suo sito AO, e seco traendo EB, sarà per debilitare anco l'argine. Se EB fosse collocato orizzontalmente, resisterebbe egli con la forza assoluta GI, e l'argine, cadendo la punta E più verso la base di esso, meno sarebbe tormentato, ed ancor meno se fosse talmente l'appoggio inchinato, cosicchè la punta E fosse più verso la superficie del fiume della testa B, ed allora sarebbe più l' ufizio di *orbone*, che di *contena*, come chiamano i pratici questo appoggio. Altro difetto, e questo considerabilissimo, ritiene questa difesa, ed è, che restando impiantato il palo FE, dove l'acqua vi arriva rare volte, asciuttandosi l'argine, rimane la punta FE così debolmente assicurata dalla terra, che a poco o nulla può servire; resta pertanto da concludere imperfetti essere questi appoggi, e tanto più esserlo, quanto che il loro impianto riesce più alto dell' orizzonte dell'acqua.

XL I.

Per resistenza di un corpo solido, si vuole intendere in questo luogo, quella, con cui regge per non essere infranto da una potenza, fitto che egli sia immobilmente in un altro corpo infinitamente più resistente di esso, come se, in grazia di esempio, il palo BC (*Fig.* 12. *Tav. VI.*) sia piantato in C, in maniera che non possa da alcuna forza essere svelto secondo la direzione CB, bensì rotto fra C, e B da una potenza applicata in B, ovvero anche in qualche altro punto fra B, ed A, come sarebbe dal peso P, che mediante la girella D sforzi BC in modo però da non poterlo spezzare, nè meno far crollare allorchè esso peso P venga accresciuto. Sia dunque per supposizione il peso P in perfetto equilibrio con la resistenza di BC, si potrà esso peso P talmente accrescere, cosicchè venga il palo smosso o rotto fra C, e B. Con

lo ſperimento adunque ſi indaghi qual peſo o forza ſia neceſſaria perchè CB ſia reſo inutile, attaccata che foſſe la fune DB al centro della reſiſtenza, e rilevata la quantità di queſto peſo così accreſciuto, ſi verrà in cognizione, nota che ſia la velocità, ed altezza dell'acqua, del grado della reſiſtenza, che farà per fare il palo, conficcato ad una nota profondità. Per dedurre poſcia il momento delle collegazioni de' corpi, data che ſia la legge delle reſiſtenze, ſarà aſſai facile il rilevare la difformità delle medeſime a miſura delle groſſezze de' corpi in quiſtione; generalmente ſi può ſtabilire ne' corpi omogenei di materia, e ſimili di figura, che creſcano le forze del reſiſtere, o decreſcano nella ragione de' cubi de' diametri di eſſi corpi, quando la potenza venga applicata in egual diſtanza dall' appoggio.

XLII.

Altra ſorta di forze per reſiſtere poſſono avere i ſolidi, oltre quella, che può naſcere dal proprio peſo. Sia il ſolido CIKD liſcio nella di lui ſuperficie CD, (*Fig.* 13. *Tav. VI.*) a queſto vi ſopraſti un altro ſolido AGHB, che reſti unito al primo mediante un perno di ferro, o di qualunque altro metallo EF; Sia da inveſtigarſi il momento della di lui coerenza, per potervi contrapporre una forza valevole ad iſvellerlo; ciò può eſfettuarſi in due maniere, o eſtraendolo ſecondo la direzione dell'aſſe del perno FE, oppure obliquamente a queſto traendolo: Se nel primo caſo, converrà impiegarvi tutta quella forza, che vaglia a ſuperare l'adeſione o coerenza della ſuperficie di eſſo chiodo più il peſo aſſoluto di GB, cioè la forza dovrà ſuperare tutto il momento di eſſa adeſione, e del peſo aſſoluto predetto; ma dovendo levare GB dal ſito in cui poſa, ſarà di meſtieri impiegarvi una forza capace di ſuperare non ſolamente tutta la reſiſtenza del perno per eſſere ſpezzato, ma ancora l'adeſione fatta dal ſolido GB ſopra del piano CD, la quale varia ſecondo che la ſcabroſità dei due piani combaciantiſi è maggiore, o minore; e detta forza verrà pure diverſificata a norma dell'applicazione, che di eſſa verrà fatta con direzione o parallela, o obliqua a'corpi da muoverſi, e da ſpezzarſi. Se niun perno vi foſſe, le oſſervazioni dell' Amontons, regiſtrate negli Atti dell' Accademia delle Scienze per l'anno 1699. moſtrano, che le reſiſtenze di un corpo, che con uno de' ſuoi piani ſtriſci ſopra di un altro, ſiano a un di preſſo in ragione

ne di un terzo della compressione che nasce dal loro peso assoluto, niente contando l'estesa più o meno della superficie combaciante: ogni qualvolta dunque si unischino questi due solidi mediante il detto perno o chiodo, valerà lo stesso, come se di peso molto maggiore divenisse il solido comprimente GB, cosicchè ritrovando un peso equivalente a tutta la tenacità, con cui stanno uniti, sarà d'uopo per svellerli o smuoverli, non solamente vincere la resistenza del perno o chiodo, ma ancora di superare un terzo del peso di quello, che gravita sopra dell'inferiore.

XLIII.

Corollario. E' manifesto da ciò il grande incremento di forza, che vengono ad acquistare i pali collegati assieme, quando siano uniti con chiodi di ferro, o cavicchj ben forti di legno. Egli è ben però vero, che per isvellere queste collegazioni applicandosi le potenze col mezzo di qualche specie di leva, come fa v. gr. l'acqua in urtando, e percotendo una palificata, se il centro della resistenza verrà a riuscire in qualche sensibile distanza dal centro ove viene applicata la forza, in tal caso, crescendo assai la potenza predetta, ha uopo la resistenza di cedere con assai meno di difficoltà di quello sarebbe, se la medesima potenza venisse applicata immediatamente al sito della fittura de' pali.

XLIV.

Scolio. Se dunque l'unione de' pali, medianti le traverse, e catene, serve ad accrescere a' ripari le resistenze, e renderli più forti, ne proviene, che quanto più saranno queste, più difficilmente resteranno sconcertati dall'azione dell'acqua; quando però abbiasi da operare contro di un corso di questa molto gagliardo, non potranno bastare le semplici palificate, qualora queste a guisa di penelli si estendino verso il filone del fiume, ma converrà raddoppiarle, ed anco triplicarle, col piantar due, o tre linee di pali parallele, indi interfecarle con traverse, ed accompagnarle con chiavi, avvertendo di assicurare ogni palo con un chiodo proporzionato alla chiave medesima. Se il palo si rimane molto sopra acqua, ed esposto in conseguenza, specialmente ne' crescimenti del fiume, a soffrire molto dalla stessa, siccome si è detto al numero XXXII. di questo, si potrà replicare un

un altra chiave che leghi più sotto della prima i pali, e li renda più forti; dipoi sarà ogni cinque o sei passi da intersecare, come si è accennato, le dette linee di palificate con catene immorsate nelle chiavi, e con ciò tanto più gagliardamente resisteranno, quando siano assicurate da chioderie ne' luoghi opportuni, ed in tal modo la palificata verrà a restar divisa, come in tante casse, le quali poscia dovranno esser riempite di qualche materia grave, perchè il riparo non solamente resista per esser ben piantato nel terreno del fondo, e ben concatenato con chiavi, e catene, ma ancora per il peso de' materiali delle casse predette, del che si dirà quando caderà la considerazione sopra i varj generi di ripari, che si possono usare contro le acque correnti.

XLV.

Sono state sin ora considerate le resistenze, che provengono da' ripari, che nelle acque correnti si fanno col mezzo delle palificate, cioè a dire, coll' accrescere queste forze, e servirsi delle più alte fitture di pali, e delle collegazioni, che possono loro darsi con le catene, chiavi, e chioderie. Si considererà adesso quelle altre difese, che si fanno coll' uso de' corpi gravi, il momento de' quali venga a riuscire maggiore delle forze, che imprimer vi possa l' acqua corrente. Sia il corpo parallelepipedo ACDEFG, (*Fig.* 1. *T.VII.*) e siano proposte le due linee N, ed M, ch' esprimino la ragione del peso di questo corpo al peso di un altro simile, e della medesima materia composto KLQPOHI, ovvero, ch' è lo stesso, che siano come la mole del primo alla mole del secondo. A norma dunque che o l'altezza, o la larghezza, o la lunghezza del corpo HQ s' intenderanno variarsi, ne risulteranno ancora le varie grandezze in mole, che potrà avere esso corpo, quando secondo l' ipotesi abbia sempre a conservare la ragione di M ad N. Poniamo data la sola KL, oltre le dimensioni pur date del corpo CF; se fra gli asintoti *ba*, *ae* (*Fig.* 2.) sarà descritta l'iperbola *cf* tale, che fatta *ad* quarta proporzionale alle N, M, e all'altezza del corpo dato DE, come pure la $dc = ab$ quarta proporzionale alla data KL larghezza della base del corpo, di cui la mole si ricerca, alla larghezza CD del dato corpo, ed all'altezza di esso AC, esprimeranno le due *ae*, *ef* respettivamente la profondità ricercata del corpo LQ, e la di lui altezza LI. Perchè dunque per la natura dell' iperbola sono eguali i due rettan-

rettangoli $ad \times dc$; $ae \times ef$, ed ad eguale per la costruzione a $\frac{DE \times M}{N}$, e $dc = \frac{DB \times CD}{KL}$, sarà l'egualità $\frac{DE \times M}{N} \times \frac{BD \times CD}{KL} = ae \times fe$, ovvero risolvendo in analogia sarà $ae \times fe \times KL . DB \times CD \times DE :: M . N$; il che ec.

XLVI.

Corollario. Ma la proporzione della base AD del solido dato alla base HL del solido ritrovato sarà come il rettangolo fatto da N in ae, ovvero LQ al rettangolo di M × DE, come ricavasi dalla analogia del numero precedente.

XLVII.

Avendosi poi a considerare che l'impressione dell'acqua contro di questi corpi, non può farsi sopra di tutta la superficie de' medesimi, ma solamente in alcuna delle facce, siano queste le basi ABCD, HILK, (*Fig.* 1. *Tav. VII.*) e siano esse talmente collocate, cosicchè ricevino il corso dell'acqua da questa sola parte, e strisci poi il rimanente parallela a BF, IP, restando coperte, e difese le facce GFE, OPQ; si supponga conosciuta la velocità che fa impressione sopra di AD, e chiamisi u, e s'intenda precisamente quanto basta per non ismuoverlo, cosicchè accresciuta per alcun poco, possa restare asportato. Sia la velocità che si cerca, e ch'è destinata a fare eguale impressione sopra dell'altro solido, V; (*Fig.* 2.) all'asse ae col parametro ai eguale alla quarta proporzionale fra il rettangolo M× DE, il quadrato della data velocità u, ed N, sia descritta la parabola agb, e condotte le ordinate dg, eb, esprimenti la prima la data velocità u, e l'altra la ricercata V: questi due corpi riceveranno dall'acqua corrente una eguale impressione; mentre per la natura della parabola essendo $VV . uu :: ae . \frac{DE \times M}{N}$, ed aggiugnendo il comune rettangolo, o base ACBD, (*Fig.* 1. e 2.) sarà $VV . uu \times ACDB :: ae . \frac{DE \times M}{N} \times ACDB$; onde l'equazione $VV \times \frac{DE \times M}{N} \times ACDB = ae \times ACDB \times uu$, ovve-

ovvero $VV \times \frac{DE \times M}{N} \times \frac{ACDB}{ae} = ACDB \times uu$, ma $\frac{DE \times M}{N}$ $\times \frac{ACDB}{ae} = \frac{DE \times M}{N} \times \frac{BD \times CD}{ae} = KL \times LI$ per il numero antecedente; dunque farà $VV \times KL \times LI = ACDB \times uu$, cioè il quadrato della refpettiva velocità nella bafe HL farà eguale al quadrato della refpettiva velocità nella bafe AD, ma fecondo i principj della Statica, quefte quantità vagliono l'impreffione, adunque faranno deffe eguali in ambidue i corpi, come erafi propofto.

XLVIII.

Ma fe foffe data la bafe HL, e foffe da trovarfi la fola altezza del corpo LQ, pofte le fteffe cofe, diventa il problema affai più femplice, mentre fatto $Kl = N$, ed $lm = M$, e pofte quefte linee fra di loro in qualfivoglia angolo Klm, (*Fig.* 1. *e* 3. *Tav. VII.*) prolungata Kn fi faccia eguale alla quarta proporzionale fra DE, la bafe AD, e la bafe HL; dipoi condotta per i punti Km la retta Kmp, fe dal punto n fi condurrà parallela a lm la np, farà quefta eguale alla ricercata altezza LQ. Indi fopra quefta linea come affe col parametro no eguale alla quarta proporzionale fra il rettangolo $M \times DE$, il quadrato della data velocità u, ed N, ovvero Kl; fia defcritta la parabola nq, farà l' ordinata pq quella, che efprimerà la ricercata velocità V. Perchè dunque il quadrato pq è eguale al rettangolo $np \times no$, e per la fimilitudine de' triangoli Klm, Knp, effendo $nl . lm :: Kn . np$, farà Kn direttamente come il rettangolo di $Kl \times np$, e reciprocamente come lm, dunque effendo no eguale per la coftruzione al quadrato della data velocità u, e Kl direttamente, e reciprocamente come il rettangolo di $lm \times DE$, farà il quadrato di pq eguale direttamente al quadrato di $u \times Kn$, e reciprocamente a DE, ovvero farà il quadrato di $pq \times DE$ eguale al quadrato di $u \times Kn$, e moltiplicando l' una e l' altra parte con la bafe AD, farà il quadrato di pq nella bafe $AD \times DE$ eguale al quadrato di u nella bafe AD $\times Kn$: ma per la coftruzione $HL . AD :: DE . Kn$, adunque la bafe HL è eguale direttamente alla bafe $AD \times DE$, e reciprocamente a Kn, e pertanto il quadrato di pq nella bafe HL farà eguale al quadrato di u nella bafe AD; dunque le impreffioni,

ni, per i principj della Statica saranno eguali. Che poi li solidi siano fra di loro come N ad M, e per conseguenza come K*n* a *np* si raccoglie, perchè essendo per i triangoli simili K*l*. *lm* :: N.M :: K*n*. *np*, ed essendo K*n* eguale al solido CF direttamente, ed alla base KI reciprocamente, sarà N.M :: CF solid: KP solid: essendo *np* l'altezza LQ; lo che era da dimostrarsi.

XLIX.

Corollario. Come che dunque molto più crescono le abscisse delle sopradette parabole esprimenti l'altezza del solido LP, di quello crescono le ordinate corrispondenti delle medesime parabole, esprimenti le velocità, aumentandosi queste in ragione delle radici de' quadrati delle ordinate, dove quelle crescono come le stesse abscisse; quindi si comprende quanto più crescer si debba la mole di un solido per resistere all'impeto dell'acqua nella data ragione di altro solido dato, di quello crescer debba la velocità della medesima acqua per asportarlo.

L.

Penda un grave F (*Fig.* 4. *Tav. VII.*) dal filo AF, e sia di tal peso che immerso nell'acqua corrente, la violenza di questa lo possa far declinare dal perpendicolo, e ridurlo nella positura AG, tenendosi sempre fermo ed immobile il centro A. Si conduchino nel quadrante FAC, oltre i raggi AC, AF, le due DG, GB parallele respettivamente a' detti raggi, e dal punto F s'inalzi la tangente FE, che resti tagliata in E dal raggio AG prodotto, dipoi all'asse FE, vertice F, e parametro eguale alla FA equivalente all'unità, si descriva la parabola conica FK, ed in questa si tiri l'ordinata KE dal punto cioè dell'intersecazione che fa la secante AE colla tangente FE, come pure si produca GB indefinitamente verso N, se si taglierà BN eguale a KE, e così ogni altra respettivamente nello spazio AC, si potrà per tutti i punti N così ritrovati descrivere la curva AN, che si chiamerà delle velocità competenti a' sostentamenti del grave pendolo per tutti i punti del quadrante. Questa curva avrà il suo principio nel punto A, e un asintoto CO parallelo ad FA. Perchè per la natura della parabola FK il quadrato di KE è eguale al rettangolo di AF in FE, sarà anche KE in dimezzata ragione di FE; ma per il numero III. del Capitolo V, la dimezzata ragione di

FE esprime la velocità, con cui l' acqua sostiene il grave nel sito G, adunque la EK, o la di lei eguale BN rappresenterà la velocità ricercata, e così ogni altra ordinata respettivamente: Inoltre, perchè nel punto F la FE diventa nulla, sarà ivi pur nulla anco l'ordinata KE, e per tanto la curva AN avrà il suo principio nel punto A. Parimente perchè la tangente dell' angolo retto è infinita, non intersecando la secante se non dopo una infinita distanza, però anche la EK rispondente a tal tangente, sarà infinita, come altresì la BN, che diventa in tal caso CO; il che tutto era da dimostrarsi.

L I.

Per determinarsi il seno dell' angolo d' inclinazione per tutti i diversi pesi possibili de' gravi conformati in palla, conosciuto che sia uno di essi, intendasi GI esprimere il peso assoluto della palla; se dal punto I alla GE si condurrà la normale IH, rappresenterà questa il peso relativo di detta palla nel sito G per discendere verso di F. Si produca, se sia d' uopo la GD in P, e si faccia GP eguale a KE ovvero BN; è manifesto, che la velocità assoluta PG, condotta che sia la PQ perpendicolare alla AG, sarà risolta nelle due laterali PQ, QG, delle quali la PQ è quella che direttamente resiste al peso della palla, o sia al di lei conato HI, e la QG distende e fa impressione sopra del filo AG. Dovrà dunque esservi l' equilibrio fra HI ed il quadrato di questa relativa velocità PQ, essendo che le forze stanno appunto, secondo le leggi della Statica, come i quadrati delle velocità. Sarà perciò il seno retto dell' angolo d' inclinazione FAG in ragione dimezzata della differenza de' quadrati fra il raggio AF, ed il peso assoluto GI: conciosiacosachè i triangoli simili GIH, ed ADG danno $IH = \frac{GI \times AB}{AF}$, e i triangoli pur simili GAD, GPQ, danno $PQ = \frac{AD \times GP}{AG}$, sarà $PQ^2 = \frac{AD^2 \times GP^2}{AG^2}$, e per tanto sarà l' egualità $\frac{AD^2 \times GP^2}{AG} = GI \times AB$. (essendo $AG = FA$) oppure $GI \times AB = \left(\frac{AD^2}{AG} \times BN^2\right) = \frac{AD^2 \times FE}{AG}$; ma FE per i simili triangoli ADG, AFE è

egua-

eguale a $\frac{AF \times AB}{AD}$, adunque $GI \times AB = \left(\frac{AD^2}{AG} \times \frac{AF \times AB}{AD}\right)$ $AD \times AB$. e però $GI = AD = \sqrt{AG^2 - AB^2}$, onde $GI^2 = AG^2 - AB^2$, ed $AB = \sqrt{AG^2 - GI^2}$, come erasi proposto.

LII.

Corollario I. Ne deriva da ciò non mai potersi bilanciare queste palle, se i seni de' complementi degli angoli d' inclinazione non sono eguali a quelle quantità ch' esprimono i pesi assoluti delle medesime palle.

LIII.

Corollario II. E perchè $GI = AD$, saranno le gravità specifiche de' corpi immersi mediante un filo nelle acque correnti, rispettivamente come i seni de' complementi degli angoli d' inclinazione; e per l' opposto, immersi corpi di varia gravità specifica, i seni de' complementi de' medesimi angoli d' inclinazione rappresenteranno le dette gravità specifiche; onde ecco una nuova maniera per aversi queste gravità nella dottrina delle galleggianti.

LIV.

Scolio I. Egli è ben vero, che l' esperimento che quì si accenna, d' immergere con un filo un corpo grave, non potrebbe aver luogo, per dare di quanto si cerca un vero lume, che o nelle acque che corressero velocissimamente, o allor quando i corpi immersi non guari superassero la gravità specifica dell' acqua; le quali condizioni mancando, i corpi sospesi non si moverebbero sensibilmente dal loro perpendicolo, maggiore essendo il loro conato per resistere, che la velocità dell' acqua per asportarli fuori del piombo. Per ridurre la cosa all' uso che ci siamo prefissi, sia dunque la palla, che d' immergere s' intende, di una gravità, che poco superi quella dell' acqua, e dicasi questa m, (*Fig.4.T.VII.*) e la gravità specifica di un altro corpo noto sia n. Sia il seno verso dell' angolo d' inclinazione fatto dalla palla, la di cui gravità specifica $m = AD$; linea che sarà nota nelle parti del raggio AF supposto 100000; Data dunque la proporzione di m ad n, sarà $\frac{n \times AD}{m}$ la quantità nelle parti del raggio che sarà resistenza alla

velocità dell' acqua. Sia per esempio *m*. *n* : : 6. 7, e l' angolo DAG sia di gradi 35, onde AD = 81899 delle 100000, sarà AD per la gravità di *n*, 95549, che però il seno retto corrispondente sarà di gradi 17. 10', e tanto declinerebbe il pendolo dalla perpendicolare, quando la palla fosse della gravità specifica come *n*. Sia adesso *m*. *n* : : 6. 8, sarà la palla che avesse la gravità specifica *n* equivalente a parti 109197, che superando le 100000 di parti 9197, con tante parti di più, quante sono le 9197, potrebbe resistere alla violenza dell' acqua, vale a dire, non solamente questo tal corpo non sarebbe smosso dalla perpendicolare, ma per ismuoverlo vi si ricercherebbe ancora tutte le dette parti residue.

L V.

Scolio II. Nota dunque che sia la proporzione della gravità della palla dello strumento, che serve per indagare le velocità, alla gravità di qualunque altro corpo, è facile il rilevarsi i gradi della di lui resistenza, quando le moli sieno eguali. Noi chiameremo ne' corpi assai più gravi in specie dell' acqua l' *eccesso*, tutto quello che hanno oltre le parti 100000, nelle quali s' intende diviso il raggio, e che bastano per resistere a tutti i *conati* che può far quel dato corso di acqua per allontanarlo dal perpendicolo. Per trovare adesso all' accrescersi la mole di questo corpo, quanto maggior *eccesso* acquisterebbe, converrà ridurre prima la palla, che si suppone formata della materia più resistente, in una figura simile all' altro corpo maggiore che si vuole immergere, che a maggior facilità potrebbe esser un parallelepipedo, avvertendo di ridur la base che riceve l' acqua, eguale di area alla base del nuovo prisma da formarsi, e questo corpo riceverà gli stessi urti dall' acqua, come la palla; sarà poi, secondo a quanto si è detto al numero XLV. di questo, da rilevare in qual proporzione stiano le resistenze di entrambi, avute le quali si faccia come la resistenza della palla ridotta in prisma, al prisma omogeneo maggiore di cui cercasi l' *eccesso*, così il valore nelle parti del raggio, trovato per la palla, al quarto proporzionale, da cui se si leverà le parti 100000, sarà il residuo l' *eccesso* ricercato del corpo maggiore, il qual *eccesso*, secondo le osservazioni dell' *Amontons* registrate nell' anno 1699. degli Atti dell' Accademia Reale delle Scienze, dovrà esser accresciuto da un terzo di tutto il di lui peso, essendo che non sospeso nell'

nell' acqua, ma s'intende venir esso collocato sopra una superficie piana ed orizzontale, o quasi orizzontale, e che per conseguenza per esser trasportato resiste ancora per un terzo in circa del di lui peso che quivi ritiene, quindi l' *eccesso* del grave sarà come il quarto proporzionale suddetto più il terzo di tutto il peso di quel tal corpo, e dicendo questo eccesso F, la proporzione della gravità, o delle ordinate della parabola espresse al numero XLV. e seguenti di questo, facendosi come r al s, ed r sia la minore, s la maggiore, sarà $F = \frac{r}{s} \times \frac{ny}{m} + \frac{t}{3}$, quando t sia il peso che ha nell' acqua il grave, di cui si cerca l' *eccesso*, dal che resta manifesto con quanta forza resistino i corpi, che siano molto gravi, quando venghino opposti alla correntia delle acque.

LVI.

Per ridurre la Teorica forse troppo astratta all' uso, ed alla pratica, esamineremo in concreto la resistenza de' ripari nella maniera più facile, che sia possibile: Per ottener ciò s' intenda il riparo conformato in un parallelepipedo, e quando non lo fosse realmente si potrà da ogni anche mezzanamente versato nella Geometria de' solidi, ridurre ogni corpo alla predetta forma, e ciò a motivo di facilitare il calcolo, e render più chiara la materia: ma perchè difficilmente si potrebbe venir a capo di ciò, che si desidera, considerando assolutamente le forze delle resistenze e dell' acqua, perciò si riduca la quistione ad investigare solamente le relative; Sia dunque in primo luogo da trovare un corpo omogeneo parallelepipedo, che collocato in una corrente di acqua non possa da questa venir asportato, o, ch' è lo stesso, qual peso e mole debba egli avere, perchè in un dato moto dell' acqua non venga asportato, bensì per pochissimo che venga sminuito il di lui peso, possa dalla corrente esser mosso, con che sarà la quistione ridotta a cercare l' equilibrio fra il peso che resiste, e la forza dell' acqua che spinge ed urta. Si prenda un corpo della forma predetta ed omogeneo in ogni sua parte componente, che sia talmente o accresciuto o scemato di peso, senza però mai alterarne la di lui figura, e talmente collocato a qualche sito dell' altezza di una sezione di un fiume, che vaglia a resistere al corso, ma o mutato per un insensibile spazio di sito, oppure variato benchè insensibilmente di peso rimanga smos-so

so dal suo luogo, durando per tanto un tal equilibrio, si avrà la maniera di conoscere la resistenza e la forza, e di ridurre al calcolo e l' una e l' altra. Sia un piccolo parallelepipedo BM (*Fig. 5. Tav. VII.*) di materia omogenea, e della stessa o diversa, di cui si formano i ripari, ma per maggior facilità poniamo della medesima; sia rivolto con una delle sue facce FGM al corso dell' acqua, restando le due laterali parallele alla direzione della medesima, e s' intenda inoltre con la sua base EM bene appoggiato o al fondo, o a qualche piano equivalente, e venga talmente collocato nella sezione di un fiume, di modo che abbia le sopradette condizioni: All' asse AE s' intenda descritta una parabola ADC, e si prolunghino le IB, HE sino in D, e C, cosicchè DB, CE siano due ordinate di questa parabola. Perchè poi il peso di questo corpo, diverso è in aria, e diverso in acqua, dicasi la ragione della gravità di lui specifica m, quella dell' acqua n, e si faccia $m \,.\, n :: \text{solid. BM}\ \frac{n \times \text{sol. BM}}{m}$, e questa quarta proporzionale esprimerà il peso di altrettanta acqua, quanta è la mole del solido, il di cui peso nell' acqua sarà eguale alla differenza del solido BM, e della detta quarta proporzionale, cioè $\text{sol. BM} - \frac{n\ \text{sol. BM}}{m} = \frac{m-n}{m}\ \text{sol. BM}$. Ma per le osservazioni dell' Amontons a causa della compressione, che esso peso fa al soggetto fondo, deve pur anco resistere per un terzo di detto suo peso; però tutto il momento sarà $\frac{m-n}{m}\ \text{sol. BM} + \frac{1}{3}\ \text{sol. BM} = \frac{4m-3n}{3m}\ \text{sol. BM}$. Il momento della forza dell' acqua è come il quadrato della velocità della stessa moltiplicato nella base del solido, supposto che fluisca normale al piano BIHE; e perchè la velocità che urta nel solido è come l' aggregato di tutte le ordinate, che occupano lo spazio DBEC, e questo spazio per la quadratura della parabola è eguale a $\frac{2}{3}\ \text{CE} \times \text{AE} - \frac{2}{3}\ \text{DB} \times \text{BA}$; e perciò $\overline{\frac{4}{9}\text{CE}^2 \times \text{AE}^2 - \frac{8}{9}\text{CE} \times \text{AE} \times \text{DB} \times \text{AB} + \frac{4}{9}\text{DB}^2 \times \text{AB}^2} \times \text{BH} = \overline{\frac{4m-3n}{3m}}\ \text{sol. BM} = \overline{\frac{4m-3n}{3m}} \times \text{BH} \times \text{HM}$, cioè $\overline{\frac{4m-3n}{m}} \times \text{HM} = \frac{4\,\text{AE}^3 - 8\,\text{AE}\sqrt{\text{AE}} \times 2\,\text{AB}\sqrt{\text{AB}} + 4\,\text{AB}^3}{3}$.

Per

LVII.

Per facilità del calcolo onde determinare le predette reſiſtenze ſia AE $= p$, AB $= x$, HE $= t$, HM $= r$, ſarà dunque per il numero di ſopra $\frac{4m - 3n}{m} \times r = \frac{4 \times \overline{p^3 + x^3} - 8px\sqrt{px}}{3}$ ovvero $\frac{4m - 3n}{m} \times rt = \frac{4t}{3} \times \overline{p^3 + x^3 - 2px\sqrt{px}}$, e dicendoſi $rt = P$, ſarà ancora $P = \frac{4tm}{12m - 9n} \times \overline{p^3 + x^3 - 2px\sqrt{px}} = t \times \frac{4m}{12m - 9n} \times \overline{p^3 + x^3 - 2px\sqrt{px}}$. Per eſempio, ſia AE $= p = 180$, AB $= x = 175$, HE $= t = 3$, $m = 2$, $n = 1$, ſarà, fatto il calcolo, $P = 283800$, coſicchè accreſcendoſi benchè inſenſibilmente il momento dell' acqua corrente, o ſcemandoſi nello ſteſſo modo la reſiſtenza del peſo, ſarebbe queſto aſportato.

LVIII.

Sia un reale riparo, omogeneo però di materia al grave, con cui ſi è ſuppoſto fatto lo ſperimento regiſtrato al numero LVI. di queſto, qual riparo non ſarà difficile, data la di lui mole, a conformarlo in un priſma di ſimile figura con quello dello ſperimento; Si figuri poi l' acqua corrente ridotta alla ſua maſſima altezza, ed impeto per conſeguenza, e perchè in tal caſo ſaranno mutate le quantità x, p, t, rimanendo ſolo invariate le m, ed n, però a norma di eſſe riducendo la formola del numero precedente in numeri, ſe queſti equivaleranno alla quarta proporzionale con il peſo del primo grave dello ſperimento, col peſo del riparo, e col numero ritrovato per il detto ſperimento, tal riparo ſarà in equilibrio con la forza preciſamente, ſe ſarà minore ſarà aſportato, ſe maggiore reſiſterà, e di quanto queſta ſarà maggiore, tanto ſarà l' eceſſo, che avrà per reſiſtere, ſecondo a quanto è ſtato detto al numero LV. di queſto Capitolo.

LIX.

Scolio. Facendoſi $p = 300$, $x = 50$, $t = 200$, e la proporzione del peſo dello ſperimento al peſo del riparo, ſia come 1 al 2000,

2000, avrebbeſi la formola $\frac{4tm}{12m-9n} \times \overline{p^3 + x^3 - 2px\sqrt{px}}$ ridotta in numeri 1138133333; ma l'analogia de' peſi porta 1. 2000 : : 283800. 567600000, ch'è minore della ſopraddetta reſiſtenza di parti 570533333, tal riparo però reſiſterebbe ad ogni urto del fiume, come quello che avrebbe di eccesſo ſopra dell'equilibrio alla forza della corrente il numero ſoprappoſto 570533333.

LX.

Abbenchè in due corpi gravi eguali in mole, ma che uno ſia compoſto di molti altri piccoli, e l'altro di un ſolo, immerſi che ſiano nell'acqua corrente, il peſo asſoluto, e la reſiſtenza che hanno nel contatto del fondo ſia eguale in entrambi, nientedimeno ben diverſo rieſce il loro momento per reſiſtere all'impeto dell'acqua, avvegnachè nel corpo diviſo, tutti gli ſtrati delle di lui parti, a miſura del variarſi della velocità nell'altezza viva, ricevono diverſo impulſo, e reſiſtono a miſura del peſo ſovraincombente, che loro rimane: dove nel corpo indiviſo, abbenchè in tutti i punti riceva una diverſa impresſione, nientedimeno vi è un ſolo centro di azione e di reazione, dove nel diviſo tutte le parti componenti posſono eſſer conſiderate con i loro centri particolari di azione e contraazione: quindi per opporſi con la maggior forza all'impeto dell'acqua, deveſi ſempre preſcegliere i corpi più grandi, piuttoſto che i più minuti, abbenchè ſiano della medeſima materia; così la terra abbenchè gettata ſparſa in un gran corſo d'acqua, non mai prenderebbe piede, come chi opponeſſe a queſto medeſimo corſo un argine di ſemplice terra non punto legata o raſſodata non lo renderebbe fermo, e conſiſtente, bensì poſta la detta terra in volpare, in gabbioni, o in qualſivoglia altro modo unita, reſiſterà alla correntìa, e gettata così raccolta, e riſtretta nel corſo dell'acqua, appena reſterà mosſa fuori del piombo ove ſarà laſciata cadere; e maggior piede vi prenderà allora principalmente quando con una qualche palificata veniſſe asſicurato il fondamento del detto ammaſſo di terra, legato come ſi è detto.

LXI.

Scolio. Chi aveſſe preſi tutti quei ſasſi e ciottoli della Trebbia, che furono adoperati a formare i priſmi per i moli della Cit-

tà

tà di Piacenza, e li avesse gettati nel Po nel sito medesimo di essi moli, con l'idea di obbligar quel fiume a non internarsi di più con le corrosioni, con le quali si avanzava verso di quella Città, avrebbe questi del tutto gettato il tempo; ma i medesimi ciottoli e sassi legati con buona calce, e ridotti di una giusta mole, si sono potuti gettare nella corrente di esso Po senza pericolo, che ne venissero asportati, ed hanno stabilito tre moli di tal solidità e consistenza, che tutto l'impeto di quel fiume Reale nulla li può offendere. Da un somigliante principio nasce la buona riuscita che apportano le Volpare, che con molto frutto si adoprano nell'Adige nello Stato Veneto. Non sono desse altro, che alcune zolle di terra, legate con paglia o fieno, o altra poco differente materia, che sia capace di tenerla unita assieme, e di formare una spezie di prisma lungo in circa due piedi, alto uno, ma di figura accedente al rotondo, e bislunga: con le zolle, o con la semplice terra e creta non potrebbe già assicurarsi il piede dell'arginatura, e molto meno empirsi le casse delle palificate, che servono per chiuder le rotte, essendochè l'acqua correndovi con grande precipizio, il tutto porterebbe via, ma con le Volpare si empiono agevolmente i cassari delle palificate, onde va poi crescendo l'argine malgrado la violenza del corso dell'acqua, e la rotta si chiude, come si esporrà nel Capitolo seguente. Sopra i pubblici lidi di Venezia sono stati da me introdotti e moli, ed argini di marmo d'Istria legato con calce e pozzolana, di modo che dove il sasso benchè di gran mole regger non poteva all'urto del mare, adesso in tal modo legato dura a fronte di ogni burrasca, ed a suo tempo quel circondario sarà ridotto del tutto impenetrabile ed eterno, come eterna è quella Metropoli che da' detti lidi viene divisa dal mare, e custodita.

LXII.

Vincenzio Viviani nell'erudito discorso che indrizza al Gran-Duca di Toscana Cosimo III. intorno *al difendersi da' riempimenti, e dalle corrosioni de' fiumi* a c. 50, dove parla del sasso sciolto, e de' cantoni fatti dalla natura, e posti per difesa dell'intacco delle rive, dice così: *Siccome in quel sito dove si pon quel cantone, o quel sasso di cava non si trova pur uno fra que' millioni di sassi stativi condotti dalle piene, che sia del peso di alcun di que' che vi si portano apposta, così, non avendo esse piene avuto tanto vigore, e forza di naturalmente condurvene, come l'aveva-*

no avuta, ed anche maggiore, allora che del medesimo, e di maggior peso di man in mano, se ne sgravarono più, e più alto nel medesimo letto di Arno, non la potranno aver nè meno per ismuovere, sollevare, e condur più lontano quelle moli, di peso tanto superiore, trasportate quivi dall' arte; e più sopra a c. 47, *ed i quali sassi sieno di forma non rotonda, ma affacciata e ruspa, e di peso assolutamente maggiore di quello delle massime parti della materia, che la corrente di massima forza può condur quivi, dove esso riparo si forma, è bastante a contrastare, ed a resistere alla gravezza, e rapidità di questo elemento: anzi a domarlo, a vincerlo, ed a fugarlo* ec. Dal qual sensato discorso pare, che seguir debba, che la forza assoluta delle acque correnti si possa desumere dalle materie, che lasciano quà e là per l'alveo, mentre non le potendo più oltre far avanzare, è segno manifesto, che il massimo della velocità viene misurato dal peso di quella tal materia, con cui resiste ad esser ulteriormente promossa avanti, le quali cose essendo così, resterebbe agevolmente noto qual peso, e qual mole si potesse porre in un dato fiume di conosciute forze, per deludere e rintuzzare ogni di lui conato, ed in tal modo quanto è stato esposto a' numeri LVI., e LVII. di questo, circa allo sperimento da praticarsi per indagare qual resistenza vi voglia per i ripari, sarebbe sufficiente per aversi questa cognizione, mentre basterebbe pesare alcuno di que' ciottoli, per dedursi poscia le conseguenze ivi ricavate; ma per niente dissimulare sembra che la proposizione del Viviani debba nel fatto de' fiumi restar soggetta a molte eccezioni, per le quali spesse volte non si possa venir in cognizione del peso, che si dovesse opporre al corso dell' acqua per formare una sufficiente resistenza: conciosiacosachè se fosse assolutamente vero, che il peso delle materie già deposte nelle piene dei fiumi, fosse l' indice delle loro massime forze, seguir ne dovrebbe, che da quel termine in giù ogni anche piccol sasso, o altra poca mole resistesse al corso dell' acqua, e che potesse servire per la materia, di cui comporre un riparo, che a resister valesse in quella guisa, che resistono i corpi di maggior mole, nelle parti superiori del medesimo fiume, onde nel Po v. gr. essendo che a Piacenza arrivano i sassi portati in esso Po dalla Trebbia della grandezza di mezzo piede incirca, nè più oltre si avanzano, adunque di questi a Cremona, ch' è più inferiore di sito di Piacenza, ove la forza del fiume benchè in piena mai li trasporta, si potrebbe ergere un riparo egualmente resistente, che un altro fatto a Piacenza, o in altro sito più superio-

riore, il qual riparo fosse composto di parti di mole molto maggiore, con tutto ciò, se di questi sassi deposti dal Po nel suo fondo dirimpetto a Piacenza si pretendesse di formare a Cremona un penello o molo, sarebbe subito rovesciato dalla forza dell' acqua, anzi in faccia di Piacenza per fermare i ripari stabilmente, si è dovuto dei detti sassi di Trebbia legati con buona calce formare i prismi triangolari di una lunghezza ciascheduno di 3. piedi, ed alti un piede; della qual mole di sasso non ne conduce il Po, in alcun luogo, fuori delle Montagne. Nè meno ben s' intende, come mai se i sassi deposti quà e là lungo l' alveo del fiume, fossero la misura della forza di esso, perchè negli stessi siti vi si arrestassero, e sassi molto più piccioli, e fino le sabbie più minute, che finalmente formano da per tutto il vero letto de' fiumi, almeno fuori de' monti; e pure se la proposizione della massima forza si verificasse contro de' ciottoli più grossi, dovrebbe con altrettanto di energia scaricarsi contro de' più minuti, ed asportarli più oltre, e dovrebbe dirsi, che o le velocità ne' fiumi, ove non portano che la sola belletta, fossero insensibili rispetto a quelle, ove il fiume porta e ghiaie e sassi, o che ogni debolissimo peso, là ove è portata solamente la belletta, fosse valevole ad opporsi alla forza dell' acqua, e ad impedire i disordini, ma non verificandosi nè l' uno, nè l' altro, ragion vuole, che si resti persuasi, non essere il peso delle materie deposte l' indice del massimo grado della forza de' fiumi, benchè considerata in piena, ma doversi desumer questo dalla combinazione di molte altre circostanze.

LXIII.

Chi però farà le dovute distinzioni fra i fiumi temporanei, e reali, troverà poter sussistere la proposizione del Viviani, e le nostre antecedenti. Sono i primi quelli, che correndo per ordinario fra' monti, ricevono dal pendìo ben grande di questi le acque, che si vanno unendo fra dossi, e rialti, onde e in un momento, per così dire, riempiono l' alveo del recipiente, e vi corrono con un impeto più dovuto ad un grave, che discenda per un piano inclinato, che ad un fluido, che tosto si riduce all' egualità del moto, che però abbenchè quelle acque descendenti non fossero capaci di portar seco i grossi sassi, nientedimeno lo sono per scalzar i medesimi dalla terra, ove stanno fitti, quindi fatti liberi, ogni poco impulso di più, che vi dia l' acqua, spinti dal proprio peso, ed aiutati dalla declività del terreno passano nel fiume, che ormai

reso gonfio dalle acque, e che ritiene un pendìo di qualche piede per ogni centinaio di pertiche, vanno ruzzolando allo ingiù, nè prima si fermano, che succeda l' equilibrio fra la velocità dell' acque, e le resistenze nate dal loro peso, dalla minorazione del declivio del letto, e dall' accidentale intoppo, che va succedendo fra i medesimi sassi, oltre ai movimenti irregolari, che vengono promossi dalla loro disforme superficie più o meno scabra e ruspa; onde in questi siti, note che siano tutte le dette cose, può benissimo arguirsi il massimo grado di forza dal massimo peso, portato dal fiume, ma dove questi va perdendo quel sensibile declivio, e che comincia ad entrare nelle Campagne piane col proprio alveo, la cosa quivi passa altrimenti, mentre o sia per l' ingresso di nuovi influenti, o per l' altezza del corpo, che può acquistar l' acqua, abbenchè possa avere un momento pari a quello che aveva, là dove pur anco conduceva i sassi, nientedimeno arrestati più superiormente da alcune delle circostanze predette, resta l' alveo più a basso libero dai medesimi sassi, e ghiaie, non per deficienza di forza per condurli, ma per mancanza dei medesimi materiali, fermati già di sopra.

In fatti chi mai crederebbe che nel Po a Crespino non vi fosse velocità da portar della ghiaia, che si ferma a Piacenza, che non è di maggior mole come è stato detto ne' sassi, che la compongono di un mezzo piede incirca? Un altra essenzialissima circostanza nasce dalla costituzione in cui si trovano i fiumi Reali e perenni a fronte de' temporanei, ed è, che come questi hanno il loro fondo regolatissimo, e condotto, se all' occhio si crede, in una linea retta, i primi lo hanno irregolarissimo. Esempio ne siano, tutti quei Torrenti, che usciti fuori delle Montagne, s' incamminano verso le pianure meno inclinate all' orizzonte, avvegnachè se questi, come loro frequentemente accade, rimangono senz' acqua, o per rotte o perchè manchi di sopra, o si perda fra la terra, si vedono col fondo spianato ed assai regolare sopra la di loro cadente; io osservai il Reno, quando del 1717. aveva aperte e correvano le due Rotte alla di lui destra Panfilia e Cremona, poco superiormente a S. Agostino, e lo vidi col letto, che ivi è in sabbia, spianatissimo. Lo stesso potei osservare ne' Torrenti del Friuli, Tagliamento, Celline e Torre. Per l' opposto i fiumi grandi e perenni hanno il fondo irregolarissimo, cioè ripieno di ridossi, vasche, e gorghi molto profondi; Il Po più di ogni altro fiume ne fornisce l' esempio, avendolo ritrovato noi nelle Visite solenni in esso praticate col

mez-

mezzo degli scandagli col fondo al maggior segno irregolare, cioè in siti escavato in voragini, in altri rialzato in gran dossi; e tale è la diversità che corre fra fiume e fiume, e per conseguenza tali le cagioni che realmente impediscono il libero avanzarsi, che far dovrebbero i sassi, senza che possino restare spinti dalla forza dell' acqua, ove, tolte le dette resistenze, sarebbero promossi.

LXIV.

Non essendo pertanto sicura la regola sopraddetta per stabilire adeguatamente di qual ponderosità abbiano ad esser i ripari, per resistere secondo all' esigenza alla forza dell'acqua, sarebbe quì da ricercare qual legge vi potesse essere per ottenere con morale sicurezza il sopradetto fine; ma comecchè per stabilir questa vi si ricerca la combinazione di tante e tante circostanze, così non potendosi queste sufficientemente determinare, non si può nè meno fissar la legge di esse resistenze; dovrà bastare peraltro all' Ingegnere, di saper distinguere la forza de' fiumi ne' varj siti del loro alveo, essendochè ben diversa è la loro energia ove corrono in ghiaia, ed ove camminano in pura sabbia, e con pochissimo declivio: molto differenti perciò dovranno esser i ripari da porre in uso anche nello stesso fiume a misura cioè della varietà de' fenomeni, che emergono nel di lui alveo, nella di lui portata e declivio; Se opererà ove il fiume porta la ghiaia, dovrà di questa unirne in prismi o cantoni di lunghezza di due fino a tre piedi, e di altezza un piede in circa, formandone o penelli, o muraglioni, a misura ch' è chiamato dal bisogno dell' operare, o per volger l' acqua, o per resistere all' intacco di una qualche corrosione; se il fiume in quel tal sito arriva a portare col suo corso delle pietre assai grosse, non basteranno per ostargli i detti cantoni sciolti, ma bensì si avranno a collegare col mezzo di palificate divise in casse. Finalmente se il fiume corre in pura sabbia, o anche in semplice belletta, come accade ne' siti assai vicini al mare; in questo caso vi si resisterà coll' uso delle Volpare, quando però queste siano di una sufficiente mole, ben legate, e formate di buona terra, ovvero con i gabbioni; ma circa alla diversità de' ripari da praticarsi in varj siti de' fiumi, e secondo le diversità degli accidenti, punto essenziale in materia dell' acque correnti, si esaminerà nel seguente Capitolo, destinato alla pratica delle difese de' fiumi, e regolamento del loro corso.

CAPI-

CAPITOLO UNDECIMO.

Delle corrosioni de' Fiumi; delle Rotte, che si aprono negli argini de' medesimi; e de' ripari da porsi in opera per impedirle, ed accadute, per prenderle e sanarle.

I.

UN fiume quanto più lentamente cammina, tanto più con uniformità di moto progrediscono i di lui aquei filamenti tanto nel mezzo, che verso le sponde, di modo che appena si distinguerà il filone o spirito dell' acqua, dal corso ch' ella avrà accosto delle rive; si ricava ciò dall' osservazione del pari, e dal raziocinio, conciosiacosachè il ritardo de' filamenti predetti verso le sponde nascendo dalla resistenza che queste vi fanno, quanto maggiore sarà il moto dell' acqua, tanto più opereranno le dette resistenze, i gradi delle quali, come ben sanno gli Statici, crescono come i quadrati delle velocità; dimodochè dove queste sono minime, minime saranno pure le reazioni: così per l' opposto, se si considererà un fiume di molta velocità dotato, riuscirà molto sensibile il moto del di lui filone rispetto al moto de' filamenti laterali, e più vicini alle rive. Se dunque vi fosse tal fiume, che ristretto fra le sue sponde rapidamente corresse nel mezzo, ed assai lentamente alle rive, questi ogniqualvolta si venisse a dilatare in modo, che seguisse in esso un sensibile ritardamento del detto filone, acquisterebbero i laterali filamenti tal moto, onde tutte le parti egualmente, almeno al senso, si movessero; quindi resta manifesto, che poco o nulla contro dell' acqua operando le resistenze, altro non risentirebbero le sponde, che il peso dell' acqua, e pur che fossero valevoli a contenerla, sarebbero sufficienti ad impedire ogni loro squarciamento, anche quando esse sponde fossero superiori di livello alle Campagne aggiacenti. E per l' opposto, ove sensibile è il divario fra il corso del filone, ed il moto de' filamenti laterali, le resistenze delle sponde dovranno contr' operare gagliardamente, come il loro ufizio non è che di reazione contro la for-

za

za dell'acqua ch' esse devono sostenere, e precisamente con quel grado, che levano alla velocità del fiume; comecchè poi esse resistenze si oppongono in senso contrario alla direzione perpendicolare, che partendo dal filone viene a riuscire al punto, di cui si parla; però questo non solamente dovrà sostenere il peso dell' acqua del fiume, ma esser superiore di momento ancora a questi *conati* laterali, formati dall' acqua impedita nel proprio corso: e questo è il modo col quale vengono sforzati gli argini a cedere, oltre il natural peso dell' acqua, e quando si prenda il moto del filone come un *moto libero*, e che non risenta delle resistenze delle sponde, si averà da un tal dato, il modo di ridurre a calcolo il valore di detto *conato* perpendicolare, che si pratica contro di esse sponde, che vincer devono per non essere squarciate.

II.

Corollario. Da ciò nasce, che le sezioni de' fiumi a misura, che sono più veloci nel filone, meno sieno immuni dalle resistenze, senza che l'accelerazione del corso possa supplire al bisogno, sicchè il fiume non gonfi nelle parti superiori: indizio ben sarebbe del non esser desse ritardate, se egualmente tutti i filamenti dell' acqua si movessero; ed allora l' altezza viva dell' acqua nelle sezioni superiori nulla si aumenterebbe per la resistenza delle sponde, e gli argini nulla, oltre il gravame che loro recasse il solo peso delle acque, risentirebbero.

III.

Se un fiume di sponde parallele AC, ZF, (*Fig. 6. Tav. VII.*) le di cui velocità orizzontali venghino espresse per l' area BCDEF, il filone per RD, le minime velocità laterali per BC, FE, e l' altezza viva dell' acqua per BI, si debba allargare di maniera, che facendo la riva KL parallela alla ZF, succeda di passare per le sezioni di questo eguali quantità di acqua in egual tempo, e con velocità per tutta la larghezza così dilatata costante ed eguale alla massima RD del fiume più ristretto. Sia dunque BI altezza viva della sezione $= A$, BF sua larghezza $= L$, CDE scala delle velocità, di cui l' area LV (chiamando V la sua velocità); RD la velocità massima $= W$; l' altezza ricercata nell' alveo dilatato $= a$; e la sua larghezza parimente da trovarsi $= l$; Pertanto, secondo l' ipotesi, sarà l' equazione $LVA = alW$. ovvero

ro $\frac{ALV}{W} = al$. Si conduca nell'angolo femiretto ABS la retta BSK; indi fi faccia AV, ovvero BT $= \frac{AV}{W}$, e fi defcriva l'iperbola OV tra gli afintoti BG, BI; farà qualunque KG la larghezza ricercata $=$ BG; e GO, ovvero BQ l'altezza pur ricercata, e per la natura dell'iperbola farà OG $\times$ GB $=$ VA $\times$ AB, onde a qualunque larghezza BL corrifponderà l'altezza BQ, perchè fegua il corfo con la detta velocità maffima RD per tutta la detta larghezza.

IV.

Corollario. Generalmente dato un fiume, che corra con le velocità ritardate, la di cui larghezza fia BL, fe ve ne farà un altro di qualunque altra larghezza BF, che cammini con le velocità libere, ed eguali da per tutto alla maffima delle ritardate, faranno le altezze vive dell'acqua reciprocamente, come le aree fatte dalle velocità, e dalle larghezze; attefochè effendo $ALV = al$W farà ancora A . a : : l W. LV; il che ec.

V.

Riducendo il Problema dall'univerfale al particolare, fi figuri il fiume GBZF coll'acqua alta come BI, il di cui filone RD, ed il cammino meno veloce verfo le fponde, come viene dinotato dalla curva delle velocità CDE; fupponendo dunque che l'acqua difcorrente per il filone RD fia libera, nè rifenta in alcuna fua parte la reazione delle fponde; in tal cafo è certo, che fe le dette fponde foffero fommamente lifce, tutta l'acqua di quefto fiume camminerebbe in ogni fito con la velocità maffima RD; ciò non oftante, ridotta nel cafo delle refiftenze allo ftato di *permanenza*, tanta quantità ne dovrà paffare nella fezione *ritardata*, quanta nella *libera*, dove in quefta pafferebbe fotto una minore altezza viva; Saranno dunque le BL, BF eguali, cioè $L = l$, e perciò $\frac{AV}{W} = a$, vale a dire, che l'altezza ricercata farà nella ragione diretta di BI, e della velocità del fiume ritardato, e reciproca della maffima velocità RD.

Sce-

VI.

Scolio. Sia in grazia di eſempio RD velocità maſſima eguale a 8, e la BI altezza dell' acqua nella ſezione ritardata 10; $V = 7$, ſarà la BH altezza ricercata eguale a $8\frac{3}{4}$, onde lo ſcemamento dell' altezza verrà ad eſſere $\frac{5}{4}$ di un piede, ovvero un piede ed un quarto, e le reſiſtenze ſaranno ſempre proporzionali alli due trilinei miſti CND, DEM, determinati dalla tangente alla curva NM del punto D, e dalla produzione di BC, FE in N, M; ovvero facendo che il filone cada appunto nel mezzo della NM, ſaranno come il doppio dell' area di CND, e tanto avranno di più a reſiſtere gli argini oltre il peſo naturale dell' acqua, che devono ſoſtenere. Rilevando dunque da' fenomeni la natura della curva CDE, tutto il rimanente ſi determinerà facilmente. Ma ſe RD non foſſe la maſſima velocità *libera*, ma riſentiſſe eſſa pure qualche ritardo dalle reſiſtenze delle ſponde; in tal caſo l' argine o la riva ſoffrirebbe maggior impreſſione di quella, che il calcolo dimoſtraſſe; ciò accade ne' fiumi non molto larghi. Indizio poi che la RD ſia la *maſſima* e *libera*, ſarà, ſe eſaminando e riconoſcendo i filamenti dell' acqua vicino al filone, ſaranno eſſi trovati in qualche numero progredire colla ſteſſa velocità del filone ſteſſo, cioè allor quando la curva termini per qualche ſpazio ſenſibile di quà, e di là dal punto D nella tangente, oppure che nel detto ſpazio non declinaſſe da eſſa tangente, che inſenſibilmente.

VII.

Come che un fiume a miſura, che ſi allarga, meno riſente delle reſiſtenze delle ſponde, così per l' oppoſto quanto egli ſi va più facendo ſtretto, vieppiù le prova; quindi al riſtringerſi degli alvei, devono le ſponde reſtar più tormentate non ſolamente dal peſo dell' acqua, ma ancora dalle preſſioni nate per la reazione delle dette reſiſtenze: anzi ſe il fiume ſoverchiamente foſſe riſtretto, anche il filone ſteſſo non potrà a meno di non reſtare impedito nel *libero* di lui corſo: Eſſendo poſcia varia la preſſione, che fa l' acqua anche ſtagnante contro de' lati de' vaſi, coſicchè più vicino al fondo ſono maggiormente premuti, come ſi è veduto al numero IX. del Capitolo II.; Nella ſteſſa maniera ſuccedono gli sfiancamenti dell' acqua corrente contro delle ſponde, i quali ove più la velocità è ſenſibile, più agiſ-

cono contro delle medesime, seguendo in somma da per tutto le leggi della detta velocità; ciò non ostante il tormento maggiore delle sponde non viene prodotto dalle dette potenze, ma bensì dalla corrosione, che riconosce ben altri principj de' sopraddetti; per ispiegare i quali è necessario da sapersi, che il filone dell'acqua di sua natura dovrebbe occupare il mezzo del fiume, ma comecchè per ordinario le acque correnti per poco tratto conservano la rettitudine, così abbenchè paia, che dovessero le curvature obbligar l'acqua a tenersi col proprio corso maggiore verso del mezzo del fiume, ciò non ostante non poco declina questo verso la parte concava della detta curvatura. Sia il fiume ABCFED, (*Fig.* 7. *Tav. VII.*) che abbia la curvatura BCFE nel fine del tratto dritto ABDE; Stia il filone GH nel mezzo del fiume: Se dunque in un assegnato tempo l'acqua del filamento GH ha forza di arrivare in I, un altro filamento parallelo al filone, situato più verso la riva AB, come sarebbe ML, non arriverebbe nel medesimo tempo se non in L, percorrendo uno spazio minore del primo. Perchè poi ogni moto di sua natura si fa per linea retta, per quanto si può, quindi tanto GH, che ML continueranno il più che loro sarà possibile, con la direzione GH, nè si accosteranno verso BC, fino a tanto che i filamenti fra AB, e GI urtando nella concavità della riva non venghino da questa obbligati a rivolgersi verso K; e così il filone GI passata la sezione BE non più calcherà, come prima faceva, il mezzo del fiume, ma starà più accanto della riva concava BC come in IN. Sbilanciato il filone, ed accostato a BC, deve questa parte risentire maggiore pressione della AB, sito in cui per la supposizione cammina nel mezzo, e quanto più vien pressata la parte BC, altrettanto resta sollevata la EF; ove per ordinario rallentandosi il moto dell'acqua, accadono le deposizioni e le secche, il che serve poi a restringere maggiormente l'alveo, ed a caricare viepiù la parte opposta BC.

VIII.

Nel fiume VZTY (*Fig.* 8. *Tav. VII.*) corrente da V in Z vi sia su la superficie posta una corda perfettamente flessibile QFAS, raccomandata a due punti fissi Q ed S; si cerca la curvatura di essa corda, o sia la natura della curva QFAS. Sia il filone del fiume NBAC; si conduca BP normale a questo, e sia essa l'asse della

la curva PMN, che rappresenti le velocità superficiali del fiume; cosicchè condotta FMH parallela al filone NBA, sia la MF quella che rappresenti la velocità competente al punto F; prendasi Ff infinitamente picciola porzione della curva ricercata, e si conduca pure la If infinitamente prossima e parallela alla HMF. Sia FR il raggio del circolo osculatore della ricercata curva nel punto F, e da questo condottasi la tangente FC tagli la BC nel punto C; poscia prolungata la HF in E, di modo che FE sia eguale a MF; dal punto E alla tangente FC si lasci cadere la perpendicolare ED: I triangoli FED, FCB sono simili, sarà perciò FE. ED : : FC. FB, onde ED $= \frac{FE \times FB}{FC}$; ma sono simili anco i triangoli FGf, FCB, adunque sarà ED eguale ancora a $\frac{FG \times FE}{Ff}$: e perchè la forza assoluta di un fluido è come il quadrato della sua velocità, pertanto, se la FE come raggio esprime la stessa velocità, la DE seno dell'angolo d'inclinazione della particella della curva Ff, rispetto alla direzione del fluido, dinoterà col suo quadrato la forza respettiva con cui il detto fluido urta la corda, onde la formola $\frac{FG^2 \times FE^2}{Ff^2}$ valerà questa stessa forza o resistenza; ma secondo quanto ha dimostrato il Signor Giovanni Bernoulli nel Trattato della *Manœuvre des Vaisseaux* a carte 137, numero IV; la pressione o forza dev'essere reciprocamente proporzionale al raggio della sviluppata della curva in quistione; se dunque FR è questo raggio, sarà $\frac{FG^2 \times FE^2}{Ff^2} = \frac{1}{FR}$ equazione che darà la natura della curva ricercata.

IX.

Sia $AB = x$, $BF = y$; $MF = FE = a$, $BC = \frac{ydx}{dy}$; $PB = b$, $PF = b - y$, $Ff = ds$; sarà $FR = \frac{dyds}{ddx}$, adunque per lo numero antecedente $\frac{uudyy}{dss} = \frac{ddx}{dyds}$, ovvero $uudy^3 = dsddx$; Sia $b - y = u^m$, sarà $\overline{b-y}|^{\frac{2}{m}} = uu$, e sostituendo sarà $\overline{b-y}|^{\frac{2}{m}} dy^3 = ddxds$ (A)

 Sia

Sia $pds = dx$, onde $dpds = ddx$ facendo ds costante, e $ppdxx + ppdyy = dxx$, oppure $ppdyy = dxx - ppdxx$, e $dyy = \frac{\overline{1-pp}\, dxx}{pp}$, e $ds = \frac{dx}{p}$, sostituendo però nell'equazione (A) questi ritrovati valori, sarà mutata nella seguente $\overline{b-y}|^{\frac{2}{m}} dy \times \frac{\overline{1-pp}\, dxx}{pp} = (dpdss)\ \frac{dp\, dxx}{pp}$, che si riduce a $\overline{b-y}|^{\frac{2}{m}} dy = \frac{dp}{1-pp}$, ed integrando $q - \frac{m}{2+m} \times \overline{b-y}|^{\frac{2+m}{m}} = \int \frac{dp}{1-pp}$ in cui q è una quantità costante, e tale sarà l'equazione della curva ricercata.

X.

Scolio. Sia da integrarsi il membro $\int \frac{dp}{1-pp}$, si faccia $1 - pp = \frac{1}{nn}$ onde $nn - nnpp = 1$, e $p = \frac{\sqrt{nn-1}}{n}$: sia inoltre $nn - 1 = r$, e pertanto $2ndn = dr$, adunque $dp = \frac{dr}{2n\sqrt{r}} - \frac{dn\sqrt{r}}{nn}$, e sostituendo in vece di dr il suo valore $2ndn$, ed in vece di $\sqrt{r}$ il suo $nn - 1$, sarà $dp = \frac{dn}{\sqrt{nn-1}} - \frac{dn\sqrt{nn-1}}{nn}$, e finalmente $\frac{dp}{1-pp} = \frac{dn}{\sqrt{nn-1}}$, che dipende dalla quadratura dell'iperbola, da costruirsi nel seguente modo. Nell'iperbola equilatera BDd (*Fig.9.T.VII.*) sia AC $= n = \sqrt{\frac{1}{1-pp}}$; DC $= \sqrt{nn-1} = \sqrt{\frac{pp}{1-pp}}$; AB $= 1$; il triangolo ACD $= \frac{n\sqrt{nn-1}}{2}$, ed il suo differenziale sarà $\frac{dn\sqrt{nn-1}}{2} + \frac{nndn}{2\sqrt{nn-1}}$, ed il suo doppio $dn\sqrt{nn-1} + \frac{nndn}{\sqrt{nn-1}}$, ma $dn\sqrt{nn-1}$ vale DCcd, dunque DAd valerà

rà $\frac{nndn}{\sqrt{nn-1}}$; e però $\int \frac{dp}{1-pp}$ = ADC — BDC = al Settore iperbolico ABD, e per tanto $\int \frac{dp}{1-pp} = DAB = q - \frac{m}{2+m}$ $\times \overline{b-y}|^{\frac{2+m}{m}}$; Si chiami DAB $= s$, sarà $s = q - \frac{m}{2+m}$ $\times \overline{b-y}|^{\frac{2+m}{m}}$, e finalmente l'ordinata della curva y = BF $= b$ $+ \frac{2+m}{m} \times \overline{s-q}|^{\frac{2+m}{m}}$, il che era da ritrovarsi. Se dunque si prenderanno le F*f* (*Fig.* 8. *Tav. VII.*) eguali da per tutto, e si determinerà BF eguale alla quantità predetta, si avrà il modo di descrivere la ricercata curva.

XI.

Se si supporrà la sponda di un fiume composta di parti omogenee, di una stessa grossezza, e collegazione con le vicine; la forza del fiume scaricandosi sopra di essa non altrimenti, che sopra la corda considerata al num. VIII. di questo, quella tal sponda non prima cesserà di cedere alle impressioni, di quello porti il grado di essa forza, che la verrà a costituire in una figura curva, che non mai sarà ridotta alla sua vera forma, se non allora che la difformità delle impressioni a cagione di essa curvità, sarà ridotta ad incontrare da per tutto le stesse resistenze, ed in somma solamente allora quando averà acquistata la piegatura della corda, di cui di sopra si è parlato, ottenuta la quale, la riva non sarà più intaccata, e così si conserverà fino a tanto che altre circostanze non entrino a frastornare la detta disposizione, ch' è ciò di cui parla il Guglielmini nel Libro della Natura de' fiumi al Corollario primo della Prop. 8. del Cap. VI.; Dal che resta poi evidente, che ove cada a percuotere la riva il filone del fiume, ivi debba essere il vertice di questa curva, o sia della corrosione, e che a misura della larghezza del fiume, anche più discosto debba cadere il detto vertice; quindi ne deriva, che i fiumi più grandi abbiano le loro volte o gombiate di maggior ampiezza, di quelle de' minori, nè potersi realmente chiamar corrosioni, quando il filone del fiume non viene a premere la sponda, formando ivi essa corrosione il proprio

prio vertice. Egli è pur chiaro ed evidente, che stabilita che sia la corrosione, restando in un perfetto equilibrio le resistenze delle rive con la forza di ciaschedun filamento dell'acqua, dee seguire, che la riva non resti più tormentata nel vertice o centro di azione, di quello sia in ciascuna altra parte, ma che da per tutto soffrirà la stessa pressione, nè finalmente si cangerà l'equilibrio fino a tanto che non si cangino le circostanze, o dell'acqua che urta, o delle rive che resistono.

XII.

Pretende il Barattieri al Capo secondo del Libro II. dell' Architettura delle acque, che essendovi da una parte del fiume una corrosione, e necessariamente dalla parte opposta, la spiaggia o renaio, dovervi esser *due pendenze sopra le quali scorrono le acque, una naturale dal principio del nascimento de' fiumi, fino dove termina dentro del mare, e l'altra accidentale, che è da dove l'alveo è men profondo, cioè a dire dalla spiaggia alla parte, dove si getta la corrosione, e questa* (spiegasi egli) *potersi dire accidentale, perchè resta mutabile, secondo si vanno mutando gli effetti dei fiumi* ec. Il sentimento dunque dell'Autore si è, che la spiaggia rivolti l'acqua o tutta o parte a caricar il filone, e la riva, che da questo è posta in corrosione, la qual cosa abbenchè possa verificarsi in qualche senso, non può però seguire in riguardo della natura dell'acqua corrente, ma solamente rispetto ad alcune circostanze, che possono alterare il moto del fiume dalla sua origine fino al fine, nè tampoco può succedere secondo le leggi della Statica, avvegnachè mantenendosi di livello la superficie transversa del fiume da riva a riva, nè mai l'acqua da destra a sinistra passando, non può realmente asserirsi che nella medesima sezione camminar possa l'acqua, parte verso il suo fine, e parte con direzione verso della riva opposta; onde la proposizione del Barattieri per questo capo non si accorderebbe con le leggi del moto delle acque: contuttociò si verifica il di lui sentimento, almeno in parte se non in tutto, ma per conoscerlo è di mestieri prender la cosa da' suoi principj, e ben discerner quegli accidenti, per i quali succede un tal fenomeno di moto *accidentale*, come lo chiama il detto Autore. Ciò che fa resistenza al corso delle acque, oltre gli accidentali impedimenti di gombiate ed altri ostacoli e resistenze, si è il perpe-

petuo soffregamento, che l'acqua è obbligata a fare e contro le rive, e contro il fondo: Del primo ne abbiamo parlato al numero XVII., e seguenti del Capitolo VII., e del secondo ne parlano l'esperienza e la ragione, come si è esposto a' numeri XIX., e XX. del Capitolo V. Anzi non saprei come meglio spiegare il modo con cui l'onda del mare si rompe sulla spiaggia, se non col mezzo delle resistenze, che l'acqua vi riceve in passando dal maggiore al minor fondo. Più di una volta mi sono curiosamente trattenuto ad osservare la maniera, con la quale il mare infuriato spinge i suoi flutti al lido, ed ho veduto, che non sì tosto l'onda arriva, ove il mare perde il fondo, e comincia la spiaggia sott'acqua, che essa onda si cangia di forma, ed in vece di conservare la naturale sua rilevatezza sopra della superficie dell'acqua, essa in avanzandosi verso del Lido, più progredisce con le sue parti più alte, che con le più vicine al fondo, di modo che non sostentata l'acqua per il difetto di quella, che più tarda la siegue, cade e stramazza furiosamente dall'alto sull'acqua della spiaggia, e con strepito e fragore genera la spuma, spargendosi poi dilatatamente anche oltre il confine dell'orizzonte del mare, procedendo in somma il fenomeno dal non progredire tutto il corpo dell'onda con pari possa nel di lei moto, comecchè questi riesce maggiore in superficie, minore verso del fondo, il che non accadendo per niente ne' luoghi di maggior profondità, chiara cosa è derivar lo sbilancio predetto dalle sole resistenze provenienti dal troppo vicino fondo, vedendosi queste valevoli a rattener di maniera il corso dell'acqua benchè spinta dal vento, che rispetto alla superiore, rimane notabilmente rallentata nel proprio movimento. Può anch'essere, che l'azione del vento non penetrando gran fatto dentro dell'acqua, muova con maggiore energia la parte di sopra, con minore quella di sotto.

XIII.

L'acqua corrente di un fiume ha la propria tendenza verso lo sbocco, e desume il suo moto dall'inclinazione che tiene verso del suo recipiente, sia poi desso o il mare, o un altro fiume; e sebbene l'acqua del filone cammina più veloce a qualche distanza dalle sponde, viene ciò non ostante regolato il sistema del corso dalla pendenza di tutto il fiume, da altro non nascendo il ritardo

tardo di una parte sopra dell' altra, che dalle accidentali resistenze dell' alveo nelle rive e nel fondo; Si può nientedimeno dare il caso, che l' acqua viva di una sezione si trovi di sì poca altezza, che le resistenze del fondo estendino la loro azione assai sensibilmente contro tutta l' altezza viva dell' acqua, e queste resistenze possono esser di tal energia, che levino o del tutto, o quasi intieramente il di lei moto progressivo, con cui camminar dovrebbe sempre parallela al filone del fiume, il che quando succedesse uopo avrebbe di starsene o stagnante, o quasi stagnante; ma perchè il filone non ritarda gran fatto il proprio moto, meno certamente risentendo da dette resistenze, però (almeno ne' fiumi reali e molto dilatati) non potrà conservarsi in tale stato di cose l' acqua di livello in tutti i punti della larghezza della sezione, e potrà di qualche linea restar più basso il filone del rimanenre di essa sezione, di quell' acqua cioè, che discorre più verso delle rive, e per tanto questa potrà anco esser rivoltata da un tale sbilanciamento verso di esso filone, il quale se per avventura si trova vicino alla riva opposta, verrà la medesima maggiormente caricata coll' accrescersi la di lei corrosione all' aumentarsi di tal forza laterale, che abbenchè non paia camminar direttamente ad investir il filone, nientedimeno nell' obliquità del corso che deve assumere, viene a sospingerlo verso dell' opposta riva; con che resta spiegato il Capitolo, di cui si è detto, del Libro secondo della Parte prima dell' Architettura di acque di esso Barattieri.

XIV.

Ogni fiume in qualsivoglia parte del proprio alveo, fuori de' monti, resta soggetto alle rotte, vale a dire, ad estravasare le sue acque fuori del di lui letto per un' apertura che si fa nelle sponde, ma non ogni rotta succede nella medesima maniera, conciosiacosachè ovvero che i fiumi corrono incassati fino ad una certa altezza de' loro argini, ovvero che questi tengono tutta la loro acqua all' altezza dell' orizzonte delle Campagne, oppure che hanno il fondo anche più alto del medesimo orizzonte, in tutti e tre i quali casi riescono diverse sì le cause delle rotte, che gli effetti delle medesime. Sia HCFG (*Fig.* 10. *Tav. VII.*) la sezione di un fiume contenuto fra gli argini HC, GF. L' altezza di una massima piena sia BD, ed AE sia la superficie dell' acqua di esso fiume posto in escrescenza: Si produca EA indefinitamente verso M, e da

e da questo punto cada la perpendicolare PM. Sia poi la Campagna o in livello col fondo CF, come SO, o superiore a questo come RN, o del medesimo inferiore, come TQ, e le cadute respettive dell'acqua sopra di essa sarebbero per tutti e tre i casi, come MO, PM, ed MN. E' poi da riflettersi che in quattro diverse maniere si fanno le rotte, cioè la prima per tracimazione dell'acqua, quando viene più alta del ciglio dell'argine, come se arrivasse in KL; La seconda per l'intacco, che si fa dell'argine dalle corrosioni, potendosi questi ridurre a sottigliezza tale da non poter più reggere al peso dell'acqua, onde ne rimane sovente aperto. La terza, allora che i sortumi delle acque, facendosi assai vicini al piede dell'argine, incavernandolo, lo rendono incapace di reggersi, mancandogli il fondamento, e la quarta finalmente, se qualche benchè esilissimo pertugio sia o naturalmente, o artificiosamente introdotto nel corpo dell'argine, cioè o prodotto dal marcimento di radici di alberi, stati piantati nella grossezza del riparo, o da' Topi, che ne traforano, com'è lor costume, sotterraneamente il terreno, oppure da qualche tristo e malizioso, che con trivelle fori a dirittura l'argine stesso. Abbenchè l'effetto della rotta sia il medesimo in qualunque modo succeda, nientedimeno molto diverso riesce il modo, con cui desse si aprono, come si anderà esponendo.

XV.

L'acqua nella superficie benchè corrente di un fiume, ritiene poca forza, cosicchè per vincerla, basta di opporvi de' piccioli arginelli di terra della grossezza di due piedi incirca, e talvolta il semplice solco dell'aratro, fatto lungo l'argine, che ad esser tracimato resta esposto, sollevando la terra all'altezza di poche once, basta per trattenere l'acqua, che non trabocchi, nè ciò solamente può praticarsi ne' fiumi di piccola portata, ma è in costume nello stesso Po, qualor minaccia di voler sorpassare coll'escrescenza l'argine: un tale sfioramento di acqua, benchè paia di poca considerazione, contuttociò, quando accade, slamina l'argine, e dà modo all'acqua di penetrar nel più interno dello stesso, e di facilitare in poco spazio di tempo il di lui rovesciamento. Veramente sul principio del prodursi un tale effetto, misurandosi la forza della sola altezza viva IK, (*Fig.* 10. *Tav. VII.*) riesce assai insensibile, ma penetrando l'acqua il cotico, e sollevandolo in parte, lo riduce ad esser facilmente levato, onde corroso il ciglio dell'

argine IH, l'acqua và sempre più acquistando forza, per IN s'incanala, ed a poco a poco resta abbassata la superficie IH. A misura poscia di un tale abbassamento, crescendo l'altezza viva dell' acqua descendente per esso argine, si riduce questo a termine di distruggere, e sovvertire ogni difesa, che far poteva contro il fiume. A norma che la campagna è più alta, o più bassa rispetto al fondo del fiume cresce di momento la forza dell'acqua in discendendo per lo declive dell'argine INQ, accelerandosi a misura, che dal punto K si va scostando, quindi rendesi valevole a corrodere, e scavare in TQ, quando ciò far non potesse in SO, ovvero in RN, e secondo la corrosione superiore dell' argine, crescendo sempre di momento, va anche crescendo sempre di energia per iscavarsi al piede dell' argine una qualche profondità, dal che rendendosi debole viepiù il fondamento di questo, e l'acqua premendo incessantemente, in breve tempo resta rovesciato il riparo, ed aperta la rotta. Tali accidenti arrivano ai fiumi per certe straordinarie circostanze, che alle volte si uniscono ad ingrossarli eccessivamente, mentre per altro l'altezza dell' arginatura restando determinata superiore di qualche piede alle massime escrescenze, pare che mai dovessero nel modo predetto restar gli argini tracimati: contuttociò accadendo talvolta un predominio grande e continuato di Venti, e di quelli in specie, che tengono più dell'ordinario gonfio il Mare, e che infilano direttamente lo sbocco del fiume, restando il corso di questo impedito nel proprio scarico, maraviglia non è, se i ripari vengono sormontati: così ancora succedono talvolta le piogge sì dirotte, e continuate, che gonfiando tutti ad un tempo gl'influenti, resta il recipiente talmente ricolmato di acque, che si rende improporzionato a contenerle, onde anco per tal motivo si fanno inevitabili le rotte, delle quali si è parlato.

XVI.

Altre rotte succedono a' fiumi per la debolezza dell'argine, quando cioè dalla corrosione resti intaccato di modo, da ridursi incapace a sostenere il carico dell'acqua: comincia per ordinario la detta corrosione dal fondo, essendo che quivi l'acqua pressata dal maggior peso, scarna assai facilmente il piede del riparo, levato il quale non può più reggere la parte superiore, onde a misura dell'intacco del fondo, va distruggendosi tutto il restante dell'argine; Egli è ben vero, che nel tempo in cui dura

la

la piena, abbenchè resti il piede interiore dell'argine escavato e corroso, sì dalla forza dell'acqua che sostiene, sì per l'adesione, che la medesima fa agli argini, stanno questi pur anco in piedi, abbenchè privi di fondamento in molta parte, ma non sì tosto danno giù le acque, che mancando del detto sostentamento, cadono i ripari a grandi porzioni. Tanto ci accadde di vedere sul finire dell'anno 1719, dopo che abbassatosi il Po dalla piena che aveva poco prima sofferta, in viaggiando per esso da Pavia al Mare per occasione della Visita generale, di cui spesse volte si è fatta menzione, a norma dello scemare dell'escrescenza, cadevano lungh'esso fiume all'improvviso molte e molte pertiche degli argini, specialmente in quelle parti, ove erano i *froldi*. Ciò non ostante se il fiume è di fondo più basso delle aggiacenti campagne, non possono seguir sì agevolmente in esso le rotte, abbenchè, come si è esposto, restino intaccati gli argini, se le sole banche di dietro vagliono a contener l'acqua dell'estravasazione, come si è potuto osservare alla Volta detta della Colombara nell'Adige a Lusia del 1721, quando dal corso violentissimo, che ivi aveva l'acqua a cagione della vicina aperta rotta nella Volta inferiore di S. Francesco, restò talmente intaccato l'argine, che altro non aveva che la banca verso la campagna, e pure ebbesi campo di fortificare detta banca in maniera, che non potè esser asportata dall'acqua, benchè avesse un moto maggiore di ogni credere. Ma quando i fiumi hanno il fondo di livello, o anche superiore alla campagna, in tal caso deve temersi la rotta, anche quando l'acqua del fiume va scemando: Che se in vece di calare tornasse a crescere, come non rare volte avviene, allora la rotta si rende, per così dire, inevitabile, mentre tracimando l'acqua l'altezza della rimasta banca, con tutta facilità la squarcia, anche se il fiume avesse il fondo più basso della Campagna.

XVII.

La terza e quarta specie di rotte succedono per il trapelamento, che attraverso dell'argine, o sotto del medesimo, può far l'acqua: nasce il primo caso per ordinario da due cagioni, cioè o da fori, che nella solidità dell'argine vi fanno talora i Topi, oppure dal marcirsi di qualche radice di albero, onde si lascia il luogo alla penetrazione dell'acqua, ed al formarsi delle rotte. Anco con trivelle ben lunghe di ferro maliziosamente

dagli uomini per qualche suo scellerato fine, si fanno succedere le rotte, bastando all' acqua per farle, ogni benchè picciolo buco, onde insinuarsi. L' altro caso viene prodotto dalla mala qualità del terreno, su di cui è piantato l' argine del fiume, potendo essere o di cuoro, o di altra materia facilmente permeabile all' acqua, sotto della qual specie cadono tutte le sorgive, che nelle campagne a canto de' fiumi si osservano in que' paesi, che sono fatti a forza di alluvioni, ed ove altre volte vi erano Lagune, Laghi e paludi, ne' quali, abbenchè gli atterramenti li rendino in stato di esser retratti, nientedimeno non penetra mai sì dilatatamente il lezzo, e la belletta, che restino empite tutte le sotterranee comunicazioni, di maniera che i ripari non mai acquistar possono la necessaria perfezione. Quando dunque le campagne per le quali discorre un fiume siano state prima della sopraddetta qualità, saranno queste certamente soggette alle sorgive, ed al pericolo delle rotte e delle inondazioni: di tal natura si è quasi tutto il Ferrarese, il Polesine di Rovigo, ed il basso Padovano, questi due ultimi Territorj rispetto all' Adige, l' altro rispetto al Po. Ciò che in tal proposito si rende parimente rimarcabile si è, che il Polesine di Rovigo predetto, dal Castagnaro allo sbocco dell' Adigetto vicino a Cavarzere, tiene le Campagne ancor più basse del basso Padovano, che gli sta collocato dall' altra riva, ed il contrario segue fra essa bocca dell' Adigetto, ed il Canal di Loreo, derivando ciò nelle parti superiori per essersi prima arginati quelli del Polesine, che i Padovani, e nelle parti inferiori per essersi sempre voluta la Laguna di Venezia (che altre volte arrivava all' Adige nelle vicinanze di Cavarzere) assicurata, perchè non avesse a ricevere le acque torbide di questo fiume, ond' egli lasciato liberamente scorrere dalla parte destra, ha potuto rialzare notabilmente i terreni aggiacenti, resi adesso dall' attenzione de' possessori in buona parte coltivati ed ubertosi: generalmente però parlando, ove le Campagne sono più basse, restano più soggette alle sorgive, e per conseguenza alle rotte, ed alle inondazioni.

Sia

XVIII.

Sia CHID (*Fig.* 11. *Tav. VII.*) parte di una ſezione di un fiume, il di cui argine ridotto in profilo ſia HABS; l' orizzonte della campagna GM; il fondo dell'alveo HI. Supponghaſi l'argine forato o da Topinare, o da radici di alberi marcite, oppure da qualunque altra cagione; intendaſi l'altezza ordinaria del fiume FE, ſe vi ſarà la comunicazione ſotterranea EYKL, potrà l'acqua inſinuarſi per la ſtrada EKL ſino nella Campagna, coſicchè prodotta la ſuperficie FE in Q, laſciando cadere la perpendicolare QL, ſarà la forza con cui l'acqua in L (preſcindendo dalle reſiſtenze, che incontra per la ſtrada tortuoſa EKL) ſarà per uſcire, come ſe la medeſima quantità di acqua cadeſſe dall'altezza QL, ed il momento di eſs' acqua per ſcappare ſarà, ſecondo le note leggi della Statica, come LQ moltiplicata nell' ampiezza del foro che ſomminiſtra l'acqua, ovvero come il quadrato della velocità nella baſe dell' acqua ch' eſce. Supponendo poi il fiume creſciuto in DC, allora figurandoſi prodotta la DC, ſi laſci cadere la perpendicolare al piano di campagna, e qualunque de' due fori EL, HM, ſpingerà l' acqua con una forza eguale alla NM moltiplicata nel ſuo reſpettivo orificio. Così parimente ſe vi foſſe il foro *r*Z attraverſo dell' argine, uſcirebbe l' acqua con la forza dovuta all' altezza PO ec. E ſe la comunicazione EKL tortuoſa s' incurvaſſe in K, di modo che il punto K foſſe più baſſo del livello della campagna, nientedimeno la forza non ſarà già quella che compete alla perpendicolare RK, ma ſolamente quella ch' è dovuta alla LQ, mentre nel tubo recurvo EKL, le parti YK, KL peſando egualmente una contro l' altra, ſi vengono vicendevolmente a ſoſtenere, nè rimane altro sforzo, che quello che proviene dall' altezza LQ. In molte altre maniere può darſi la comunicazione fra l' alveo del fiume e la Campagna; in tutte però ſuccederà ſempre uno de' caſi quì notati, e ſi ridurrà ſempre l' effetto alla meccanica quì ſopra deſcritta, in ordine alla forza con cui eſce l' acqua dall' alveo verſo la Campagna.

XIX.

Corollario I. Ne proviene da quanto ſi è detto, che le ſorgive poſſono eſſervi e non eſſervi, a miſura dell' altezza maggiore o minore del fiume, quando cioè le comunicazioni reſtaſſero al di ſopra della ſuperficie baſſa dell' acqua: che ſe rimaneſſero ſotto

to di questa, in tal caso saranno perenni, ma avranno più o meno forza, secondochè il fiume sarà più o meno alto, desumendosi sempre il grado di questa dalle altezze delle perpendicolari LQ, MN ec.

XX.

Corollario II. Resta pur manifesta la facilità che v'è, ov'esistono le sorgive, di aprirsi le rotte, mentre quando le comunicazioni EKL, HM portassero acqua lungo tempo, ed avessero molta velocità, come accade allorchè il fiume è sul crescere; in tal caso niente vi è di più facile, che il dilatarsi queste cieche strade e rami di comunicazione, onde ridotte che siano a molta ampiezza di diametro, cade l'argine che sopra vi incombe, e la rotta è fatta; tanto successe nell'aprirsi della rotta nell'Adige, detta di S. Francesco a Lusia l'an. 1721, e tanto del 1737 all'Anguillara, e così quasi in ogni altra di detto fiume, mentre trascuratosi d, provvedere ad una fontana, ch'era non molto discosta dal piede dell'argine a Lusia, assorbì questa improvvisamente il riparo, ed aprì quella gran rotta, per cui si divertiva quasi tutto il fiume a danno dell'ubertoso Retratto di S. Giustina, ed in quella dell'Anguillara, abbenchè la fontana fosse a molte pertiche discosta dall'argine, nientedimeno seguì la rotta coll'inondazione di tutto il basso Padovano.

XXI.

Circa al ripararsi dal pericolo delle rotte, si considereranno in primo luogo quelle che provengono da tracimazione di argine. O che dunque il sormontamento dell'acqua è puramente accidentale per qualche straordinaria piena arrivata all'improvviso, oppure, che da qualche tempo si è venuto in cognizione, che il fiume con l'altezza delle proprie escrescenze arriva più vicino al ciglio degli argini, di quello faceva altre volte. Se accade il primo, molto difficile è il riparar la disgrazia, se niente è trascurata: Se il secondo, converrà riconoscere diligentemente, se nuove acque fossero state introdotte nell'alveo, o se coltivati terreni di monte, che prima non si coltivavano, sicchè le acque abbino campo da precipitare senza ritegno verso dell'alveo, o finalmente, se il fondo del fiume per nuove deposizioni sia cresciuto, lo che sarà da rilevarsi mediante diligenti livellazioni e scandagli, fissati a segni stabili fuori del fiume; in tutti e tre i det-

ti

ti cafi conviene fenz'altro rialzare, tantofto che fi potrà, tutte le linee degli argini, di modo che riefchino quefti più alti della maffima efcrefcenza piedi due in tre. Un tal rialzamento sì per render minore la fpefa, sì per guadagnar tempo fi potrà effettuare nel principio mediante una femplice coronella, o come fi chiama ful Po, con un *fopraffoglio*, che non è altro, fe non un piccolo arginello largo tre piedi in circa, e alto due, piantato fopra del piano fuperiore dell'argine dalla parte del fiume, il quale abbenchè di sì poca mole, non è però che non poffa convenientemente refiftere; avendofi già detto della poca forza che ha l'acqua vicino alla fuperficie: in progreffo di tempo, ma il più celeremente che fia poffibile, fi dovrà poi ingroffare il detto *fopraffoglio*, e ridurre alla larghezza del rimanente dell'argine.

XXII.

Scolio I. In tutti i fiumi dello Stato Veneto, per tacere degli altri, fi è avuto bifogno di fimili rialzamenti; effendo di tempo in tempo fopravvenute efcrefcenze tali, che per contenerle furono riconofciuti gli argini del tutto incapaci; fia poi ftata la cagione o lo fvegramento de' monti feguito da poco più di mezzo fecolo in quà, o il riempimento del fondo per qualunque altra caufa di depofizione di torbide. Due infigni documenti di tali alzamenti fe ne hanno nel Po, alla Polefella, ed alla Cavanella. La fabbrica del gran Vafo de' foftegni nel primo di quefti luoghi, coftrutta verfo il termine del XV. Secolo, non lafcia angolo a dubitare, che l'altezza di quelle muraglie non foffe tale da contenere ben due piedi almeno, oltre le maffime efcrefcenze, l'acqua del Po; contuttociò adeffo l'altezza di quefte, come cofta da rilievi della Vifita 1721. fotto li 18. Marzo, e primo Aprile, arriva a fuperare le coltellate di marmo, che cuoprono il detto foftegno, un piede ed once dieci di Bologna, cofìcchè fe a quefti fi aggiugneranno almeno due piedi di franco, ch'effa fabbrica doveva avere fopra le piene, refta manifefto effer quivi feguito in poco più di due fecoli, dacchè effo foftegno fu piantato, un rialzamento o di piena, o di fondo di quafi 4. piedi di Bologna. Così alla Cavanella fi conofce pur crefciuto il fondo, effendochè fi ha da' documenti del Magiftrato alle Acque di Venezia, che quando furono fabbricate quelle Porte del 1623. foffe l'edifizio tenuto sì alto da lafciar la maffima piena di allora piedi 3 di Venezia fotto i marmi delle coltellate, e coperte

di

di marmo; e tanto si rileva dall' indubitabile documento registrato in certo Libro d' Itinerarj, ne' seguenti termini. *Ritornato* (uno degli Esecutori di detto Magistrato) *alle Porte della Cavanella piantato su l' arzere dal Proto Contino il livello, si livellò diligentemente & con l' occhio proprio degli Illustrissimi Signori Essecutori si vide che sempre con l' acqua di Po anco molto bassa li sarà piedi 4 di acqua sopra li sogieri di esse Porte, & con ogni maggior escrescenza piedi tre e più di fabbrica.* Ma nella Visita suddetta li 14. di Aprile fu rilevato, che le piene presenti superano due piedi di Bologna le coltellate di marmo delle Porte: dunque esse piene superano le antiche di oltre 5. piedi, di maniera che in poco più di un secolo è seguito a detta parte un tale alzamento. La prolungazione della linea di quel fiume reale sarà facilmente stata la principal cagione di una sì riflessibile alterazione, e disordine.

XXIII.

Scolio II. Del rialzamento del letto de' fiumi ne abbiamo un chiaro argomento anche dal celebre Vincenzio Viviani in quell' aureo suo Trattato indrizzato a Cosimo III. Gran Duca di Toscana, intorno *al difendersi da' riempimenti e dalle corrosioni de' Fiumi*; parlando dell' Arno, per cui veramente fece l' accennato Trattato, dice dunque a carte 25. *Ma tralasciata sì lunga digressione, benchè non in tutto fuori del mio assunto, e ripreso questo colà, dov' io l' interroppi: non è dunque al giudizio mio, e di que' che lo provan con loro pregiudizio, da mettersi punto in dubbio un perpetuo riempimento del letto di Arno, il quale, non segue già, come evidentemente si scorge per uniforme altezza in universale, nè per tutta la larghezza del medesimo letto, non potendo ciò mai avvenire ne' Torrenti, che pregni di materia grossa, sono forzati a deporla per via, or da una parte, or dall' altra, quà in maggiore, e là in minor copia, ed a crearsi e mantenersi in qualche luogo un canale serpeggiante e continuato più profondo che altrove per lo scarico delle acque basse e perenni; il qual canale non si riempie, o si rialza a gran segno, quanto fa il resto del letto, di cui, ben concedo ancora, che l' alzamento e il riempimento non segua, che a poco a poco, ed il più del tempo per insensibile, ma però e' segue, e m' obbliga l' esperienza a non ammetter per ragioni quelle di chi tiene in contrario. Questo occupamento del Vaso, e di continente, dà causa alle piene di procurarsi il luogo perduto dentro le ripe*

più

più deboli, d' onde ne seguon le corrosioni, e Lunate, e di scorrervi ancora più alte, d' onde n' avvengono l' inondazioni. Da' quali sentimenti appare non solo, come di fatto siasi rialzato il letto di Arno, ma ancora il modo, con cui generalmente vada esso rialzamento seguendo, a misura del quale, riconosciuto, com' è stato detto, diligentemente con la livellazione, e con lo scandaglio, si deve rialzar l'arginatura, cosicchè siavi in essa per lo meno due in tre piedi di franco sopra la massima piena. Una tal causa non sarà stata certamente l' ultima di aver prodotto il gravissimo danno risentitosi li 2. del passato Dicembre dalla Città di Firenze nell' improviso e grande allagamento, che ha fatto Arno con immenso danno della popolazione, e dentro, e fuori di quella nobilissima Capitale.

XXIV.

Le rotte o che accadono ne' fiumi incassati fra terra, almeno col loro pelo ordinario, mentre se sono anche nell' escrescenze più bassi delle campagne, non possono seguir che corrosioni, ovvero succedono in que' fiumi, che il pelo basso hanno più alto delle campagne, o finalmente in quelli che il fondo stesso del fiume hanno superiore alle medesime campagne. Il chiudere quelle de' fiumi incassati, non è difficile molto, rispetto al serrare quelle de' fiumi, che o il pelo, o il fondo tengono più alti delle campagne, che inondano. Per sanare dunque quelle rotte della prima maniera, converrà osservare le seguenti regole. Primo, di non intraprendere la chiusura avanti che l' acqua non sia incassata nell' alveo, vale a dire, prima che la rotta più non corra. Secondo: E perchè non succede rotta senza gorgo e nel sito ove stava l' argine rovesciato, e nella campagna a canto di questo; e qualche volta, dandosi il caso, ch' esso gorgo si avanzi di molte pertiche verso della detta campagna, però sarà ben da esaminare, se sia di maggior vantaggio il tirar il nuovo argine di figura circolare, schivando il gorgo, oppure tirarlo in linea retta, attraverso del medesimo gorgo: si fa di figura circolare, allorchè questi è troppo profondo, e si traversa quando non è tale, in linea retta; per lo più però nelle maggiori rotte de' grandi fiumi è di mestieri gettarsi alla figura curva, come si è fatto nel chiudersi della gran rotta Contarini nel Po l' anno 1726. Terzo: Non si ha a cercare che il nuovo argine a misura che si porta la terra resti stabilito, ma basta

anco talvolta ammontonare la terra nel sito, ove anderà eretto, riducendola con le maggiori scarpe possibili, e ciò perchè se il fiume nell' atto di serrar la rotta si ponesse in escrescenza non rovesci i lavorieri, il che non succederà, purchè l' acqua non sormonti in altezza i fatti ripari. Quarto: Si comincerà l' argine o l' ammassamento del terreno dall' uno e dall' altro termine della rotta per unire poscia nel mezzo il lavoro. Quinto: Nel condurre la terra per la formazione dell' argine si adopereranno animali per condurre le biroccie, e ciò ad oggetto di maggiormente calcare ed assodare la terra, e in difetto delle biroccie converrà moltiplicare la gente. Alla predetta rotta Contarini, mancando il modo di avere tanti animali e biroccie, fu supplito coll' impiego di 1500. persone, essendo stata quell' opera di estesa sopra le 1100 pertiche; nè il Po, abbenchè crescesse nel tempo del lavoro, potè recarvi pregiudizio alcuno. Sesto; Tirando poscia l' argine nelle sue vere linee e profili, si avrà la mira di lasciarvi la scarpa di due piedi per piede di altezza verso campagna, e di piede per piede verso il fiume. Settimo; ogni nuovo argine, che sia fatto per chiuder qualche rotta, avrà ad esser munito di una conveniente banca all' altezza in circa delli due terzi di tutto l' argine, e se la campagna sia assai bassa, si farà in oltre altra sottobanca, la metà più bassa della prima, onde resti l' argine perfettamente assicurato e difeso. Sia in grazia di esempio FGABCD (*Fig.* 12. *Tav. VII.*) il corpo dell' argine; la di lui scarpa verso del fiume BC sia di piede per piede, ma quella verso della Campagna AG sia di due piedi per piede; HGFI sia la banca; HL la sua scarpa inclinata, come quella dell' argine; MLKNO la sottobanca, parimente inclinata nella sua scarpa MO., come le altre, e tutto il corpo OMLHGABC sarà tutto il profilo dell' argine, che avrà a resistere alla forza dell' acqua. Ottavo: è da avvertire, che la superficie AB sia un poco inclinata verso del fiume, perchè le acque piovane non si possino fermare con danno del terreno e del riparo. Al contrario i piani della banca e sottobanca vanno tenuti con qualche pendio verso la Campagna per il medesimo motivo. Nono; se la terra con cui sarà costrutto l' argine non fosse della più perfetta qualità, ma avesse del sabbioniccio, in tal caso saranno da coprirsi le scarpe con arelle doppie ben ficcate co' suoi cavicchj o terraficoli, acciocchè restino difese dal vento, e dagli animali, che sopra vi potessero passare. Decimo; e finalmente al piede di esso argine in C sarà da ergervi un

un paradore a palificata con viminatura, ſe il fiume è grande, e ſoffre i pali, ovvero ancora, ſe il corſo lo tollera, formarlo di doppie arelle raccomandate a proporzionati pali, e nell'una e nell'altra maniera, acciocchè l'acqua arrivi ſtanca al piede dell' argine, e deporre vi poſſa la torbida che ſeco porta. Alla rotta Contarina, di cui ſi è detto, e le ſcarpe in molta parte, ed il dinanzi fu coperto con le dette arelle con buona riuſcita.

XXV.

Scolio. Le rotte del Po, comecchè ha egli la ſua ſuperficie baſſa, inferiore a quella delle adiacenti campagne, ſi prendono ſempre nel modo antedetto, variandoſi ſolo nella groſſezza maggiore o minore de' ripari, eſſendo che quanto più il ſito della rotta è diſtante dal mare, altrettanto tien biſogno di maggior groſſezza de' detti ripari, volendoſi intendere però di quella diſtanza, che può arrivare alla maggiore intumeſcenza poſſibile del fiume, o ſia al ventre della piena, di cui ſi è detto al numero XXXIII. e ſeguenti del Capitolo IX., giugnere nel Po verſo di Borgoforte ſul Mantovano, paſſato il qual ſito, non creſcendo eſſa piena a tanta altezza, non ricercherà poi, che ripari proporzionati. Egli è ben vero, che in queſte parti più lontane, avendo il Po aſſai più declivio, che nelle parti inferiori, e per conſeguenza una maggior velocità, converrà regolarſi anche ſecondo un tale accidente per iſtabilire adeguate diſeſe; ma è ancora vero, che trovandoſi in dette ſituazioni le Campagne altrettanto più alte, che più verſo il mare, non potranno gli argini riſentire dell'impeto maggiore dell'acqua a cauſa della maggiore inclinazione, che per molto poco della loro altezza, è aſſai vicino al loro ciglio, dove il momento della forza, da quanto ſi è eſpoſto al numero V. del Capitolo X. va ſempre ſcemando, fino a ridurſi in nulla, onde la detta maggior velocità dell'acqua non potrà tanto operare, che obblighi ad ingroſſare gli argini più del dovere. In fatti nel Piacentino, e Cremoneſe nulla hanno che fare le arginature in paragone di quelle delle parti inferiori del Mantovano, Ferrareſe, e Veneziano, nè queſte in paragone di quelle oltre della Cavanella, e ciò per li detti motivi della forza variante del fiume a miſura de' diverſi ſiti, ne' quali vien conſiderata.

XXVI.

Abbenchè però le rotte sopraddette sembrino e le più facili a prenderſi, e ciò che più importa, preſcindendo dall' inondazione fino che dura il fiume alto, ſenza che rechino altre più funeſte conſeguenze, nientedimeno poſſono qualche volta eſſer fatali, e dar luogo alla diſalveazione di tutto il fiume, con immenſo danno delle Provincie; accade ciò, quando eſſe rotte formano cavamento tale, ſicchè col mezzo di altri canali, e della maggior brevità del cammino per paſſare al mare, in vece di ſparger l' acqua dilatatamente per le Campagne l' uniſcono in un ſolo canale, formando un nuovo fiume; tali rotte vengono dette comunemente in *cavamento*, e ſpaventano i popoli nel dubbio di qualche poſitivo diſalveamento, come accadde ſul terminare del ſecolo decimoſecondo a Figarolo nel Po, quando apertaſi poco inferiormente a queſta Terra da un certo detto Siccardo maliziosamente la riva ſiniſtra del Regio fiume, non potè mai reſtar chiuſa, per quanta attenzione, e fatica vi ſi poneſſe da' Ciſpadani, coſicchè dentro lo ſpazio di non molto tempo, formatoſi un giuſto alveo, ed unitoſi ad altri canali trovati prima di arrivare al mare, potè formare dalla Stellata a queſto il moderno Po di Lombardia, o di Venezia che ſi dica; ed abbenchè allora non ſi perdeſſe il Po maeſtro, che andava per Ferrara al mare, per i due alvei di Volano, e Primaro, nientedimeno per varj accidenti ſeguiti negli ultimi ſecoli, ſi è poi queſto tronco maeſtro perduto affatto, rivoltataſi l'acqua tutta per eſſo Po di Venezia; ed ecco quali effetti funeſti poſſa produrre una rotta o traſcurata, o in ſito, che renda impoſſibile la di lei preſa, anche ne' fiumi che corrono col loro pelo ordinario incaſſati fra terra, non che in quelli, che alle Campagne lo tengono ſuperiore, per tacere di quelli che ſino il fondo tengono più alto di eſſe Campagne.

XXVII.

Molto maggiore è l'impegno di prender le rotte di que' fiumi, che per iſtare col loro pelo ordinario più alto delle Campagne, ſempre corrono, anche dopo che ſi ſono abbaſſati; camminano queſti per l' aperta rotta con le loro acque tanto veloci per la baſſezza degli adiacenti terreni, che quaſi tutte le rivolgono in eſſi, ſpargendole poſcia largamente per le Campagne, inondando il paeſe, otturando gli ſcoli, e rovinando le fabbriche che incontrano.

Per

Per concepire in qualche modo la gran forza dell'acqua in discendere nelle Campagne, intendasi AZOFEP (*Fig.* 13. *Tav. VII.*) la sezione del fiume; l'argine squarciato dalla rotta sia EPQS; L'orizzonte dell'acqua alta, allorchè sussisteva l'argine sia ABC; l'altezza viva dell'acqua con cui sarà caduta nel primo momento dello squarciarsi, sopra la Campagna, sia la BE; l'altezza dell'acqua nella Campagna la HY, essendo il piano di questa EH; tolto dunque l'argine EP, che serviva all'acqua di appoggio, dovrà inclinarsi verso della rotta, acquistando prima l'inclinazione AYI, e poi sgorgata che sia per qualche tempo, la ZVYI, dovendosi per necessità abbassare il fiume nella libera uscita, che ritrova per l'apertura di essa rotta: cadendo dunque da principio l'acqua da B in E, non potrà di meno di non escavarsi il gorgo FΓH sotto del livello della Campagna, e poi ridotto il pelo nell'inclinata ZI, caderà pur anche l'acqua per la DE, e sarà il momento della prima caduta al momento della seconda, supposta la medesima larghezza della rotta, come BE a DE; quando i punti E, ed Y siano nella stessa orizzontale.

XXVIII.

Perchè il fiume non solo prende l'inclinazione AI, e poi la ZI nella sola sezione dirimpetto alla rotta, ma deve formarsi la cadente delle parti superiori sopra il punto E, vero fondo della rotta medesima; così per molto tratto nelle occasioni delle aperture degli argini si vede con gran corso muoversi l'acqua verso di questa parte; dalla qual violenza di moto ne segue poi un altro gravissimo disordine, ed è quello della rovina delle arginature, non essendo possibile che resister possino a non essere scarnate, e corrose in moltissimi siti, ed in quelli principalmente, ove il filone del fiume striscia al piede delle medesime; Che però non mai vediamo accaduta una rotta senza che succeda per lunghissimo tratto il dirupamento interno de' ripari. Intendasi dunque nella sezione del fiume in escrescenza AZOFEP, gli argini AZ, PQSE, de' quali PQES venga rovesciato sino in ES, l'acqua però trovando maggior facilità ad uscire per questa apertura, che a progredire per l'alveo naturale del fiume, vi si scaricherà per la medesima parte, prima secondo tutta l'altezza BE, poi successivamente per la DE, e finalmente per la VE con il momento che sarà proporzionale all'apertura predetta, cioè se la larghezza, che occupa l'acqua nella rotta, è sem-

pre

pre la stessa, in ragione delle predette altezze, essendo che sono come le masse nel quadrato della velocità, ed il quadrato di questa, come l'altezza dell'acqua; se poi varia fosse la larghezza occupata dall'acqua della rotta ed in piena, e dopo di questa, sarà esso momento in ragione composta delle altezze predette, e della respettiva larghezza dell'acqua: dovendosi avvertire, che le predette altezze sono le ragguagliate, essendochè gli specchj delle rotte non sono già rettangoli, ma bensì formati essi pure irregolarmente, come le sezioni dei fiumi,

XXIX.

L'acqua appena uscita dall'angustia della rotta, trovando la campagna dilatata, deve per questa tutta spandersi, però caverà bene al piede dell' argine il gorgo FTH, (*Fig.* 13. *Tav. VII.*) qualche volta molto profondo, ma la di lui estesa non sarà che di poche pertiche, perchè l'effetto non può superare la sua causa. Da altro motivo ancora vengono prodotti i predetti gorghi; cioè allor quando per sotterranei meati introdotta l'acqua in campagna, si leva finalmente in collo l'argine, e quanto i detti meati sono più profondi, tanto più profondo riesce anche il gorgo, disposta ch'è la terra dalla penetrazione dell'acqua ad esser facilmente asportata. Dietro a' fiumi arginati si veggono molti e molti di simili gorghi, lasciandosi d'ordinario fuori dell' argine, talvolta però, come si è esposto al numero XXIV, di questo, siamo obbligati a prenderli dentro del riparo verso del fiume; Sono dunque essi laddove si scorgono sempre indizio di rotte altre volte seguite.

XXX.

Ma non sì tosto l'acqua della rotta è uscita dall'alveo, ed ha oltrepassato il gorgo ES, che se trova la campagna aperta, e non chiusa da arginature, si eleva a pochissima altezza sopra della medesima, ma se resta impedita da qualche argine trasversale, cosicchè dopo allagato un tratto di campagna, non abbia esito, allora si alza sino a pareggiare il livello del fiume, se però quel tal argine o naturalmente, o artificialmente non si venga ad aprire, mentre allora si riduce l'acqua alla sola altezza, o poco più, come se argine alcuno non vi fosse, di modo che se in grazia di esempio, dopo cessata la piena, la caduta dell'acqua dal fiume nella Campagna è la VE, inclinandosi il fiume per

la

la ZVY, sarà l'altezza nella Campagna la HY. Il corso per altro è molto violento, non ostante che l'acqua abbia poca altezza, almeno per qualche buon tratto, ed a misura che l'altezza, da cui cade, è maggiore, o minore. Nè prima cessa d'allargarsi essa rotta, di quello che non sia resa proporzionata al corpo, che deve scaricare, quando bene qualche forte tivarro o altro ancora più solido impedimento nell'argine non proibisca l'ulterior dilatazione della rotta; nel qual caso sempre più violento si mantiene il corso.

XXXI.

Aperte che sono le rotte deve per necessità il fiume starsene assai più basso del solito, quando esse rotte siano di quelle, che sempre corrono, come accade ne' fiumi, il pelo de' quali si conserva in ogni tempo più alto delle campagne; quando però si abbia a fare il calcolo delle masse dell'acqua, che passerà, o per il fiume poco superiormente alla rotta, o per la rotta medesima, o per l'alveo inferiormente alla rotta, allora volendosi servire dell'altezza viva dell'acqua per calcolare la velocità, non produrrebbe di gran lunga la vera stima, essendochè troppo rapido è il moto, che l'acqua in quelle vicinanze concepisce per la rotta. Il più sicuro squittinio sarebbe quello d'indagare i gradi del moto, come fu esposto al num. V. e seguenti del Capitolo V., ma il collocarsi con barche in rotte o vicino a rotte, porta seco e della difficoltà, e del pericolo; si crede dunque che non si andasse molto lungi dal vero, supputando le velocità non in ragione delle altezze vive delle acque o del fiume o della rotta elevate a qualche dignità, ma bensì secondo all'altezza viva e ragguagliata dell'acqua, che avrebbe il fiume, come se alcuna rotta non fosse aperta, il che si potrà ben rilevare, e dalla deposizione de' pratici, ed anche col ricercare, in parti però molto lontane dalla rotta, lo stato dell'acqua, e riportarlo con le necessarie circostanze al sito in quistione; quando però si faccia questa ricerca in tempo di acque ordinarie, e magre, sarà sufficiente l'indagare da' paesani a qual altezza stava l'acqua nel detto stato, prima che la rotta fosse aperta, mentre al certo, rispetto alle parti superiori e molto lontane dove la chiamata della rotta non si risente, l'acqua cammina con quell' altezza, che camminerebbe all'incirca se niuna rotta vi fosse, onde lo scarico potrà calcolarsi, come prodotto dalla for-

za

ra totale, che avrebbe l'acqua, se mantenuta fosse all'ordinaria sua altezza: ch'è quanto si può raccogliere in una cosa tanto lubrica ed oscura, onde andare ne' calcoli il meno errati, che sia possibile.

XXXII.

La larghezza dell'alveo superiormente, ed inferiormente alla rotta, sia CD=LM; (*Fig.* 14. *Tav. VII.*) L'altezza dell'acqua superiormente ad essa rotta, che si suppone dover correre sia BE, la qual altezza se non fosse la rotta, s'intenda che fosse BA=NO: L'altezza viva che tiene la rotta nel suo specchio sia HK, e quella che ha l'acqua nell'alveo inferiormente alla rotta, NP: mediante le palificate, o altra operazione sia ridotta la larghezza o apertura della rotta FG ad essere FS, durando nello stato di permanenza l'acqua, come prima, anche dopo il ristringimento predetto; debbasi trovare a qual altezza BR, HQ, NT salirà l'acqua, supponendosi questi aumenti a maggior facilità tutti eguali, abbenchè rigorosamente parlando la RE dovesse essere un po maggiore di KQ, e di TP, ma potendosi considerare questa differenza come insensibile, si potranno prendere come eguali i predetti accrescimenti; dicasi AB=IH=ON=a; CD=LM=b, BE=c, HK=d, PN=f, FG=m, FS=n, RE=QK=TP=x; sarà BR=$c+x$, HQ=$d+x$, NT=$f+x$, onde per i principj Statici (supponendosi bensì il corpo dell'acqua essere il prodotto della sua altezza viva nella larghezza della sezione, ma la velocità desumendosi dall'altezza BA, che avrebbe se la rotta non fosse aperta, almeno per rapporto delle parti superiori, e del sito di essa rotta) sarà l'equazione $b \times \overline{c+x}\sqrt{a} = n \times \overline{d+x}\sqrt{a} + b \times \overline{f+x}\sqrt{\overline{f+x}}$ prendendosi la sola NT nell'alveo inferiore per l'altezza, che dà la velocità, essendochè l'acqua non si muove, se non coll'impulso di questa, a differenza di quella, che si muove e nella rotta, e nell'alveo superiore in vicinanza di questa, onde sarà ancora $b \times \overline{c+x}\sqrt{a} - n \times \overline{d+x}\sqrt{a} = b\overline{f+bx}\sqrt{\overline{f+x}}$, ovvero $\overline{bc+bx-ad-nx}\sqrt{a} = \overline{bf+ba}\sqrt{\overline{f+x}}$, e facendo $bc-nd=rb$; $bx-nx=tx$, sarà $a \times \overline{rb+tx}|^2 = \overline{f+x}|^3 \times bb$, e finalmente l'equazione del terzo grado

$$x^3 + 3fxx + 3ffx = f^3 = 0.$$
$$\quad - \frac{att}{bb} - \frac{2arbt}{bb} - \frac{arrb^3}{bb}$$

sia

fia $3f - \frac{att}{bb} = l$, $3ff - \frac{2arbt}{bb} = b$; $f^3 - \frac{arrb^3}{bb} = k$, e l'equazione farà ridotta a $x^3 + lxx + bx + k = 0$, e facendo $z - \frac{1}{3}l = x$ per levare il fecondo termine, farà

$$z^3 * - \frac{1}{3}llz + \frac{18}{243}l^3 = 0$$
$$ + b \quad - \frac{1}{3}bl$$
$$ + k$$

e di nuovo prendendo $\frac{1}{3}ll + b = p$, e $\frac{18}{243}l^3 - \frac{1}{3}bl + k = q$ fi cangera in $z^3 * - pz + q = 0$, da cui è facile tirare il valore della radice z, e finalmente da quefta quello di x, che farà $x = z - \frac{1}{3}l$

$$= \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}q + \sqrt{\tfrac{1}{4}qq + \tfrac{1}{27}p^3}} - \sqrt[3]{-\tfrac{1}{2}q + \sqrt{\tfrac{1}{4}qq + \tfrac{1}{27}p^3}} - \tfrac{1}{3}l.$$

XXXIII.

Scolio. Per dare un efempio; fia in once, AB $= a = 80$ (è pure in once tutte le altre quantità) CD $= b = 2880$; BE $= c = 60$; HK $= d = 50$; PN $= f = 36$; FG $= m = 1000$; farà fatte le debite riduzioni e calcoli $l = 34$; $p = 953$; $q = 36259$; onde l'equazione farà mutata in $z^3 - 953\ z + 36259 = 0$, ed x farà per la formola foprapofta eguale ad once $12\frac{1}{2}$, e tanto farà l'accrefcimento per il riftringerfi della rotta, quindi l'alveo inferiore comincerà ad avere un piede di acqua di più a comodo della navigazione, fe il fiume farà navigabile, ed a vantaggio di levarfi gli abbonimenti, che faranno feguiti per la rotta: a mifura per tanto del riftringimento, anderà fempre crefcendo l'acqua nel fiume, e fi potrà indagare la quantità di quefto aumento col metodo fopradefcritto.

XXXIV.

Sia la rotta ACDE accaduta all'argine deftro del fiume FGAD, (*Fig.* 15. *Tav. VII.*) coficchè l'acqua per la maffima parte fi fcarichi per effa apertura AD, fenza mai ceffare, effendo per la fuppofizione il pelo del fiume fempre più alto in qualunque ftato di acqua della fuperficie della campagna. Armate che fiano le tefte della rotta, fe tale fia il loro bifogno, di buone palificate, perchè di vantaggio la bocca non fi allarghi, la prima operazione farà quella di piantare una lunga palificata, che cominciando in A cioè da 20. pertiche in circa fuperiormente a C, fi eftenda attraverfo della rotta, come AB, potendo fare con la direzione dell'argine, a cui fi raccomanda un angolo di 170 gradi in circa, ed in tal modo verrà dolcemente a refpinger l'acqua verfo l'alveo

 in-

inferiore del fiume H, e si proibisca per quanto si può l'uscita dell'acqua per la rotta. Chiamasi questa palificata così disposta, *paradore*, preso il nome dall'effetto, conciosiachè rivolge e spinge l'acqua altrove dalla direzione acquistata per l'apertura dell'argine. Il *paradore* vuol esser fabbricato con pali ben lunghi, forti, e spessi, cioè testa con testa, perchè possa e reggere al carico violento dell'acqua, ed impedire che questa in minor quantità, che sia possibile, non si diverta nella rotta; va egli ben legato con traversali filagne, ed anche assicurato, ove il bisogno lo ricerchi, con pali di appoggio, in quella guisa che resta espresso al numero XXXVII. del Capitolo precedente; fatto che sia, e bene assicurato il *paradore* nel modo predetto, si osserverà l'acqua contenersi nel fiume più alta di prima, facendo questo riparo in sostanza un vero ristringimento della rotta, come si è esposto ne' due numeri precedenti, anzi dall'estesa di esso *paradore*, e dal contenere più o meno l'acqua, si potrà col metodo del numero antecedente calcolare quant'acqua di più resterà nel fiume, fatta che sia quella difesa di una data lunghezza; ma perchè fra palo e palo, per quanto l'arte procuri di bene adattarli, pur vi passa dell'acqua, perciò ad oggetto che il calcolo possibilmente si accosti al vero, si potrà sempre defalcare un terzo: cosicchè se in grazia di esempio sarà stabilita la lunghezza del *paradore* di pertiche 50, si potrà conteggiare, come se fosse di un terzo meno in circa.

XXXV.

Scolio. Non è però, che molto tempo prima d'intraprendersi formalmente la chiusura della rotta debbasi piantare il *paradore*, come di fare parrebbe idoneo a motivo di rattenere il più che fosse possibile l'acqua nel fiume, e ciò perchè il violento corso escaverebbe accanto di questa palificata delle profondità, riducendo deboli i pali stessi, e sovente anco per poca escrescenza, che sopraggiugnesse, ponendo in pericolo essa palificata di esser rovesciata: quindi è che l'impianto del *paradore* deve bensì anteporsi a tutte le altre operazioni, quando siasi nel caso dell'otturazione della rotta medesima, ma poco dopo all'erezione di questo, devono susseguitare gli altri lavorieri, destinati nel più breve tempo a chiudere, ed assicurare l'apertura. Si è detto, che i pali de' *paradori* devono esser posti senza sensibile intervallo uno accanto dell'altro, il che si deve intendere de' *pa-*

ra-

radori fatti per le rotte di maggior impegno, e dove il corso dell' acqua è molto grande, cosicchè tolta questa circostanza, si potranno anco ergere con pali alquanto fra di essi discosti, e sino ad avere la distanza fra palo e palo, quanto porta la grossezza di uno de' medesimi, ed anche qualche cosa di più, ma dovranno poi essere tessuti con frascumi di vimini ben assicurati con degorenti e lattole, servendo tal inviminatura per impedire sempre più il corso dell' acqua fuori dell' alveo, nè sarà mal a proposito l' inviminare in qualche modo anco *que' paradori*, ne' quali non rimangono intervalli, se non piccioli fra palo e palo per supplire al difetto del combaciamento, ma in tal caso l' inviminatura dovrà esser posta a ridosso della palificata, non potendosi essere fra i pali, per la distanza che manca, tra l' uno e l' altro.

XXXVI.

Alla costruzione del paradore si dovrà poi far seguire l' impianto della palificata maestra, come la DF, (*Fig. 1. Tav. VIII.*) ed è da avvertire, che talvolta convien formare il paradore QR, separato affatto dalle palificate, che hanno a servire per l' otturazione della rotta, se il corso è precipitoso, ma talvolta il paradore A*b* può servire alle operazioni, che si fanno per l' effettiva chiusura della medesima rotta. La palificata maestra dunque spiccandosi dalla parte sinistra della rotta anderà dirittamente verso la destra, e a un dipresso nel sito in cui caderebbe il piombo del ciglio dell' argine dalla parte del fiume, e questa si avanzerà sino che arrivi a coprire il margine destro della rotta, senza che si proseguisca sino ad attaccarsi alla riva, essendochè la contropalificata maestra supplirà a questo difetto. I pali per la costruzione di essa palificata maestra devono esser ben fitti, vicini l' un all' altro, come quelli del paradore ben legati con filagne, ed assicurati in somma nella più valida maniera, dovendo anco servir di appoggio al paradore, quando così lo ricerchino le circostanze, e ciò medianti le catene o pali trasversali *a b*, *a b*, ec., ed in tal maniera rimarrà ancora di vantaggio impedita l' uscita dell' acqua dalla rotta, crescendo nel fiume tanto superiormente, che inferiormente di essa, ed appoggiandosi a queste palificate maggior quantità di acqua, sarà anco maggiore la resistenza che faranno, e per tanto non si dovrà differire

rire il sollecito impianto delle altre palificate, perchè si possa quanto più presto cominciare il nuovo argine.

XXXVII.

Alla palificata maestra deve succedere la contropalificata, e quando si possa, deve esser questa piantata nel medesimo tempo che la prima, cosicchè cominciandole tutte e due alle respettive teste de' loro argini si vadino ad incontrare, a motivo che con più forza resti inibito il corso all'acqua. La distanza della contropalificata dalla palificata maestra dovrà essere quanto comporta la larghezza del piano superiore dell'argine, di modo che se la detta palificata maestra deve stare a piombo del ciglio dell'argine verso del fiume; la contropalificata dovrà collocarsi a piombo dell'altro ciglio verso campagna, dove cioè comincia la scarpa nella parte superiore dell'arginatura; Chi però la facesse anche qualche poco più ritirata non commetterebbe errore alcuno; in somma quando abbia dalla palificata maestra la distanza di piedi 15 in 16, starà ben collocata. In questa figura della rotta, essendo AB (*Fig. 2. Tav. VIII.*) il paradore, FD la palificata maestra, sarà CP la contropalificata pur maestra, quale avrà essa pure a servire di appoggio alla prima palificata maestra, mediante le catene e traverse de' pali, a guisa di *orboni* FC, GP con gli altri di mezzo a questi paralleli, come viene espresso dalla figura; lo spazio poi FCPG si chiama la *cassa delle Volpare*, perchè quivi principalmente esse si annegano, e fondano per servire di base al corpo dell'argine, che dee esser piantato in tal sito, estendendosi le scarpe fuori di quelle palificate tanto verso il fiume, che verso la campagna. Il sito PGD si può lasciar talvolta senza contropalificata, essendochè correndo il fiume da A in B, ed il corso grande della rotta trovandosi ordinariamente poco discosto dalla di lui parte destra, cioè poco lontano da F ne segue, che per tutta la GD vi debba essere così poco corso, che non meriti la predetta difesa, bastando l'avanzarsi all'ombra della palificata maestra coll'argine anco di semplice terra, quando, come si è detto, il corso sia moderato, ed il fondo convenientemente resistente; che se il corso sarà grande, si dovrà far arrivar la detta contropalificata fino all'argine opposto in D. Per ulteriormente poi assicurare la base del paradore, e la testa e base delle due palificate maestre nello spazio AZC, si potrà piantare de' pali, che rieschino

per-

perpendicolari alle predette palificate, raddoppiando le linee de' medesimi a misura del bisogno, e ben legandoli con catene e filagne.

XXXVIII.

Ma perchè le palificate maestre possino avere la necessaria sussistenza, e ciò, non solamente prima che restino seppellite nell' argine, ma anche dopo che questo si va ergendo, è necessario piantare alcuni groppi di pali P. S. T. Q. (*Fig.* 3. *Tav. VIII.*) che potranno esser composti di tre per ciascheduno; a questi si avranno poi a raccomandare *punte* ed *orboni*, che servino di rinforzo alla contropalificata MN, e per conseguenza anco nel contrasto di queste forze, alla palificata maestra, ed al paradore; la disposizione de' quali appoggi e difese si comprende abbastanza dalla figura; in oltre perchè piantate le dette palificate, ed incominciato dall' una e dall' altra parte l' argine, che partendosi dagli estremi della rotta, deve andar ad unirsi verso delle parti medie di essa, succede, che a norma del ristringimento, l' acqua più si pone in movimento nella parte che resta aperta: però dove deve incaminarsi il detto maggior corso, che dal più al meno si fa a due terzi in circa di tutta la larghezza della rotta, cominciando dalla parte sinistra, venendo verso la destra, quivi è da formrsi ciò, che chiamasi *castello* della rotta, e serve per dargli la *stretta*, come si dirà a suo luogo. Consiste questo *castello* in alcuni groppi di pali di tre per groppo, ben legati, infilagnati ed incatenati, i quali mediante gli *stili*, ed *orboni* appoggiano di tal modo le palificate, che le rendono assai più assicurate di prima, e danno modo di dare la *stretta*, che vale a dire l' ultima mano alla rotta, cosicchè trattenute le Volpare da tali impedimenti, rimangono là dove sono state annegate. I Groppi predetti di pali per il *castello* possono essere a due ordini, come porta la figura, ed anco a tre, se il corpo dell' acqua sia maggiore. *Castello* dunque si può chiamare tutto quello spazio ch' è circoscritto dalle lettere FEST. Il luogo veramente da darsi la *stretta* è sovente lo stesso che quello ove ergersi dee il *castello*, cioè laddove il corso è minore, verso la parte sinistra; ma quando quivi fosse piantato, oltrechè il fondo subito si farebbe maggiore, non resterebbero poi assicurate le palificate, come porta il bisogno, dovendo il *Castello* fare e l' uno e l' altro degli ufizj predetti; oltredichè trovandosi il maggior corso verso PS, non sarebbe sì facile l' avanzar l' argine dalla

destra

destra alla sinistra attraverso di questa parte, e per il molto fondo della rotta, e per il molto corso, sicchè il luogo del *castello* sarà sempre da stabilirsi nell'antedetto sito, sorpassandosi qualche facilità, che parrebbe potersi incontrare facendolo in altro luogo, mentre questa sarebbe tolta da molte essenziali difficoltà.

XXXIX.

Seguito l'impianto di tutte le palificate, delle quali si è detto, converrà immediatamente pensare alla positiva otturazione della rotta mediante l'erezione dell'argine; ma prima è di mestieri l'aver provveduto molte migliaia di Volpare di buona qualità formate, le quali si dovranno gettare in gran numero per fondamento del nuovo argine nel sito principalmente dove cade il maggior corso, e massimamente ove si avrà a dare la *stretta* alla rotta: al sito dunque della palificata maestra AB (*Fig. 2. Tav. VIII.*) a ridosso della medesima dall'una e l'altra parte, dovrà esser riempito con le predette Volpare, e fra questa palificata e la contropalificata, spazio che anco viene chiamato *Cassa delle Volpare*, se ne dovrà gettare quella quantità, che sarà stimata conveniente, dopo di che con larga base ed ottima terra si dovrà dall'uno e l'altro canto della rotta avanzar l'argine, scegliendo per la di lui fabbrica la miglior terra, e soprattutto ben attaccandolo all'argine vecchio. Oltre alla bontà che deve aver la terra, è pure indispensabile, ch'ella sia ben pestata e calcata, altrimenti il lavoriere riuscirebbe troppo debole per resistere allo sforzo dell'acqua. Avanzato l'argine da ambe le parti in un'altezza conveniente fino al sito del *castello*, correrà l'acqua con maggior moto per il rimasto varco, onde quel giorno che sarà stabilito per darvi la *stretta* devono esser approntati in gran copia e legnami e terre e Volpare e Uomini, ma soprattutto Volpare e Volparoni, ed anco quando tale esser potesse il bisogno, alcuni sacchi ripieni di terra, oppure gabbioni fatti di vimini, acciocchè alle occorrenze annegati tali materiali, resti il più presto che sia possibile levato il corso all'acqua, e ridotta la rotta, come si dice, in *coronella*, che dovrà farsi tant'alta, cosicchè per il crescimento, che dopo chiusa la rotta con la *stretta* farà il fiume; non possa l'acqua stramazzarvi per di sopra: levato il corso, con pari sollecitudine si dovrà rialzar l'argine alle dovute misure,

L'ar-

XL.

L'argine nuovo dovrà e nell'altezza, e nella grossezza eccedere le misure degli argini ordinarj, e ciò non solamente perchè la propensione delle acque, che avevano preso il corso per la rotta, pur anco, almeno in parte benchè chiusa, sussiste, ma molto più perchè l'argine nuovo e per il terreno che lo compone difficile ad addensarsi, e per la lubricità del fondo, su di cui posa, calerà in progresso di tempo non mediocremente; circa all' accrescimento da darsi ad esso argine, non si può niente di certo stabilire, a motivo che deve questo desumersi dalla natura del fiume, su di cui si lavora, mentre se è grande e profondo, maggiore deve anche essere il detto accrescimento, e minore se di minor portata. Per un di presso si potrà nella grossezza tenerlo più largo una quarta parte del vecchio, e di altezza tre o quattro piedi maggiore di esso, costruendolo poscia con tutte quelle regole di scarpe, e declivj, che ricercheranno e la condizione del terreno, che si pone in opera, e la qualità de' fondi sopra i quali si fabbrica. Se per sorte o tutto o parte il nuovo argine fosse sabbioniccio, e difficilmente perciò si potesse ottenere sopra di esso il germoglio dell'erbe, e la formazione del cottico, non sarà fuori di proposito il vestir le di lui scarpe o con lotte di terra cretosa, se tale si troverà in quelle vicinanze, oppure con arelle doppie ben disposte, e raccomandate con lattole, e terraficoli nel terreno di esse scarpe: così fu praticato nella gran Coronella di Corbola Ferrarese sul Po, costruttasi per serrar la rotta, che si aprì del 1705, e che non restò perfettamente chiusa se non del 1717, e tanto pur feci io praticare nell'altra gran Coronella alla Contarina nell' occasione di aver chiusa quella grande apertura: Non però furono poste da per tutto le arelle, ma nel sito in cui l'argine per mancanza di buon terreno fu eretto quasi con la sola sabbia, supplendo la molta grossezza datavi alla bontà della terra, che in detto sito mancava.

XLI.

Innalzato che sia l'argine, conviene ancora renderlo sicuro dalla corrosione col rivolgere dolcemente l'acqua lontana dal piede di esso, il che si ottiene in varie guise in que' fiumi, che ammettono di piantar pali ne' loro fondi, essendovene taluno, come il Po, che li scalza, ed abbatte; nel qual caso è di mestieri

ſtieri ſupplirvi con le grandi ſcarpe da darſi all'argine. In quei fiumi dunque, ne' quali è lecito il difenderſi con paradori e penelli di palificate, ſi faranno queſti o col piantare a piede dell' argine dentro la caſſa del fiume qualche baſſa palificata eſteſa ſecondo il biſogno, la quale inviminata che ſia, rintuzzi il corſo, oppure col formarſi ſuperiormente al ſito della rotta, ed anco, alle occorrenze, in qualche parte dell' argine nuovo, qualche penello bene aſſicurato, acciocchè incontrando dolcemente il corſo dell' acqua, lo rivolga lontano dal piede dell' argine; ſe il fiume non è molto rapido, anche di ſemplice legno di campagna può eſſer baſtante; ma s' egli è di molta forza, e la direzione dell' acqua venga con angolo quaſi retto ad infilare l' argine, converrà ſervirſi di buone palificate, bene aſſicurate con catene e filagne, raccomandandole ed a' pali, ed all' argine ſteſſo: Serviranno tali ripari, quando ſiano ben diſpoſti, non ſolamente a tener lontano dal nuovo argine la corroſione del fiume, ma nel medeſimo tempo a formare a' piedi di eſſo la depoſizione, ch' è lo ſteſſo, che dargli la maggiore di ogni altra difeſa.

XLII.

Nell' ultimo numero del Capitolo precedente ſi diſſe, che circa alla diverſità de' ripari da praticarſi in varj ſiti del fiume, e ſecondo la varietà delle circoſtanze, ſe n' avrebbe poi eſaminata la qualità: ricerca quì il luogo di farlo. Conſiſtono dunque i ripari o in ſemplici *paradori* paralleli all' argine, o in *penelli*; riguardano i primi l' immediata difeſa dell' arginatura; i ſecondi poſſono eſſere impiegati per guardare un lungo tratto di eſſa col rivolgere il corſo del fiume, ſicchè più non vada a ferire il detto piede; quaſi ſempre i paradori ſi piantano o nella corroſione che comincia ad intaccare l' argine, o anche in qualche drizzagno, ſe vi ſia il pericolo che l' impeto del fiume voglia più l' una, che l' altra riva intaccare; per ordinario ſi formano di palificate di una ſola linea, ed alti all' acqua media, venendo ben raccomandati con altri pali allo ſteſſo argine: tenuti i pali a qualche diſtanza fra di loro s' inviminano come i penelli; ma quanto quelli vanno ſoggetti ad eſſere ſcalzati da' vortici, che attorno de' pali va formando il corſo dell' acqua, onde rare ſono le volte, che ſi oſſervino pali de' paradori marciti dalla vecchiezza, ma quaſi ſempre ſono dopo non molto tempo levati,

vati, e trasportati dalla corrente; de' penelli formati con palificate ne abbiamo avuto discorso nel Capitolo precedente dal numero VI. sino al num. XLIV. che però quì altro non ne diremo; ne' rimanenti numeri di quel Capitolo fu detto delle resistenze de' pesi ammassati, co' quali si formano parimente i penelli, ma le proposizioni furono assai generali, quivi ne individueremo l' uso a pubblico profitto.

XLIII.

Perchè, come in tanti luoghi di questo Trattato si è veduto, due sono i danni che ricevono i ripari formati con palificate o siano di paradori, o di penelli, o di qualsivoglia altra forma, e sono lo scalzamento, che il corso dell' acqua induce ne' pali confitti nel fondo del fiume, ed i vortici, ne' quali si pone l' acqua quando incontra le perpendicolari resistenze; importa il primo la perdita del riparo; il secondo l' escavazione del fondo a' piedi degli argini: convien sfuggire se sia possibile e l' uno e l' altro di questi pregiudizj, sostituendo in vece di pali altri materiali non soggetti nè ad esser levati dall' acqua, nè a ridurre il di lei moto nelle predette perniciose vertigini; il che tutto si verrà ad ottenere, se secondo a quanto si è detto ne' numeri posteriori del Capitolo precedente, in vece di palificate ci serviremo o di cantoni di smalto, come ci ha ammaestrati il Viviani nella dissertazione per difendersi da Arno, oppure con terra cretosa e consistente ridotta in Gabbioni disposti in modo da poter resistere alla violenza dell' acqua, unendo loro anche talvolta degli altri materiali. Due generi pertanto di tali ripari si propongono, il primo col Viviani predetto con gli prementovati cantoni di smalto, ed il secondo con i gabbioni in deficienza delle pietre e calce per formare i primi, ed anco perchè molte volte trovandosi il fondo del fiume di sì poca consistenza e di tal lubricità, che ne assorbirebbe, prima di assodarsi, una prodigiosa quantità; dove i gabbioni nè hanno bisogno di tante cautele, nè di tanta spesa come i cantoni: si è detto che qualche volta il fondo può ricusare i prisini fatti con pietra, il che può accadere dove il fiume corre in alveo paludoso ed instabile; nel qual incontro saranno da sostituire i gabbioni predetti. Io, per quanto a me è noto, il primo in varj siti del Po e dell' Adige, ne ho fatti con ottima riuscita fabbricare, e con altrettanto profitto li ho posti in pratica: può essere che un giorno, tralasciate del tutto le palificate, pen-

feranno gl' Ingegneri a foftituirvi queft' altra, che può dirfi perpetua difefa, la quale, oltre al dar ficurezza di buon efito, non ricerca fi può dire verun' altra fpefa per confervarla, dove per l' oppofto le palificate vogliono e grave difpendio per coftruirle, e non mediocre nel mantenerle, anche per que' pochi anni che fuffiftono.

XLIV.

I *moli* dunque fi avranno a formare a piramide trilatera troncata verfo della fua cufpide, ma la fezione al vertice avrà ad effer obliqua alla bafe, comecchè dovrà terminare ful fondo in dolce fcarpa. Intendafi BACG *Fig.*4. *Tav. VIII.* una tale piramide, la di cui cufpide fia G, e refti troncata con la fezione FED in maniera però che quefta non riefca parallela al piano della bafe BAC, ma che fe foffe prodotto il piano DEF fi unirebbe al piano prodotto ABC dalla parte di A, e ciò perchè riefca il tronco con maggior fcarpa che fia poffibile verfo il corfo dell' acqua, che fi fuppone effere verfo G. Terminerà poi il molo con la fuperficie nella' linea BE *Fig.* 4, ovvero nella AF *Fig.* 5, e 6, formandolo, come fi dice, a fchiena di cavallo. La direzione rifpetto al corfo ed all' argine, può effere come più piace: la migliore delle altre da me fi crede quella che e con il corfo, e con l' argine forma angolo retto, come refta efpreffo nella *Figura* 5, e 6, nelle quali QR è l' argine, che va attaccato alla bafe. Non è però che egualmente bene e con profitto non fi poffa, fecondo le circoftanze dell' andamento del fiume, diriger l' affe di quefti moli, o fia la loro capitale anche un poco a feconda del fiume, come fi pratica d' ordinario ne' penelli a palificate; ma quefte regole non fi poffono ftabilire nelli quafi infiniti cafi che fucceder puffono, lafciandofi all' intelligenza dell' Ingegnere il prefcegliere piuttofto una, che un' altra direzione.

XLV.

Se quefti ripari fi avramno a piantare in fiumi che non abbino oltre li otto in dieci piedi di profondità nelle acque ordinarie, di foli gabbioni fi potranno formare, fenza che vi fi ponga nel corpo de' moli altro materiale; ma fe il fiume avrà maggior fondo, in tal cafo, fe non altro a motivo del minor difpendio, fi potrà far l' offatura de' moli con barche affondate ripiene di terra, e di poi fepolte fra i gabbioni predetti, ridu-

riducendoli possibilmente alla sopradetta forma; e perchè i gabbioni non bene talvolta si vengono, attesa la loro forma, a combaciare, perciò si dovranno col metodo che si dirà, accompagnare con terra, fenazzo, paglia e brulli, di mano in mano che anderà crescendo l' opera, e quando siasi arrivati assai vicino alla superficie dell' acqua media, come che quivi poca è la forza del fiume, almeno nelle parti più vicine alla riva e più discoste in conseguenza dal vertice del molo; si potrà anco lavorare non con Gabbioni, ma con semplici Volparoni, e Volpare ben legate, e ripiene di buona e cretosa terra, e ridurre in tal modo il riparo all' altezza conveniente, ch' è quella per ordinario dell' argine maestro, avvertendo però che verso il vertice si terrà la dett' altezza alquanto più bassa, tirandola in declive, di modo che vada a terminare al livello in circa dell' acqua ordinaria.

XLVI.

Il Gabbione si potrà far alto sei piedi poco più, poco meno, di figura cilindrica, largo in diametro piedi tre, tutto tessuto di vimini, fatta che sia l' ossatura con nove lattole in giro; dipoi gli si adatta il fondo nello stesso modo tessuto, indi si riempie di terra della migliore e più tenace, vicino al luogo dove avrà ad esser affondato, e finalmente si chiude col suo coperchio simile al fondo, e sarà preparato per esser gettato all' acqua, laddove i fondi sono grandi, come fu eseguito alla Polesella fra il Sostegno e la Chiavica Barbazza. Ma se i fondi sono moderati, si porranno i Gabbioni vuoti in opera, collocati in piano inclinato secondo la loro lunghezza, di maniera che il loro fondo appoggi sopra quello del fiume accanto le rive, e la bocca resti di sopra ond' esser per questa empiti di terra, cominciando dalla riva e progredendo verso il mezzo del fiume a 4, 6, ed anche più Gabbioni di fronte nel modo antedetto collocati, e successivamente empiti di terra, e poi nella medesima sepolti di sopra tirando il molo a schiena di cavallo: così fu operato in Adige alla Cavanella, Rotta nuova e Bertolino, ed anche in Po in qualche sito. I primi moli che facessi eseguire furono quelli in Po per sicurezza della rotta Contarina, dacchè restò ella chiusa, e furono piantati in 18 piedi di acqua alla punta, in 12 e 13 più vicino all' argine. Altri poi ne furono da me fatti formare in varj altri luoghi del medesimo fiume per varie esigenze, ed istessa-

mente nell' Adige; in questo però in fondi minori di quelli del Po. Singolare fu quello piantatosi quasi dirimpetto alla Cavanella di Fossone, a motivo di spinger l' acqua verso del Mandracchio delle Porte, e di corrodere una gran spiaggia, gettatasi in sito tale, che impediva quasi intieramente il transito alla grossa e minuta navigazione. Tutti i quali ripari, ed altri ancora sussistono, ed hanno prodotto gli effetti per i quali sono stati piantati.

XLVII.

L' orditura interna de' moli ne' gran fondi de' fiumi si può fare con barconi affondati ripieni di terra o di altri materiali, ma l' affondarli, abbenchè paja cosa non difficile, in pratica però riesce di molto impegno; se ne darà quì il metodo tirato da quanto fu osservato nell' impianto di un gran molo in uno dei maggiori fiumi dell' Italia, che per aversi a formare di una straordinaria estesa fu duopo servirsi di due Marciliane, e di uno dei più grandi Burchi, che navighino i fiumi, e dovevano esser collocati tutti e tre questi Bastimenti in linea retta, nel modo che si dirà; ma prima devesi dare qualche regola per l' affondamento predetto. Sia però Zφ (*Fig. 7. Tav. VIII.*) il fiume che corre da Z verso φ, e sia, in grazia di esempio, da affondarsi la barca IK al sito IK; parrebbe veramente, che facendosi il corso secondo una sola direzione, bastasse assicurare la barca all' argine in O, ed al fondo M, mediante le gomene KMIO, ben raccomandate e nella barca KI, ed all' Ancora M, appoggiata, ed attaccata al detto fondo; nientedimeno conviene assicurarla inoltre anche inferiormente in L, con altra Ancora, e all' argine con altra gomena IN, e ciò perchè facendosi il movimento dell' acqua con assai d' irregolarità, non starebbe mai ferma la barca nell' atto di discendere, tirandosi essa inegualmente dalle gomene nell' andare al fondo; il che più agevolmente sarà compreso, se si considererà il profilo dell' argine e fiume VaQS, mentre calata che sia al fondo, è manifesto che la gomena TS dev' essere in bando, quando sia in questo sito, e molto più tesa di prima, l' altra raccomandata all' argine VX, e ciò per la ragione de' punti fissi S, ed V, e dei mobili nel discendere X, T; onde e dall' impeto, che può concepire, almeno se il fiume è d' insigne fondo, e da questo inevitabile sconcerto, potrebbe facilmente rovesciarsi la barca, che però sarà bene di assicurarla con le altre due gomene NI, KL, accioc-

acciocchè resti possibilmente nel sito, in cui sarà stata collocata quando galleggiava; in tutti i modi è indispensabile il rallentamento delle corde raccomandate all' argine, in specie quando il fondo sia molto grande, e l' argine molto alto. Che se e l' uno e l' altro non eccedono i sei, ovvero otto piedi, le differenze delle lunghezze de' *Cavi* non saranno per causare sensibile alterazione nel profondarsi, nè altro rimedio vi è, per ovviare a qualche più grave sconcerto, se non allungare il più che sia possibile i punti fissi N, O, L, M, perchè il raggio di questa specie di pendolo, rappresentato dalla barca nell' andare al fondo, abbia sempre maggior proporzione all' arco da essa barca descritto, e perciò minore sia sempre la differenza de' raggi predetti. Se il fiume non è di larghezza tale, che possa egualmente bene, che con le ancore assicurarsi la barca anche dalla riva opposta, si potrà farlo; e sarà da avvertire una circostanza, che potrà farsi declinare da quelle notabili differenze di lunghezza, che contraggono le gomene nell' andare al fondo delle barche, e sarà, se essa gomena, in vece di raccomandarsi al piano superiore dell' argine, al che fare molte volte c' invita qualche tronco di albero ivi esistente, si assicurerà la gomena al piede del medesimo, col figervi un ben grosso palo, o più d' uno, se tale sia il bisogno, come in *a*, ed allora molto meno ineguali riusciranno le lunghezze de' cavi *a*Y, *a*X di quello saranno VY, VX, e per conseguenza con meno d' irregolarità potrà andare al fondo la detta barca.

XLVIII.

La terra, rovinazzi, ed anco pietre vive o cotte, quando vi sieno, saranno tutti materiali atti da caricare la barca da affondarsi, ma non si può farlo con questi soli, bastando con essi caricarla soltanto, che resti immersa fino all' opera *morta*, o poco più, mentre aggravandola maggiormente si potrebbe incontrare un disordine, e sarebbe, che resa troppo grave per esser la terra, o gli altri materiali di molto maggiore specifica gravità dell' acqua, nell' andare al fondo acquistando troppo momento, potrebbe rompersi, ed aprirsi: caricata dunque al segno predetto, sarà da formarsi in essa de' *rombi*, come li chiamano le genti di mare, a pelo di acqua, perchè entrandovi questa a poco a poco la sommerga finalmente: così fu da me pratica-

to

to con buona riuscita in Po nell' affondamento di due Marciliane, e di un Burchio, che furono disposti come resta espresso per le lettere A.B.C, (*Fig. 7. Tav. VIII.*) delle quali A rappresenta il Burchio; B, C le Marciliane. Si ebbe anco attenzione di collocare A alquanto lontano dalla riva, e ciò per aver maggior facilità da avanzarsi verso il mezzo del fiume, non essendo poi difficile il chiudere, atteso il poco fondo che ivi avevasi, anche con semplice terra il varco fra la poppa A, e l' argine, come prima di ogni altra cosa restò effettuato. L' occasione portò, il che è un caso assai singolare, di aversi a collocare tre bastimenti in linea, mentre per altro per un ordinario riparo può esser sufficiente uno o due al più. Egli è anco da avvertirsi, che come le Marciliane per la molta altezza de' loro bordi, attesi i gran fondi, che si avevano, riuscirono molto adattate, dall' altra parte la loro forma curva, e non punto piana verso il fondo diede della difficoltà per essersi sentate alquanto pendenti, onde sempre meglio sarebbe l' affondare o burchi piatti, oppure di quelle barche, che si chiamano in Venezia *Piatte da libi*; e piuttosto, se la molta altezza dell' acqua lo ricercasse, porne due, una sopra dell' altra, ovvero, il che ancora riuscirebbe meglio, collocarne due al paro nel fondo, e poi una sopra di esse, ripiene prima che fossero le due del fondo di buon terreno, e di altri materiali. Tali barche al certo e con maggior facilità si affonderebbero, e nel sentarsi sopra del fondo più si adatterebbero al medesimo di quello fossero per fare, o le Marciliane, o altre barche di fondo non piano, ma curvo, che qualche volta, se niente più del bisogno restano caricate prima che siano aperte con i *rombi*, de' quali si è detto, si rompono, come successe ad una, che fu affondata in poca distanza dalle sopramentovate, essendo per altro molto vecchia, e sdrucita.

XLIX.

I detti bastimenti nell' antedetto modo affondati si possono chiamare ossatura del molo, la quale però, come è stato notato, non si rende necessaria se non ne' gran fondi, come sono in specie quelli del Po in queste nostre parti. Affondate che siano dunque le barche, e stabilita l' ossatura all' incirca, come in A, B, C, (*Fig. 7. Tav. VIII.*) si dovrà prima di ogni altra cosa unire la poppa della

la barca A coll'argine in DE, il che, quando non vi sia insigne corso, si farà anco con la semplice terra sparsa, ma se qualche corso vi fosse, che impedir potesse alla detta terra lo stabilirsi, e prender piede, allora si potrà con l' impianto di qualche palo chiudere quel varco, e dipoi con terra e fascine, strame, paglia, e terra unire la detta psippa all'argine, indi nelle barche A, B, C, che come si è detto sono restate non affatto ripiene di terra, o rovinazzi, per le ragioni dette, si getterà della terra fino al riempimento intiero, ma se si dubitasse che il soverchio peso di tal materiale, non aprisse la barca, allora a misura che si anderà avanzando il riempimento, si dovrà porli a ridosso i gabbioni, e questi principalmente dalla parte superiore fra G, ed E, e nella punta, o vertice del molo HFG, ed assestarli occorrendo con brulli, e strame in modo, che si vengano in ottima forma a collegare assieme; inferiormente si potrà bensì servirsi de' gabbioni, ma in minor quantità, supplendovi con terra, e strame, nella maniera che si dirà nel numero seguente.

L.

Non è sì facile, come per avventura pare a prima vista, l'annegare, come si dice, i gabbioni, vale a dire il gettarli all'acqua in modo, che il loro ammasso riesca stabile, forte, e tirato con giuste proporzioni. In un gran molo formatosi in Po si adoperò il seguente metodo. Si collegarono, mediante un forte pagliuolo formato di buone travi, e ben tessute tavole, due delle ordinarie burchielle, di quelle, che si servono i cavafanghi pel trasporto degli estratti pantani, e così unite formavano come un passo da fiume, poi sopra di detto pagliuolo si ponevano due gabbioni per volta ben riempiti prima di terra, e bene otturati; condotte in appresso le burchielle, cosicchè l'estremità del pagliuolo venisse a cadere appunto sopra del luogo, ove si avevano a calare al fondo i gabbioni, si ruzzolavano gettandoli all' acqua, coll'avvertenza che essi gabbioni, stessero sempre coll'asse e lato paralleli al bordo delle barche affondate. In altro modo, e questo ben più facile, si fecero affondare de' gabbioni, cioè col porne due, uno per parte di una grossa barca, ben pieni, ed otturati, e vicendevolmente raccomandati con una corda, condotta la barca sul luogo, e sciolto il vincolo, scaricavasi da un lato il primo gabbione, e la forza che da questo veniva fatta era tale, che sbilanciandosi si scaricava dall'altra parte l' altro,

bensì

bensì con molto ingallonamento della barca, ma però senza pericolo alcuno. La larghezza della base che fu data ad esso molo fu di 40 piedi, ed i gabbioni a ridosso delle barche furono posti fino quasi alla superficie dell' acqua ordinaria dalla parte superiore EG; nell' inferiore si adoperarono i gabbioni dal vertice del molo fino quasi alla di lui metà in B, e ben molti ne furono gettati nella punta HG, cosicchè fra tutti furono più di mille; nel rimanente verso terra e sopra l' acqua furono usati mantelletti tessuti di vimini, caricati di terra ed affondati, ed un numero grandissimo di fascine, a tal segno che la mole è riuscita come convenivasi; contuttociò per niente dissimulare, comecchè le barche ed i gabbioni hanno perfettamente resistito, così i mantelletti e le fascine non l' hanno fatto, ed è stato uopo di ripararlo, nell' occasione anco che fu prolungato, ma con soli gabbioni, ed è poi riuscita l' opera della maggior consistenza, senza che più temer possa i pregiudizj dell' acqua, come era seguito prima di detta prolungazione.

LI.

Si dirà di alcuni effetti seguiti dopo l' impianto di un tal riparo, perchè venga compreso ciò, che da simili opere si possa promettere l' Ingegnere. Appena piantato il molo, l' acqua restò affatto molente e superiormente, ed inferiormente ad esso per tanto spazio, che essendosi in disposizione di piantarne un altro superiormente, fu giudicato del tutto superfluo; poco dopo sorsero atterramenti tali, che dove prima vi erano i dieci e dodici piedi di acqua tutto si ridusse in spiaggia di pochissimo fondo, e di una vastissima estesa; e non andò guari che restò esso molo dalla parte dell' argine sepolto nelle sabbie, che appena a' poco pratici lasciava conoscere, che quello fosse un riparo formato in tanto fondo di acqua; tutto il danno, se pur di danno merita il nome, che ha risentito, si è qualche corrosione superficiale verso della di lui punta, da quella parte cioè, che resta esposta ai venti australi, essendosene intaccata qualche pertica, senza però l' asporto di alcuno de' gabbioni. Quanto al corso dell' acqua, dacchè egli fu costrutto, si è manifestamente piegato verso della riva opposta, senza poter abbandonar tal direzione atteso il gran spiaggione,

che

che ſi è formato ed a tutela del riparo, e per ſoſpingere il corſo lontano.

LII.

Di molto minor impegno ſono ſtati i moli piantatiſi per ſicurezza della Rotta Contarina, ed ancora minore quelli fattiſi all' Adige Rotta nuova, Bertolino, Cavanella di Foſſone, ed altri luoghi, mentre in queſti nè meno vi è ſtato il biſogno di affondar barche, ma ſi ſono formati con ſoli gabbioni, empiti dopo poſti in opera, ed è ſtato sì pronto l' effetto di rivolger l' acqua e fermare le ſabbie, che appena terminati ſe n' è veduto il profitto. Alla Cavanella eſſendo obbligata la navigazione a ſcorrere per un mezzo miglio inferiormente al Mandracchio, in ora entra alla teſta di eſſo con fondi buoni, portato ch' è il corſo alla ſiniſtra parte, dove allora tenevaſi tutto alla deſtra. Una volta che tal ſorte di riparo abbia preſo piede nel fiume, non può eſſer dal medeſimo mai aſportato, mentre la grande ſcarpa, che gli ſi dà, impedendo del tutto la formazione de' vortici, e riducendo e ſuperiormente, ed inferiormente molente l' acqua, il corſo di queſta, abbenchè poſſa con forza ferire la punta del molo, non può però diſtruggerla, levate che ſono con i vortici le cauſe, che potrebbero indurvi la rovina. Il legamento de' materiali componenti queſti moli è tale, che qualunque forza del fiume non vale a debilitarlo, rendendolo come di un ſolo corpo, e per conſeguenza di una enorme gravità. Potrà dar qualche difeſa alla punta, per reſiſtere alla corroſione, il coprirla di doppie arelle ben conficcate nelle ſcarpe con terraficoli di ſalice, che germogliando reggono poi al corſo, ed impediſcono l' intacco che ſuccedere poteſſe. Per altro il riſarcirne le punte, ſarà ſempre opera facile e di pochiſſima ſpeſa, nè anderà molto, che formatoſi letto di ſabbie anche per teſta, ceſſerà il biſogno di qualunque riſtoro.

LIII.

Prima di terminare queſto Capitolo, ragion vuole, che ſi indichino ancora le difeſe, che competono a' Torrenti dopo aver eſpoſte quelle, che riguardano i fiumi Reali princi-

palmente, laddove nelle aperte Campagne col loro corso progrediscono verso il Mare: Veramente altra ragione correr deve ne' ripari de' Torrenti, altra ne' fiumi perenni, se la violenza di quelli nel discendere per i proprj alvei nulla, per così dire, ha che fare con il moto di questi. Nel Trevigiano altro più valido riparo non hanno saputo gli antichi opporre alla Piave da Narvesa in giù fino a che dopo aver corso quattro in circa miglìa, deposta la ghiaja s'incanala ed inalvea, camminando con meno furia, perchè meno inclinata, di quello si trova più verso del Monte, de' murazzi formati con crode senza cemento alcuno, piantati quattro in cinque piedi sotto il fondo dell'alveo, alti quanto lo ricerca l'escrescenza maggiore di quel fiume, e ben terrapienati alle spalle; sono essi non seguenti, ma collocati in tutti que' siti ne' quali batte l'acqua, e si estendono quanto lo ricerca l'accollamento di essa alla riva, e ciò tanto dall'una, che dall' altra parte, sussistono da quattro secoli, sconcertati solo nelle loro teste, ma non in guisa, che non possino facilmente esser riparati; difesa migliore di questa non può suggerirsi o nella Piave, o in qualunque altro fiume, che rapido corra come quella.

LIV.

Altro genere di difesa si pratica in detto fiume, e sono i *Gorzi*, che altro non sono se non grandi gabbioni di figura conica tronca, che si piantano con la maggior loro base nel fondo, tenendosi alti quanto ricerca la massima piena; si dispongono in retta linea perlopiù in due file una accosto dell' altra, legati, ed assicurati con travi onde venga loro accresciuta la resistenza: si riempiono non già di terra, ma della più grossa ghiaia che si trovi nelle vicinanzé ove piantansi i detti ripari. Resistono i *Gorzi*, come è chiaro da vedere, per il loro enorme peso alla violenza dell'acqua, e con la scarpa che hanno per la figura conica, impediscono alla medesima il porsi in vortici, onde fermato il piede reggono all'urto benchè impetuoso che soffrir devono, senza punto rovesciarsi e perire. La meccanica del loro resistere, è la stessa di quella che fanno i gran pesi, conformati in prismi o gabbioni,

ma

ma tanto maggiore è la loro resistenza per i sassi che contengono, quanto maggiore è l'impeto che sostener devono: Un buon *Gorzo* vuol avere sei piedi incirca di diametro nella base, e nella sua sommità terminare nella metà o poco più, a norma della maggiore, o minore altezza che si ricerca; potendo questa arrivare sino ai dieci e dodici piedi, purchè perfetti siano i materiali che lo compongono: Tanto quelli inservienti per l'ossatura verticale, che gli altri che devono nella medesima esser orizzontalmente tessuti, ordinariamente si dispongono in forma di paradori lungo le rive intaccate, ed alcune volte per traversare qualche ramo, ed obbligarlo a volgersi altrove, qualche volta anco in figura di penelli o pignoni, secondo le esigenze del corso dell'acqua: in somma fanno essi la difesa più valida dopo quella de' murazzi. Non dissimile riparo ho veduto praticare in qualche fiume del Bolognese dentro le Montagne, come pure nel Serchio sul Lucchese, ma in figura piuttosto di Gabbione, che di *Gorzo*, con la sola differenza, che vengono empiti di sassi, di quelli cioè che seco porta il fiume, ed in ciò veramente convengono con i *Gorzi*, ma nella forma, che si accosta alla cilindrica, con i gabbioni.

L V.

Con massima utilità sono stati posti in uso nel Torrente Torre nel Friuli, certi pignoni formati di grossi macigni, suggeriti e fatti eseguire dal Guglielmini. Consistono questi in certe piramidi scalene tronche, che con le loro basi ben attaccandosi alle rive, vanno a terminare con le loro teste nel fondo dell' alveo non più lunghi di cinque in sei pertiche, e taluno anche meno, diretti alquanto a seconda della corrente del fiume: sono fatti di sasso di cava della maggior grossezza, spianato bensì grossamente, ma in maniera però che quanto basta assestano gli uni con gli altri, formando i lati competentemente lisci, difesa questa, che molto fu contrastata nella prima sua esecuzione da chi non intendeva gran fatto la vera maniera del difendersi in simili Torrenti, ma che poi è stata considerata per la più adattata e forte per sicurezza di quelle rive, e della Reale Fortezza di Palma, che dal detto Tor-

rente veniva non mediocremente minacciata; da tutto ciò ben ſi può comprendere che per opporſi alle acque più precipitoſe de' Torrenti è di meſtieri il ſervirſi de' peſi i più gravi, e che a nulla in queſti ſervono le palificate, come queſte ſervir poſſono ne' fiumi di corſo più regolato.

CAPI-

CAPITOLO DUODECIMO.

De Sostegni, Chiaviche, Stramazzi, Botti, e Ponticanali, attinenti alle regolazioni delle Acque.

I.

D*Efinizione* I. Sostegno è quella fabbrica, che traversando il fiume, o qualunque altro canale, serve a sostenere la di lui acqua a certa altezza, o a comodo di navigazione, o per minorare il corso del fiume o del canale, a preservazione o delle rive, oppure di qualche fabbrica inferiore, o finalmente per il motivo di animare qualche edificio.

Definizione II. Si dividono questi sostegni in stabili e mobili: sono i primi quelli, che si formano con roste, o siano pescaje, cavalletti, briconate ec.: i secondi tutti quelli, che servono ad uso di navigazione, e per il movimento degli edificj.

Definizione III. I sostegni mobili altri sono a porte, che si aprono contro il corso del fiume, altri a pianconi o travate, che si levano e ripongono in numero maggiore o minore secondo l'occasione.

II.

Quei fiumi, che per aver troppo pendìo smaltiscono con troppa celerità le loro acque, nè le lasciano crescere, se non pochissimo, di corpo, ricercano per esser navigati i sostegni, che minorando loro la caduta, vengano ad accrescere in tutte le loro sezioni l'altezza viva dell'acqua. Parimente que' fiumi, le fonti de' quali non tramandando che poc'acqua, se si vogliono ridurre ad uso di navigazione, uopo è di munirli di Sostegni, perchè trattenuta l'acqua da questi, e resa quasi stagnante, si rendano capaci di soffrire il barcheggio; ma perchè i fiumi possino restar imbrigliati con i sostegni, si ricerca, che la loro portata, cioè il corpo delle loro acque sia di moderata mole, altrimenti il sostegno non verrebbe tollerato: in somma i sostegni sono ricercati da' fiumi piuttosto piccoli, che mediocri, e da quelli, che eccessiva caduta avessero; non già da' Torrenti puramente tali,

tali, i quali per reſtar ſovente, e per molto tempo privi affatto di acqua, laſcerebbero fruſtraneo il ſoſtegno, e la navigazione, in grazia di cui ſi pianta. Per altro, qualunque ſia la mole dell' acqua da ſoſtentarſi con le dette fabbriche, v' abbiſogna ſempre, che reſti aperto un qualche sfogo al fiume, perchè l' acqua ſopravvegnente non creſca ſopra del ſoſtegno, e lo ſormonti; ma di ciò ne daremo a ſuo luogo le regole, e le leggi.

III.

Sia la ſezione DACF (*Fig. 8. Tav. VIII.*) di un fiume, l' altezza viva della cui acqua ſia la DA; ſi voglia talmente eſſa ſezione riſtretta, coſicchè acquiſti l' altezza AH, che alla prima abbia la ragione di m, ad n: Queſta AH dunque ſarà per l' ipoteſi la quarta proporzionale di m, n, b (dicendo DA, b,); e perciò facciaſi come AD ad AH, così la dimezzata di AH, alla quarta proporzionale, che ſia L; dipoi come L ad AC, così la dimezzata di AD alla quarta, che ſia M; ſe a queſta ſi farà eguale la larghezza della ſezione AB, l' acqua verrà ad acquiſtare l' altezza deſiderata AH, che alla prima AD ſarà come m ad n. Perchè dunque $L . AC :: \sqrt{AD} . AB$, ſarà ancora $AB = \frac{AC\sqrt{AD}}{L}$, e ſoſtituendo in vece di L il ſuo valore $\frac{AH \times \sqrt{AH}}{CF}$, ſarà $AB = \frac{AC \times CF \sqrt{CF}}{AH \sqrt{AH}}$, ovvero $AB \times AH\sqrt{AH} = AC \times CF \sqrt{CF}$, adunque ſcaricheranno eſſe due ſezioni moli eguali, ſe tanto l' uno che l' altro membro dell' equazione rafferma la quantità dell' acqua, che può uſcire nel medeſimo tempo e dall' una, e dall' altra apertura; lo che era ec.

IV.

Scolio. Riducendo per l' uſo l' eſpreſſione a' termini analitici, dicendo $AC = a$, $AB = x$, $AH = c$, ſarà $c = \frac{bn}{m}$ (quando la ragione di AD all' AH ſia quella di m ad n); onde la formola eſſendo $ab\sqrt{b} = cx\sqrt{c}$, ſe verrà ſoſtituito in vece di c il valore ſuo, diverrà $ab\sqrt{b} = x\frac{bn}{m}\sqrt{\frac{bn}{m}}$, oppure $am\sqrt{m} = nx\sqrt{n}$, ovvero

$x =$

$x = \frac{am\sqrt{m}}{n\sqrt{n}}$. Sia in grazia di esempio da alzarsi l'acqua mediante il ristringimento della sezione, cosicchè la AH divenga quadrupla di CF; sarà però $m = 1$; $n = 4$; Sia $a = 80$, sarà $x = \frac{80}{4\sqrt{4}} = 10$, onde il ristringimento dovrà ridursi alla sola ottava parte di quello era prima, perchè si ottenga quadrupla altezza: in somma la larghezza della sezione sarà sempre in ragione composta diretta della prima larghezza della sezione, e della subtriplicata del numero esponente la prima altezza, e reciproca della subtriplicata del numero esponente l'altezza, a cui si vuole che arrivi l'acqua.

V.

Si ricava dalla suddetta facile proposizione l'idea generale de' sostegni usati ne' fiumi, e canali per renderli navigabili, allorchè scarseggiando questi di acqua, senza di essi non soffrirebbero il barcheggio, attesa e la mancanza della necessaria altezza dell' acqua, e spesse volte la soverchia velocità che ritengono, per cui resterebbe molto incomodata la navigazione. Altro dunque non facendo i sostegni, che ristagnar l'acqua o in molta o in poca parte, si riduce la quistione al ristringimento del fiume, in modo che nelle parti superiori e cresca di altezza, e si minori di corso; ma perchè l'acqua sopravvegnente deve o in poca o in molta quantità aver il suo esito, ne deriva da ciò la necessità che hanno i sostegni de' diversivi, e sfogatori, altrimenti in non molto tempo resterebbero sormontate le rive; questi diversivi possono esser costrutti in ogni sito, purchè non molto lontano da esso sostegno. I portelli, che si lasciano nelle porte del sostegno, servono essi pure di temporaneo diversivo: ma que' canali che lateralmente si formano a' sostegni, sono i diversivi perenni e reali, detti propriamente risoratori o sfogatori, la soglia de' quali può esser o di livello col fondo naturale del fiume, o anche più alta, e formata in pendìo a guisa di uno stramazzo. Generalmente parlando, i sostegni se saranno formati ne' fiumi torbidi, hanno bisogno di restar qualche volta aperti per impedire i riempimenti; ma se con acque chiare, possono mantenersi sempre chiusi a comodo della navigazione; qualche volta però anche ne' torbidi, se il diversivo è di molta capacità, possono tenersi sempre chiusi, supplendo il corso

corso di questo allo smaltimento della torbida. Ne abbiamo l'esempio ne' sostegni della Brenta dalla Mira a Padova.

VI.

Per determinar l'altezza a cui secondo le circostanze deve farsi il sostegno, perchè non sia sormontato dalle piene con pericolo di restarne danneggiato, basterà tenerlo alto in modo che essa piena possa sfogare per il diversivo, senza che sormonti; il che si otterrà col calcolare una sezione accresciuta di quanto può farla aumentare la piena, servendosi della formola del num. IV. di questo, e ben notando a quali altezze pervenir potrà l'acqua nel diversivo, per fissare poscia sopra di questa le coltellate del sostegno che riescano almeno due piedi più alte delle dette misure. In altro modo ancora potrebbesi supplire a tal esigenza, tenendo la fabbrica a quella sola altezza, che si ricercherebbe, se esso sostegno non avesse a servire, che per le acque ordinarie, e ciò con l'introdurre lo sfogatore a stramazzo superiormente al livello dell'acque comuni, ma col dilatarlo a quelle misure, che il calcolo fosse per indicare. Sia per esempio la sezione del diversivo o sfogatore, calcolata nel modo esposto al num. IV, la BCDE, (*Fig. 9. Tav.VIII.*) che contenendo le acque ordinarie, ed obbligandole a correre per esso, facciano il gonfiamento, la di cui altezza sia la CB, e possa crescere per la piena fino in FG, quando tant' alte fossero le sponde di esso diversivo; ma perchè con tal altezza converrebbe crescere anco le sponde, e rivali di esso diversivo; però non si voglia che tanto aumenti, ma solamente da A in H, spazio di poche once. Sarà per i comuni principj dell' Idrometria l'equazione $AK \times AH \sqrt{AH} = BE \times BF \sqrt{BF}$, e considerando come incognita AK, sarà questa eguale a $\frac{BE \times BF \sqrt{BF}}{AH \sqrt{AH}}$ valore della ricercata larghezza dello stramazzo del diversivo.

VII.

Scolio. Sia la piena che potesse venire sopra l'acqua ordinaria alta piedi 5, ovvero once 60, onde $BF = 60$; la larghezza del diversivo BE sia di once 72, e l'altezza che si desidera sopra il labbro dello stramazzo AH, sia once 9, dovrà AK esser di once 1200, cioè 15 volte e mezzo in circa più largo dello sfogatore il solo stramazzo, o sieno li due fianchi, che lo vengono a comporre; il che impegnerebbe in una molta spesa nella fabbrica,

ca, e farà sempre meglio tenerlo alquanto ristretto, e soffrire più tosto una qualche maggior altezza della piena. Nella stessa supposizione lasciando che la piena salisse alta sopra dell' acque ordinarie once 16, facendo AH = 16 once, la dilatazione dovrebbe farsi a once 506, 6 fiate cioè di maggior larghezza del diversivo verrebbero ad avere i due fianchi dello stramazzo, e generalmente la dilatazione di essi fianchi sarà in ragione composta diretta della larghezza del diversivo, e della subtriplicata dell' altezza, a cui in esso salirebbe l'acqua, che si volesse nel diversivo dello stramazzo, meno la larghezza dello stramazzo stesso.

VIII.

I sostegni inservienti ad uso di navigazione si formano con due mani di Porte, a motivo di poter livellare le acque tanto superiori, che inferiori, e dar il passaggio alle barche; il che succeder non potrebbe, se una sola mano vi fosse, com' è facile da raccogliersi per poco che vi si rifletta. Sia ABCD (*Fig.* 10. *Tav. VIII.*) quello che chiamasi Vaso delle Porte, fabbrica che ordinariamente si fa di pietra; CF, BF le Porte superiori, che si chiudono in angolo, perchè più possino resistere al peso dell' acqua superiore; DE, AE sono le porte inferiori, che anch' esse si chiudono in angolo, mentre aperte che siano le superiori, devono sostener il peso dell' acque come le prime; qualche volta però possono anco chiudersi queste in linea retta, ma in tal caso la porta è una sola, piantata in D, ovvero in A, e tanto larga che arrivi col suo battente nell' opposto gargame, che anderà lasciato nelle muraglie, onde chiudersi perfettamente il varco all' acque: così fu fatto nella parte inferiore del gran Vaso del Dolo sopra la Brenta; DCBA vien detta propriamente la Conca formata da' muri laterali DC, AB, che dovranno come il rimanente della fabbrica esser piantati alla maggiore possibile profondità, come in RQ, che viene a formare profilo della pianta sopra le teste di frequentissimi pali ZR, QY, se il terreno mostra di avere del cuoroso: La soglia di CFB dev' esser formata un piede in circa più alta della platea di fuori, e superiore CVBL, ma di livello in circa coll' interiore del Vaso, e la soglia di DA si farà pure un piede in circa più alta della platea medesima del Vaso, ed a tal livello si farà pure la inferiore HDAI, e ciò perchè le Porte trovino onde appoggiarsi nel fondo chiuse che siano, dovendo a tal oggetto esse soglie formarsi

angolari, come CFB. Vi si formano parimente le ale di muro BL, CV; AI, Dd, da farsi o in questa, o in altra più congrua forma; chiusa che sia la porta superiore CFB l'acqua OP sarà come nel profilo alta *a* O, cioè più alta della inferiore NSV, quanto è la ON; ma aperta questa porta, e chiusa l'inferiore, la OP superficie dell'acqua, passerà in T, ed allora le barche saranno introdotte per passare inferiormente in VS, vuotato che sia il Vaso col mezzo de' portelli, come col mezzo di questi verrà riempito; se poi una barca debba esser tradotta dall'inferiore acqua alla superiore, allora passando da VS in VN, chiusa la inferiore Porta DA, si dovrà empire il vaso, e ridotta l'acqua all' altezza NO, aprire la Porta superiore CFB, il che si farà senza difficoltà alcuna, pareggiate che siano le acque dentro e fuori del Vaso. Ma perchè queste Porte o sostegni rostano e serrano perfettamente il fiume, se questi ha incessante sovravegnente, si dovrà lateralmente, perchè non inondi, quanto più si può lontano da' muri della fabbrica per evitare i pregiudizj alla medesima, introdurre il diversivo GMHK di quell'ampiezza e profondità che il calcolo dimostrerà, secondo quanto si è mostrato al num. IV, e seguenti di questo Capitolo.

IX.

Le Porte de' sostegni devono esser formate di ottimo legname, quercia, castagno, o larice, ben ordite con travi come in ABCD (*Fig.* 11. e 12. *Tav. VIII.*) che rappresenta la parte di dietro riguardante la conca nella superiore, ed il fiume nell'inferiore dalla parte di sotto di essa conca, ma *abcd* rappresenta la parte della Porta, che ha da sostenere la corrente del fiume, o per meglio dire, il peso; vale a dire ABCD ha da restare dalla parte verso l'acqua inferiore e fuori e dentro della conca, ed *abcd* ha da esser volta all'acqua superiore, e perchè chiusa che sia una delle Porte del sostegno, conviene prima di aprirle, e dar il passaggio alle barche, che la conca si empisca di acqua, però in esse Porte vengono introdotti i portelli G, H: *g*, *h*, ed i suoi otturatoj I, K, raccomandati alla verga di ferro o di legno *e* I, *f*K, che mediante i manubrj E, F; *e*, *f*, ed il rincontro de' denti della ruota dentata, facilmente si alzano ed abbassano, chiudendosi, ed aprendosi secondo il bisogno. Se le Porte sono divise in due parti basterà un portello per ciascheduna; se poi la Porta non è divisa, come dinotasi nella figura, se ne introdurranno due, acciocchè si abbia e nell'

nell' uno e nell'altro modo la facilità necessaria per empire, e vuotare il vaso o conca, e lasciare più spedita la navigazione. Quando la conca è grande, e molta l'altezza dell'acqua sostenuta, allora oltre i predetti portelli, si può introdurne un terzo nella grossezza delle muraglie, perchè con maggiore prontezza si possa empiere il vaso; ma è da avvertirsi, che sia bene assicurato, mentre il gran corso che concepisce l'acqua lo può di leggieri danneggiare con pericolo di far rovinare il sostegno. Tal foro, quando vi sia, non si dovrà aprire, quando la conca sia ancora con poc' acqua, bensì solamente allora, che si trova oltre della metà ripiena, levandosi con ciò di molto la forza dell' acqua uscente, e togliendosi il pericolo che non resti l'edificio in alcuna sua parte sconcertato.

Alle Porte del Dolo si trova un foro dalla parte destra superiore all'entrare, e chiamasi il *Vampadore*, che viene aperto con le leggi antedette, così ricercandolo l'ampiezza ed altezza di quella notabile fabbrica; ed a motivo, che il gran corso dell'acqua non danneggiasse la platea del sostegno, è stato usato dalla cognizione dell' Architetto, che lo piantò poco prima del 1534. un ottimo ripiego, e fu, di far bensì entrar l'acqua per un solo foro, ma di allargarlo poi nell' interno de' muraglioni in un spazioso condotto, e farlo uscire nella conca o vaso diviso in cinque fori costrutti di marmo, di larghezza un piede e mezzo per ciascheduno, onde l'acqua entra nella platea nemmeno con la quarta parte della velocità, con cui si caccia per la bocca del *Vampadore*. Tale artifizio fu da me osservato sul cadere dell'anno decorso 1740, quando di Pubblico comando feci porre in asciutto quel gran Vaso per rimetterlo da' gravi sconcerti, che aveva risentiti ed in ogni angolo dell' ingresso superiore, e nella platea, che fu trovata per la metà sconvolta nel seliciato suo di cotto; Difficile, per vero dire, è stato il levargli l'acqua, attesa la gran copia de' sabbioni, che assediavano e superiormente, ed inferiormente il Vaso, senza che mai cessassero le trapelazioni, sino a tanto che non furono perfettamente levati dal corso dell' acqua, che fra un bosco di palificate pur anco succedeva, e lasciato il fondo col solo terreno buono di creta; per altro nulla più ha contribuito all' asciuttamento predetto, ed alla sicurezza de' lavorieri, di una pianconatura, o travata, che vi feci porre a pochi piedi superiormente alle porte, dopo ch'ebbi rilevato esservi nelle laterali muraglie, benchè molto sdruciti, i gargami per riceverla. La pozzolana

Xx 2 con

con cui ſono ſtati impaſtati i cementi, ed i molti marmi poſtivi di nuovo in gran mole per i goloni da annicchiare i fuſi delle Porte, promettono la più ſoda reſiſtenza di detta Reale fabbrica nel tempo avvenire.

X.

La formola che ſi regiſtra al num. XX del Capitolo II. forniſce ſufficientemente quanto occorre, circa il tempo, e quantità dell' acqua, che dalla ſuperiore OP (*Fig.* 10. *Tav. VIII.*) paſſa nella conca, e da queſta nell' inferiore Canale, nella ſuppoſizione però, che per l' empirſi della Conca predetta non cali OP, nè creſca VS, ma che la capacità di eſſa conca ſia infinitamente piccola in riguardo del rimanente del fiume. La formola dunque del numero predetto è $R = \frac{6304 \times CCT \sqrt{A}}{60'' \times 5}$, in cui R è la quantità uſcita da un foro di un vaſo, la di cui acqua ſia ſempre mantenuta alla medeſima altezza; CC l' area di eſſo foro; T il tempo; A l' altezza dell' acqua ſopra del centro del foro; 60'' un minuto primo, il tutto eſpreſſo in once cubiche del piede di Bologna: e perchè ſi vuole come incognito il tempo che ſi conſumerà al riempirſi della conca, però ſarà $T = \frac{5 \times 60'' \times R}{6304 \times CC \sqrt{A}}$, ed eſſendochè nell' eſempio del Vaſo, l' altezza dell' acqua va ſempre ſcemando, ſarà però, in vece della velocità corriſpondente a queſt' altezza A, da ſoſtituirſi la velocità ragguagliata o *media*, competente allo ſcarico di una data quantità.

XI.

Sia pertanto l' acqua ſuperiore alla porta chiuſa AE; (*Fig.* 1. *Tav. IX.*) CD il portello; KL la di lui larghezza; HI la larghezza ragguagliata della conca del ſoſtegno; FB la di lui lunghezza; SQBF × HI la quantità dell' acqua paſſata in un certo tempo nella conca predetta, il qual tempo è da ritrovarſi, data la detta quantità; FB è la ſuperficie dell' acqua comunicante con l' inferiore del ſoſtegno ſempre più alta del portello CD. Sia AB $= a$; AQ $= x$, dunque QB $= a - x$; HI $= d$; FB $= e$; CD $= n$; KL $= m$. Intendaſi ART una parabola, ch' eſprima le velocità dell' acqua all' entrare nella conca, cioè BT dinoti quella *media*,

dia, che compete al primo ingreſſo dell'acqua, allorchè reſta chiuſa la porta GM, ed aperto il portello CD; e QR quella velocità pur *media*, che avrebbe l' acqua giunta col ſuo pelo all'altezza SQ; ma perchè ſono in un continuo variare tutte queſte decreſcenti velocità, pertanto ſarà da prenderne di tutte una media, cioè $\frac{BT + QR}{2}$ per quella, che aſſai da vicino può riſpondere a' fenomeni del movimento di queſt'acqua, onde detta velocità, per la natura della parabola, ſarà $\frac{\sqrt{AB} + \sqrt{AQ}}{2}$ $= \frac{\sqrt{a} + \sqrt{x}}{2}$, quindi nella formola eſpreſſa nel numero antecedente $T = \frac{5 \times 60'' \times R}{6304 \times CL \sqrt{A}}$ in vece di $\sqrt{A}$ ſarà da foſtituire $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{x}}{2}$ come in vece di R il valore del ſolido $SQ \times SF \times HI = dc \times \overline{a - x}$ onde $T = \frac{2 \times 60'' \times 5 \times dc \times \overline{a - x}}{6304 \times mn \times \sqrt{a} + \sqrt{x}}$ formola generale, per cui ſi verrà in cognizione del ricercato tempo.

XII.

Scolio. Si faccia $x = 16$, $a = 49$, dunque $QB = 33$; $d = 480$, $c = 1200$; $n = 12$; $m = 18$, che però la formola ſarà mutata in $T = \frac{10 \times 60'' \times 1200 \times 480 \times 33}{6304 \times 18 \times 12 \times 11}$, di cui il logaritmo del numeratore, ſarà 10. 07004, e quello del numeratore 7.17545, e perciò il logaritmo del tempo ricercato 2.89459, e perchè reſta eſpreſſo in ſecondi, ſi divida per 60, ſottraendo cioè il logaritmo di queſto numero dal predetto, e rimarrà il logaritmo del tempo in minuti 1.11644, che dà 13 minuti primi incirca.

Ma volendoſi ſapere il tempo intiero, che ſi conſumerà nell' empiere tutto il vaſo del ſoſtegno, cioè allora quando l'acqua ſarà arrivata in A, allora, divenendo $x = 0$, ſi cangia l'eſpreſſione in $T = \frac{10 \times 60'' \times dc \sqrt{a}}{6304 \times mn} = \frac{10 \times 60'' \times 1200 \times 480 \times 7}{6304 \times 18 \times 12}$, ed il logaritmo del numeratore ſarà 9. 38366, e quello del denominatore 6.13406, onde il logaritmo del tempo ricerca-

to

to 3.24960 , e sottraendogli il logaritmo di 60, come sopra, rimane esso logaritmo del tempo 1.47145, che vale 30 minuti primi, ed in tale spazio di tempo resterà empita tutta la conca del sostegno.

XIII.

Coroll. I. Resta manifesto, che se un altro simile portello resterà aperto nella medesima porta, l' empimento predetto seguirà nella metà del tempo, cioè in un quarto d'ora; dovendosi per altro avvertire circa a' portelli e loro grandezze, di aversi a stabilire in modo, che non rieschino soverchiamente grandi per non render debole la porta, e pregiudicare al vaso col maggior peso dell'acqua, e che parimente non rieschino soverchiamente piccoli per non aversi a consumare troppo tempo nel passaggio delle barche.

Coroll. II. E' ancora manifesto esservi il modo di determinare la grandezza di essi portelli, perchè sia tale, cosicchè in un dato tempo somministri l'acqua necessaria, dovendosi però prendere tali misure dall'acqua ordinaria, e non già dalla piena, o dall' estrema magrezza.

Coroll. III. E' chiaro parimente, che le regole inservienti per empiere la Conca, in riguardo cioè al tempo, ed apertura de' portelli, le medesime servire ancora per iscaricarla, correndo nell' uno, e nell' altro caso le stesse leggi. Sogliono per altro gli esperti Portinai aprire i portelli in due volte, e ciò per non dare tanto carico alla fabbrica, allorchè la Conca trovasi vuota, attesο il grande corso di acqua, che in tale stato concepisce, aprendo poi tutto il lume di essi portelli, quando è per la metà incirca ripiena, rimanendo tolto allora ogni pericolo, il che dee osservarsi, quando in specie è il tempo delle escrescenze, e che la caduta dell'acqua si fa di maggior momento.

XIV.

Il modo effettivo di piantare i sostegni sarà il seguente: Riconosciutosi nel luogo divisato ove sia il miglior fondo, mediante la Trivella gallica, con cui estraesi di suolo in suolo la terra sino alla profondità necessaria; si ergeranno due cavedoni o intestature attraverso del fiume R, S; (*Fig.* 2. *Tav. IX.*) lasciando però l'adito a fluire l'acqua per qualche esito laterale nell'inferiore; dipoi sarà da escavarsi una gran buca, ben profondandola sotto dell'orizzonte della

della Campagna li 16, 18, e fino a 20 piedi a misura della buona o rea qualità del terreno, e la larghezza e lunghezza di questa, non solamente dovrà essere quanto porta l' estesa della fabbrica, ma quel di più ch' è necessario in riguardo della profondità, e di quelle banche che nella scarpa si avranno a lasciare, e ciò per due motivi, e perchè la terra di sopra pesando troppo, non cada nella buca stessa, e perchè gli operai possino gettar essa terra con il badile o paletto di banca in banca (se più di una uopo sia di formarne) senza molta difficoltà: Una buca che fosse profonda 18 piedi, vorrebbe due banche, oltre il piano del fondo, e così a proporzione; qualche volta la tenacità del terreno può esser tale da soffrir senza banche l' intiera scarpa di tutta l' altezza del cavamento, ed allora per asportar fuori la terra, converrebbe usar i ponti e le carolle.

Preparata che sia la buca, o che il terreno del fondo è bianco e cretoso, o cuoroso e nericcio, oppure composto di sabbione e rena; Se bianco, e cretoso, sarà da considerarsi, se tale sia da per tutto, ovvero in qualche sola parte, come ancora se di rena, e sabbione fosse, ovvero di cuoro, sia da per tutto, oppure in qualche sito solamente del preparato cavamento, ed a norma delle varietà, che saranno trovate, si avrà ad operare diversamente nell' impianto de' fondamenti: generalmente il terreno negro, e pieno di radici di erbe, e canne, è il più cattivo; La creta, ed il terreno bianco e sodo è il migliore, e tale è pure la rena, ed il sabbione, quando però non vi sia gran caduta dell' acqua nella fabbrica, che si deve intraprendere, mentre in tale incontro potrebbe dubitarsi, che il sabbione venisse asportato, e rimanessero troppo deboli i fondamenti; ma dove non si trova se non poca caduta, il sabbione si conta fra gli ottimi fondi, potendosi sopra di esso fabbricare anche col gettarvi de' semplici zattaroni doppj di ben tessuti legni, senz' altro palificamento: qualunque però sia la qualità del fondo, con palificate, e tavolato ogni fabbrica si assoda, quando però l' oculato Architetto sappia al bisogno bene adattare il ripiego, senza gettare inutilmente la spesa: ma prima d' internarsi di vantaggio nella fabbrica de' sostegni, è necessario produrre alcune proposizioni per rapporto alla resistenza de' fondi.

Un

XV.

Un peso ADCB (*Fig. 6. Tav. IX.*) egualmente grave in tutte le sue parti, di figura parallelepipeda, il di cui centro di gravità sia E, se sarà posato orizzontalmente sopra di un piano DC egualmente cedente, onde tutti i filamenti che devono resistere alla pressione FD, IH, ec. GC, abbenchè in qualche maniera compressibili, e cedenti, lo facciano sino ad un certo grado, a cui arrivata la discesa del peso, restino le resistenze di essi filamenti bilanciate con la pressione, cioè allorchè resti intieramente estinta la forza viva del grave, ed altro non sia in azione che la morta, il che di succedere si supponga, allora che giunto sia il peso in *dc*, restando i filamenti abbreviati della quantità H*b*, H*b*, ec. a causa della compressione, e rimasto il peso con la sola forza morta; ciò non ostante il detto peso otterrà ancora la stessa positura orizzontale, ed in tal modo potrà conservarsi: il che si dimostra agevolmente, avvegnachè tutte le parti egualmente gravi, incontrando per la supposizione eguali resistenze, non vi è ragione perchè una parte discender debba più di un' altra, tanto le esteriori *d*, *c*, che le interiori *b*, *b*; discenderà dunque il centro di gravità E per una retta linea perpendicolare all' orizzonte, e disceso che sia fino all' estinzione della forza viva, ed a trovare l' equilibrio con le resistenze, ivi fermamente potrà sussistere senza incontrare verun' altra alterazione: Per tanto quando il fondo sia in tutte le sue parti di una egual resistenza, ed in quel sito specialmente, in cui si vuol piantare qualche edificio, anche senza palificate, si potrà ergervi la fabbrica col porvi un buon tavolato doppio, composto di bene uniti assoni; il peso della quale al più potrà discendere qualche oncia sotto del piano stabilito, ma quivi arrivata non procederà più oltre. E' però da avvertire di doversi caricare dal più al meno egualmente le parti omologhe e corrispondenti, altrimenti nè il centro di gravità E potrebbe discendere per la perpendicolare suddetta, nè egualmente restar compressi i filamenti *b*I, *b*I ec.; e l' edifizio sentato che fosse, rimanendo con la sola forza morta, caderebbe fuori del piombo, con disordine, e brutta apparenza.

Per

XVI.

Perchè poi i fondi composti di materie cedevoli non sono ordinariamente tali, se non per un certo determinato spazio, cosicchè se a qualche piede vicino alla superficie della campagna il terreno è di cuora, o di altra materia meno resistente, più sotto finalmente trovasi la creta, ed il caranto, che dà una perfetta ed eguale resistenza: Chi potesse fondar le fabbriche sempre sopra di un tal fondo, non abbisognerebbero esse nè di palificate, nè di tavolati, o zatteroni, ma basterebbe escavar tanto fino che si trovasse esso buon terreno, il che ne' luoghi palustri non è quasi mai permesso, per le sorgive, che il profondar oltre di certe misure impediscono, onde restano annegate le buche, quando si vogliono cavate oltre delli 14 in 16 piedi; quindi è di mestieri declinare da queste escavazioni, sostituendovi altri mezzi, che siano valevoli ad appoggiarsi al terreno forte, senza altra escavazione, e con ciò ridurle alla dovuta consistenza. Tali mezzi altri non sono, che i pali piantati a piombo, e di tal lunghezza, che con le loro punte per un terzo incirca della loro lunghezza, restino fitti nel terreno sodo, perchè poscia sopra le loro teste, si possa conficcare il tavolato di assoni. Sia in grazia di esempio escavato il terreno fino in AB, (*Fig. 7. Tav. IX.*) facendo la buca con due banche X, Z, secondo quanto si è espresso al num. XIV. di questo, nè più oltre senza pericolo si possa progredire, non avendosi pur anco il terreno consistente per tutto lo spazio ABIKDC, e cominci solamente il terreno forte alla profondità EIK. Si profondino dunque i pali AF, BG, DK, e tutti gli altri intermedj di modo, che per un terzo incirca restino fitti in detto terreno forte, coll'avvertenza che i pali, che saranno fitti nel perimetro della fabbrica sieno il doppio più lunghi di quelli dell'interno della medesima, cioè se questi saranno 5 piedi, siano quelli 10; sopra le teste di essi pali, che dovranno esser tutti contigui, e come si dice, testa con testa, ridotti che siano ad un solo livello, si stabilisca il tavolato di assoni ABDC, e sopra di questo si comincerà il muro della fabbrica.

Le regole da osservarsi in questa importante materia sono le seguenti. I. Se la fabbrica non è di grande estesa, come se fosse una Chiavica, ed il terreno AEIKD di mediocre consistenza, e ben forte l'altro EFGHKI, allora si potrà appoggiare il tavolato a due file di pali, piantati sotto delle estremità AC, BD,

e questi anco con qualche distanza fra di loro; ma se il terreno non è di tal natura, converrà piantare i detti pali assai più vicini, ed anco contigui, e testa con testa. II. Se la fabbrica è più dilatata, ed il terreno di mediocre consistenza, sarà di mestieri piantare un terzo ordine di pali parallelo a' primi; e se esso terreno fosse ancora meno sussistente, se ne dovrà piantare una quarta, ed una quinta linea; e finalmente se il terreno fosse del tutto inabile a sostenere il peso della fabbrica, converrà empiere tutto il vano di pali ben lunghi, facendo che arrivino più giù che sia possibile, e che si tocchino testa con testa, legandoli ben bene con sue catene, e filagne, di modo che possino ben resistere al grave peso, che gli verrà sovraposto, senza pericolo di sconcertarsi.

XVII.

Sopra del Tavolato si dovranno stendere i suoli di pietre cotte a quante mani, che occorreranno, fino a tanto che si arrivi all'altezza ove l'acqua camminar dee, foderando poi questa superficie di corsaroli di marmo, il tutto bene inarpesato e connesso: ma perchè accade spesse volte, che o per la soverchia spesa, o per la mancanza de' marmi, non si possono con i medesimi guernire le fabbriche, si potrà supplire con il laterizio, nel modo che segue, secondo a quanto avanzò in una erudita Relazione il rinomato Montanari in data 10. Febbraio 1686, per certa navigazione nel Friuli, su di cui allora versava quel celebre Professore. *Cavato*, dic'egli, *prima il fondo alla profondità di due piedi sotto il piano, ove deve essere il selicciato* (che dovendosi lavorare in luoghi palustri, sarà il sito, ove anderà il tavolato, di cui sopra si è detto) *vi si farà una buona platea di ottima calcina ben lavorata, e mischiata con giarella minuta ben vagliata, e netta dalla terra, oltre il solito sabbione, e questa all'altezza di once 24, la quale ben battuta, e lasciata per più giorni far la sua presa, vi si butterà dipoi per quattro o cinque giorni, ogni dì tant' acqua, che la ricuopra tutta, acciò ne succhii il suo bisogno a perfezionare la sua presa, dopo di che trovandosi abbassata, com'è solito nell'asciugarsi, circa once 4, vi si farà sopra il salizzo di pietre ben cotte e scelte e spianate insieme, acciò nel lavoro si accostino bene, valendosi similmente d'ottima calcina, e ne verrà fatto un salizzo fortissimo, che lasciato ben riposare, diventerà tutta una forte platea d'un pezzo, che sempre più indu-*

ran-

randosi resisterà maravigliosamente alla caduta dell' acqua, e ad ogni sorgente inferiore, distendendo un tal salizzo non solo per tutta la capacità delle Porte, ma nell' uscita delle medesime alquanti piedi più avanti, in modo però che nel fine vada a colligarsi con un muretto inferiore, che gli serva di fondamento : al che altro non aggiungeremo, se non che se essa platea sarà formata con calce e pozzolana, ancora più forte riuscirà l' impasto predetto. Sarà poi necessario che i muri della fabbrica riescano di un piede e mezzo incirca dentro del piombo delle esterne palificate, non essendo se non troppo azzardoso il piantarli all' estremità delle medesime, potendo accadere per tal motivo degli sconcerti ben gravi a tutto l' edificio.

XVIII.

Non sarà superfluo l' avvertire, che a titolo di maggior fortezza saranno da guernire i Cantonali della fabbrica di buoni marmi, onde ne segua una forte legatura, e quando mancassero i marmi, servirsi di ottime pietre cotte fregate, e di buona calce, e se fosse meschiata con pozzolana sarebbe ancor meglio, e ciò perchè con maggior forza si resista al corso dell' acqua, ed all' urto, che sovente in passando essa vi imprime; che perciò non sarebbe fuori di proposito l' introdurre nella platea certe bossole accanto del risalto dell' angolo più vicino all' ingresso delle porte, nelle quali fossero piantati alcuni pali squadrati ad oggetto di cuoprire i detti risalti dagli urti delle barche, se da questi le fabbriche ricever possono de' gravi sconcerti. Se però il detto angolo sarà con marmi, poco o nulla ne potrà risentire la muraglia. Quando vi sia sfogatore, converrà pur munire la di lui bocca esterna, o con buona muraglia, oppure con buona palificata, mentre stante che per questo si dà la comunicazione libera fra l' acqua superiore e l' inferiore, il corso viene grandemente ad accelerarsi, sicchè molto facilmente ricever corrosioni assai pregiudiciali ne possono le rive, e restar intaccata la bocca di esso diversivo, onde il ben munire e quelle, e questa, sarà affatto necessario. Si può ottener l' intento di divertir l' acqua, ed anco di render la bocca del diversivo meno esposta alla violenza dell' acqua col fabbricare opportunamente in esso diversivo qualche edificio, che sostenendola ne moderi il corso, ed accresca agli abitatori vicini il comodo o sia per la molitura de' grani, o di altro, ed a' Padroni del Sostegno l' utile.

XIX.

La forma de' sostegni si riduce o alla designata nella figura 2, o a quella connotata nella fig. 4. e 5. Tav. IX. La più reale e forte è quella che ha meno angoli, cioè quella del numero 4, e di tal forma sono i celebri sostegni di Governolo sul Mantovano, e del Dolo nel Padovano; i più comuni sono gli ottangoli, che tali riescono, compresi i lati delle Porte, come mostra la figura 5: altri si formano come dinota la figura seconda, ed allora principalmente, quando le barche, che devono passarvi, siano picciole, e servono per i piccioli fiumi. I maggiori, quelli cioè destinati sopra fiumi grandi, non solamente devono esser fatti con grossi muraglioni di 5. e sei piedi di larghezza, ma devono anco esser assicurati co' suoi speroni o barbacani, come resta espresso in detta figura, in cui PNQO è la platea AB, CD sono le soglie; FZ, ZH le porte superiori divise in due; CD l' inferiore; le prime che si chiudono in angolo, contrastando fra di esse; quella della parte inferiore batte nel risalto di muro della fabbrica; γ γ sono i gargami, o goloni corrispondenti alle bossole per ricevere gli assi delle porte; FPE, BQε sono le ale d' avanti; CNK, DOM le ale di dietro; TT i Caselli per maneggiarvi l' argano da aprire esse porte; XX i barbacani o speroni che assicurano le muraglie. Il profilo di una parte lo dimostra la figura 3, in cui *gcib* è la platea, *bkli* gli assoni sotto di essa, piantati sopra i pali testa con testa *kmonl* esistenti sotto de' fondamenti; *dabp* il muraglione, *fpe* il barbacane.

XX.

Scolio. Uno de' mezzi più efficaci per obbligar i fiumi a soffrir la navigazione, quando tali di sua natura non siano a motivo della loro grande pendenza, sono i Sostegni, e con questi anche i piccioli, per così dire rigagnoli si possono ridurre al barcheggio, e non solo nelle pianure, ma ancora nelli stessi monti, onde chi ne fu l' inventore ha al certo un gran merito con l' umana società: Ho cercato molto per rintracciare di questi il nome, e sapere il tempo di un sì speziosoritrovamento, senza averlo potuto conseguire, se pure certa notizia, che mi deriva da private carte non potesse dar qualche lume per riconoscere il detto benemerito inventore. Ho trovato dunque che Dionisio, e Pietro Domenico fratelli da Viterbo del fu Maestro Francesco di detta Città, Ingegnere della

della Signoria di Venezia acquiſtarono del 1481. li 3. di Settembre da' Sigg. Contarini certo ſito nella Baſtia di Strà, luogo ben noto verſo di Padova, per formar in eſſo un foratore del Piovego, ch'è quel canale che viene da Padova al detto luogo di Strà, ed in certa ſupplica de' medeſimi da Viterbo di detto anno, reſta eſpreſſo, ch' eſſi, che ſi chiamano *Maeſtri di orologio*, faranno, che le barche e burchi potranno paſſare per la Chiuſa di Strà ſenza pericolo, operando in modo che le acque uſciranno con facilità, e ſenza eſſer obbligate a ſcaricare, e ſenza eſſer tirate. Aggiungono poi le condizioni, fra le quali la principale ſi è quella di aver eſſi a formar l'*ingegno*, come lo chiamano, e mantenerlo; il che eſſendo ſtato loro accordato aſſieme con quel provento che pur avevano dimandato, coſta da Ducale a' Rettori di Padova, in cui ſi eſprime compito il Soſtegno di Strà; perlochè ricercarono i detti Maeſtri di far una buova per maggior perfezione dell' opera. A coſtoro dunque, almeno nello Stato Veneto, ſi può dare il vanto di tal invenzione, non trovando chi prima di eſſi l'abbia ideata, nè poſta in pratica.

Con l'uſo de' Soſtegni abbiamo veduto congiunti i mari, e tradotti, per così dire, per le ſteſſe Montagne i naviglj. Nel famoſo Canal Reale, che dà la comunicazione in Francia a i due mari, ſi contano 64 ſoſtegni, fra' quali alcuni doppj, uno quadruplo, e quello di Fonceranes vicino a Beziers ha otto mani di porte conſecutive: idea veramente mirabile e nuova, e ben riuſcibile fra' monti, ſoſtenendoſi da queſto ſolo ſino ad undici teſe di altezza di acqua, che ſono piedi 66 di Parigi, ed in circa da 62 de' noſtri, e da ogni porta piedi 8. E' lunga eſſa gran fabbrica, (diviſa come ſi è detto in diverſi vaſi) 156 teſe, o ſiano piedi 696, cioè pertiche 111 delle noſtre, per nulla dire delle due conſerve ſtabilite per impinguarlo, di Caſtelnaudari, e di Nauroze, alimentata queſta dal Riſerbatoio di S. Feriol; il che ſi è voluto indicare perchè ſi conoſca ſin dove ſia giunto l' umano ingegno del maneggio delle acque, e ſin dove ſiaſi eſteſa la potenza di Lodovico XIV. per promovere il commercio del dì lui Regno; il merito di un' Opera sì grande ſi attribuiſce a Pavolo de Riquet, ch' eſeguir la fece ſopra i progetti dell' Andreoſſy Matematico: fu cominciata nel 1666, e terminata nel 1680.

La navigazione di Bologna, che ſi pratica per il naviglio tirato, mediante la Chiuſa di Caſalecchio ſino a Malalbergo, e per le Valli verſo di Ferrara, arrivata ch' è da queſta Città al Bentivo-

tivoglio, deve afcendere fino al piano di Bologna piedi 50 di quella mifura, che vagliono 55 in circa de' Veneti; ed effendovi nel tratto di otto miglia altrettante mani di Softegni, vengono effi a foftenere per ciafcuna mano da 7 piedi.

XXI.

Accade qualche volta di averfi a foftenere l'acqua di un canale con i *pianconi*, o fia con una travata, in vece di porte, e ciò o perchè poco fia il ricercato foftentamento, o che rare volte ricerchifi l'apertura del Softegno, o finalmente per evitare la fpefa, quando bene tali pianconature non fi faccino per regolare i fiumi, acciocchè nelle magre abbiano l'acqua bifognevole, e nelle piene fmaltifchino la fuperflua; nel qual incontro tali edificj fi piantano in bocca de' diverfivi de' fiumi, e fi chiudono ed aprono fecondo l'efigenze, facendo l'uficio di ftramazzi nelle piene, e di foftegni nelle magre. I *pianconi* altro non fono che travi riquadrate pofte le une fopra le altre ne' fuoi incaftri, cofìcchè combaciandofi e fra di effe e col marmo ove appoggiano, venghino a trattenere il corfo dell'acqua, riducendola ftagnante per quanto fi eftende la di loro altezza. Quando occorre fervirfi di tal edificio, non è di meftieri piantare due mani di travi, come nelle Porte, delle quali fi è parlato, ma una fola mano è fufficiente, quando bene il fiume non foffe di tal forza da temerfi, che una fola non poteffe refiftere, ed allora è utile, anzi neceffario il replicare una tal difefa. Antico n'è l'ufo, ed al certo fino dal decimo quarto Secolo, cioè anco prima de' Softegni a Porte, facendone di ciò ampia teftimonianza quella fabbrica ful Padovano, che chiamafi comunemente *Colmellone di Limena*, e che efifte nella Brentella nella Villa di detto nome, piantata al tempo di Francefco da Carrara il vecchio. Ella è divifa in due occhi per poterfi più agevolmente chiudere alle occorrenze con la travata. Per regolare una navigazione di un canale, che manchi di acque, non vi è forfe mezzo più valevole di tali fabbriche, intendendo però di que' canali, che o hanno diverfivi, oppure che divifi in molti rami, ricerchino la regolazione di alcune bocche, non già dell' alveo principale, in cui anzi a difficoltare, che a facilitare la navigazione fervirebbero, e di gran lunga i Softegni a Porte fono migliori, e più fpediti di quelli a pianconi, per l'imbarazzo dell'affeftar le travi, e levarle, il che fempre riefce e difficile, e di molta fatica.

Suppo-

XXII.

Supponendo un'acqua corrente da fermarsi con pianconi, cercasi qual forza sarà da impiegarsi per cacciarli a' suoi luoghi, e si dice, che questa, prescindendo dalla propria gravità considerata nell' acqua, dovrà essere in ragione delle altezze, che rimarranno sopra di quel tal piancone, che si anderà ponendo in opera; imperocchè essendo data la superficie del piancone, che si appoggia all'incastro o gargame, e per conseguenza la resistenza, che può risentire il medesimo per la propria scabrosità, altro non rimane da considerarsi, che l' urto dell' acqua per aversi il momento della totale pressione; ora quest' urto dell' acqua sta come il quadrato della velocità, e questo quadrato come l' altezze dell' acqua stessa; adunque esso momento starà come le respettive altezze, essendo costante e la superficie del piancone, e la resistenza a causa della propria scabrosità nell' andare abbasso, e per conseguenza la forza ricercata per cacciarlo al suo luogo, dovrà esser maggiore del detto momento.

XXIII.

Corollario I. Resta manifesto, che quanto i pianconi saranno più gravi in specie dell'acqua, tanto più facilmente anderanno abbasso ad assestarsi a' suoi luoghi, mentre la loro gravità superando quella dell'acqua, aiuterà a vincere le resistenze, e la loro levigazione a superare quelle resistenze che provenir potessero dall' irregolarità della superficie, ch' entrar deve ne' gargami.

Corollario II. E quanto più la bocca della fabbrica sarà ristretta, tanto più i pianconi resisteranno al peso dell' acqua, posti che siano in opera; e per lo contrario, essendo troppo dilatata la bocca, e troppo lunghi i pianconi, più difficile sarà il maneggiarli, e facilmente potranno cedere al carico predetto dell' acqua; quindi il gran Sostegno della Polesella, che fin dal 1705 era stato ridotto a pianconi, in vece delle Porte che prima vi erano, essendo largo piedi 22 Veneziani, è stato da me l'anno 1734 fatto riformare in due vani, coll' ergervi un pilastrone di tutto marmo a mezzo, avendo però lasciato un occhio maggiore dell' altro per dar comodo a qualche barca che vi transitasse, ed in

tal

tal modo e' si è ridotto facile il maneggio de' pianconi, ed assicurato dall' acque del Po quell' importante sito.

Corollario III. Quanto più alta sarà l'acqua superiore dell'inferiore, altrettanto sarà difficile il collocare i pianconi ne' suoi luoghi; come allorchè poca sia la differenza dell' acqua, sarà molto facile il porveli, anzi non prima si pongono d'ordinario, che non molto differenti siano i livelli fra l'acqua superiore e l'inferiore, ed in tal modo la fatica riesce minore, e più sicuro il sostentamento dell' acqua.

Corollario IV. Rilevasi ancora, che i pianconi più che a trasmetter le barche, come i Sostegni a Porte, siano destinati a sostenere il corso de' canali, mentre non facendosene per lo più, che una mano, troppo di difficoltà avrebbe il barcheggio in passare il rapido corso, che ne proverrebbe, dopo che quel dato numero delle travi fosse levato, e molta fatica, e perdimento di tempo vi sarebbe nel rimetterle; oltredichè vuotandosi non poco l' alveo nel tempo che durasse aperta la pianconata, ciò non mediocremente altererebbe l' altezza dell' acqua, che potrebbe anco talvolta ridursi sì scarsa, da non poter sostenere la navigazione.

XXIV.

Mi sovviene di aver letto in qualche manoscritto del Sabbadini Ingegnere, che in Venezia ha avuto molto nome nel secolo XVI. in cui egli fiorì, come quello che molto ha contribuito alla regolazione delle acque de' fiumi, e Lagune di Venezia; mi sovviene, dico, di certa sua proposizione di formar le pianconate co' travi posti non orizzontalmente, com' è l' ordinario costume, ma a piombo, uno dietro l'altro. In fatti sembra a prima vista, che maggior facilità vi potesse essere nel collocarli, essendochè non incontrano l' acqua, se non per quanto porta la di loro grossezza; dove ne' pianconi orizzontali deesi calare abbasso tutto disteso, coll' incontrare tutta l' acqua secondo tutta la lunghezza del piancone: Per servirsi di un tal metodo, si dovrebbe collocarne uno orizzontale nella parte alta della fabbrica fuori dell' acqua, che facesse appoggio agli altri; nientedimeno comecchè per i primi, che fossero assestati, poca difficoltà si verrebbe a risentire, così per gli altri, allorchè si fosse per chiudere affatto il varco all' acqua, vi sarebbe molto da faticare, mentre gonfiando della a motivo de' primi pianconi, che fossero posti in opera, molto si

accre-

accrefcerebbe la velocità ne' fiti ancor liberi, e tal corfo peravventura sì crefcerebbe, che difficile molto riufcirebbe il porre in regiftro le ultime travi. Non è però che in qualche cafo anche quefto genere di pianconatura non poteffe avere il fuo ufo, quanto l'altra, nel cafo fpecialmente che l'acqua foffe poco da foftenerfi, oppure che fi andaffe aggiungendo pianconi a mifura de' crefcimenti dell'acqua e di fopra, e di fotto della fabbrica, mentre allora non molto potendo effer il corfo, darebbe ciò luogo alla pofizione de' pianconi ne' proprj luoghi con una competente facilità.

XXV.

Definizione. Chiavica altro non è, che una fabbrica per lo più di muro in tefta degli fcoli, cioè ove quefti pongon foce nel recipiente, e talvolta anco in altri fiti intermedj a cagione di foftenere, chiufa che fia, con le fue paratore, per qualche tempo le acque dello fcolo, quando quella del recipiente fia più alta di quella dello fcolo; Si apre pofcia ogni qualvolta il pelo del detto recipiente ftia più baffo del pelo dello fcolo; in fomma ella è una fabbrica, che fi chiude ed apre, fecondo l'efigenza dello fcolo, e delle Campagne, e ferve principalmente a liberarle dalle acque provenienti o dalle piogge, o dalle forgenti, o da qualunque altr' acqua, che nuocer poteffe alle medefime.

XXVI.

Per quanto fpetta all' impianto, non differifce, in parità di circoftanze, tal fabbrica da quella de' Softegni, de' quali fi è detto ne' numeri antecedenti; così anco la figura dal più al meno è la fteffa, a riferva dell' effere i Softegni più grandi, e le chiaviche più piccole, come che quelli devono dar il paffaggio alle barche, quefte alle fole acque delle Campagne; Sono anche differenti perchè le Chiaviche, fe niente fono di mole riguardevole, fi fanno coperte con volte, dove i Softegni fi lafciano fcoperti, fe pure qualche neceffità non coftringe a farlo, come fuccede alle Porte Contarine di Padova, che paffando fotto della pubblica muraglia della Città fi è dovuto farvi de' Volti. Nel genere delle fabbriche, delle quali fi è detto, fono da eccettuare certi Chiaviconi di ftraordinaria grandezza, i quali avendo più vani, benchè di moderata apertura; contuttociò la mole di tali edificj è anche

maggiore di quella di qualche Sostegno; così sono molti Chiaviconi lungo il Po, e segnatamente quelli colà sul Mantovano, che verso la foce dell'Oglio scolano il Cremonese, oltre delle ad essi più vicine ed aggiacenti Campagne. Notabile fra questi Chiaviconi è quello detto de i Quattr' occhi, formato con una squisita Architettura, e di una grandezza rimarcabile; si porranno alcune misure di tal fabbrica, perchè si possa concepire la di lei mole, e queste rilevatesi nella Visita generale del 1719. di cui altrove si è fatta menzione. L'altezza degli archi degli occhi fu trovata dalla soglia piedi 11. 2. 6. di misura di Bologna, la lunghezza intiera della fabbrica piedi 77. e mezzo, la lunghezza delle trombe o volti sotto de' quali discorre l'acqua piedi 45, largo ciascun occhio piedi 5, la larghezza del prospetto di tutti e quattro gli archi piedi 30. contigua ad essi archi; ma presa nell' ultimo lembo, superiore piedi 33, e nell' ultimo inferiore piedi 36 e mezzo.

XXVII.

Le soglie delle Chiaviche, che sono le basi delle cadenti degli scoli, si pongono per ordinario di livello coll' acqua bassa del recipiente, ed anche qualche cosa di sotto, se pure il fiume non è di quelli, che vadano elevando il fondo; nel qual caso le Campagne perderebbero lo scolo dopo qualche tempo, e sarebbe uopo ricercare altri siti, ove scolarle, come ne diremo a suo luogo. Chi tenesse più alta la detta soglia dell' acqua magra del recipiente, perderebbe il vantaggio di avere dentro lo scolo una maggior altezza di acqua viva; contuttociò, quando le Campagne fossero assai alte, ed i scoli con sensibile inclinazione verso delle Chiaviche, si potrebbe tener le soglie di queste anche più alte del pelo basso del fiume recipiente. Si armano le Chiaviche con le sue paratore, perchè restando chiuse ne' tempi dell' escrescenze del recipiente, le Campagne che scolano non abbiano altr' acqua che la propria, mentre altrimenti avrebbero di rigurgito ancor di quelle del fiume; ordinariamente alzasi la paratora o con semplice leva, oppure con qualche altra macchina dalla parte di sopra collocata; onde per lo più la fabbrica della Chiavica si chiude con volto, che serve anco di ponte per comunicare l' argine o strada che resta da essa Chiavica divisa. In due maniere per altro esse paratore si formano, o stabili, e solamente amovibili con la forza degli Uomini, oppure da aprirsi

da

da se stesse con la forza dell'acqua, che loro si accolla; Le prime si praticano ne' fiumi, le piene de' quali vengono solamente in certi tempi determinati; Le seconde in quelli, che per esser vicini al mare risentono del rigurgito di questo, e per non introdurre nel flusso marino dell'acque superflue, e dannose nelle Campagne, perciò si formano le portelle, che diconsi a vento, le quali battendo verso il condotto si aprono da se stesse ogniqualvolta il livello del fiume recipiente resta più basso di quello dello scolo, e si chiudono quando il pelo dello scolo resta più basso del pelo di esso fiume; contuttociò per assicurarsi dalla penetrazione dell'acqua nell'escrescenze, si sogliono calare anco le paratore stabili, al quale oggetto nelle Chiaviche si formano anco per queste i suoi particolari gargami.

XXVIII.

Non è dissimile la fabbrica delle Chiuse, o stramazzi da quella de' Sostegni, per quello riguarda la figura esterna; bensì molto differiscono nell'alzato, essendo di mestieri tener tanto alta la platea di essi stramazzi, cosicchè trattenghino le acque nell'alveo almeno fino ad un certo segno, se traversano tutto il fiume, e ne' diversivi tenendoli tanto alti di labbro, di modo che nelle sole escrescenze tramandino fuori dell'alveo principale una data quantità di acqua. E perchè le acque così stramazzate devono sovente cadere da qualche notabile altezza, però devesi ben fortificare ed il fondo, ed i lati, che contener le devono. Sia GE (*Fig.* 8. *Tav. IX.*) la palificata sotto della platea, sopra della quale siano piantati i fondamenti; AB sia il piano declive verso le parti inferiori dello stramazzo; BD lo scarpone; FDEG un regolone di marmo, o anche di cotto, su di cui è piantato esso stramazzo; A il labbro, o ciglio; AC la scarpa della platea; HI la profondità del fiume; HNLM la superficie, e figura dell'acqua, che in cadendo acquista; KC l'atterramento che fa, se il fiume è torbido, superiormente allo stramazzo. Il maggior tormento della fabbrica a causa dell'acqua, che cade sarà in DEL; Che se l'acqua potesse peravventura penetrare verso FG, o in altra parte intermedia, la fabbrica potrebbe restare non difficilmente sovvertita e rovinata, com'è accaduto nello stramazzo di pietra, detto della Rovigata nell'Adigetto, che restò asportato dopo pochi anni del suo impianto. Osservabile si rende, come sotto la AO orizzontale, vale a dire, sotto al ciglio, o labbro dello stramaz-

zo, non resti l'acqua perfettamente stagnante, e per conseguenza, come non si ricolmi tutto lo spazio, che giace sotto di detta orizzontale, essendo per altro costante, che verso il fiume HI, si mantiene escavato il diversivo con la vasca IKC, dove accanto, e contiguo alla scarpa AC dell'antipetto non mai resta ricolmato, come pare che succeder dovesse, sino in A; ma sempre vi rimane l'altezza AC senza deposizioni, tanto rilevandosi ne' diversivi della Sabbadina, ed in quelli di Cavarzere sopra dell' Adige.

XXIX.

Ciò però non sempre nella medesima maniera succede: qualche volta può dipendere dal sito, e da altra inseparabile circostanza dell'acque correnti; conciosiacosachè facendosi per ordinario le bocche de' diversivi in quella parte, in cui il filone appoggiasi alla riva, succede, che l'impeto dell'acqua non poco si estenda contro della sponda, ed antipetto, ed impedisca per conseguenza le deposizioni; inoltre chiamata l'acqua e dalla bocca dello stramazzo, e dalla propria inclinazione a causa del sito, s'istrada ella verso dello stramazzo con molta forza, ed energia; ma non trovando varco sufficiente per iscaricarsi con prontezza, converte in parte il moto suo progressivo in vorticoso: onde quelle deposizioni, che sotto del livello del labbro dello stramazzo dovrebbero seguire, non seguono. Che se il diversivo fosse piantato in una Golena, o in sito ove il filone stesse lontano dall' incile di esso diversivo, potrebbe la torbida ricolmare il fondo IKA, se non sino al labbro A, al certo molto da vicino, non rimanendo altro, che impedir valesse la deposizione, che qualche piccolo vortice, che nascer potesse da qualche impedimento, che pur trovasse lo sfogo dell'acqua.

XXX.

Scolio. Non solamente si piantano gli stramazzi ne' diversivi, ma talvolta attraverso de' fiumi stessi, se questi o non sono navigabili, oppure se tali, in qualche altro modo alla navigazione si possa supplire, ovvero ancora allorchè per dar moto agli edificj sia necessario di inalzar l'acqua. Così è stato praticato a Governolo nel Mincio, traversato ch'è questo fiume da uno stramazzo ad oggetto di sostenere sino ad un certo segno l'acqua di esso Mincio, onde i Laghi di Mantova, e principalmente l'inferiore,

restar

restar potessero con certa determinata altezza di acqua; a detto stramazzo si sono poi lateralmente fabbricate le Porte per darsi l'adito alla navigazione, che va, e viene da quella Città. Altre volte esso sostegno era pianconabile, e serviva per impedire i rigurgiti del Po, l'acqua di cui nelle piene sale sino a Mantova, con molto danno e della Città, e del Lago, che la circonda; adesso tal fabbrica è molto pregiudicata, nè più vengono posti i pianconi, rovinati che sono i gargami, onde è lasciato libero l'ingresso al detto rigurgito; in acque ordinarie del Po, e Mincio la caduta dell'acqua di questo per detto sfogatore è di piedi $4\frac{1}{2}$ di Bologna, così essendosi trovato li 20. Gennaio 1720. Celebre, e di grande impegno è la Chiusa di Casalecchio sul Bolognese, che obbliga il Reno a somministrar l'acqua al Naviglio di Bologna; osservabile è quella di Matellica fatta per servigio de' Mulini sotto il dorso del fiume Savio; nè è inferiore quella da noi fattasi sotto del Montone a due miglia, o poco più da Ravenna, essa pure destinata ad innalzar l'acqua di questo fiume per la molitura de' grani.

XXXI.

Consistendo il maggior tormento delle fabbriche a stramazzo nella platea, ed ale inferiormente alla caduta dell'acqua, è necessario guernir le rive di buone, e consistenti palificate, e la platea su di cui l'acqua strisciar deve, di buoni e grossi marmi, e muraglie munirla. Non è possibile il declinarsi quivi l'estrema forza, che vi esercita l'acqua, ma bensì si può in parte moderar l'intacco de' laterali, nel modo che segue. S' incurvi il declive dello stramazzo, cosicchè resti piu basso nel suo mezzo di quello sia accanto i fianchi, ed ale, e l'acqua in caden lo inclinerà col di lei maggior corso verso detto mezzo, e verso quello dell' alveo, che ricever la deve, ed in tal modo assai meno saranno tormentate le ale, e le rive, che ess' acqua cadente accompagnano. Sia lo stramazzo OPCI, (*Fig.9. Tav.IX.*) che abbia da ricever l' acqua secondo QE, e sia la platea formata sopra due piani vicendevolmente inclinati OQEI, PQEC, avvertendo però che la saetta GE non sia più che di mezz' oncia per piede di tutta la larghezza IC; Si potrebbe anco formare in vece delli due piani rettilinei, de' quali si è detto, una superficie curva, che avesse l'asse eguale alla saetta antedetta. A maggior facilità però supporremo i detti due piani

ni rettilinei; intendasi il corpo dell'acqua sopra dello stramazzo HBCEI, la di cui sezione a causa dell' angolo IEC si conformerà nella figura HIECB, essendo HB l'orizzontale; Le velocità della parte media di essa sezione restino espresse dalla parabola EAF, e quelle della parte laterale per BCD altra parabola, e tutte quelle della sezione per il solido 2AEFDBA, regolandosi poi le dette velocità dalle altezze respettive AE, BC, le due aree estreme AEF, BCD saranno fra di loro, come i rettangoli sotto $AE \times EF$, e $BC \times CD$, e precisamente come $\frac{2}{3} AE \times EF$ a $\frac{2}{3} BC \times CD$, oppure come $\frac{2}{3} AE \sqrt{AE}$ a $\frac{2}{3} BC \sqrt{BC}$, onde quanto la ragione dimezzata AE è maggiore di quella di BC, tanto la velocità in AE è maggiore di BC, e perchè tutta la lunghezza dello stramazzo QE porta la stessa pendenza in QE, come quella dei lati OI, PC, così la velocità si conserverà sempre maggiore verso del mezzo, che verso le parti laterali; quindi il filo dell'acqua più vivo dovrà sempre essere in QE, anzi in certo modo l'acqua laterale di OI, PC, in vece di progredire parallela ad essi lati, dovrà piuttosto declinare verso la OE, dimodochè il livello HAB, attesa questa maggior velocità, dovrebbe conformarsi in una specie di curva HXB, di saetta però quasi insensibile. Se dunque tutto l'impeto propenderà verso QE, è manifesto, che meno resteranno tormentate le ale laterali IKL, CMN, come certamente succederebbe ogniqualvolta lo stramazzo avesse il labbro orizzontale, se la velocità in tal positura sarebbe dal più al meno la stessa in ogni punto della linea IGC, prescindendo dalla resistenza delle muraglie de' fianchi; e per tanto le rive, ed i laterali verrebbero ad esser più tormentate.

XXXII.

Scolio. E' per altro da osservare, che facendosi per lo più gli stramazzi ne' fiumi per il solo sfogo delle acque superflue delle piene, e non già perchè lascino traboccare le mediocri, e molto meno le acque magre, destinate ordinariamente e per mantenere la navigazione, e per tenere escavato il letto dalle deposizioni portate dalle escrescenze, ogni qualvolta però si abbino a formare essi stramazzi curvi, si dovrà bene attendere, che la saetta della curvità non abbassi soverchiamente il ciglio dello stramazzo; quindi per non andare errati in questo affa-

fare, farà bene di ftabilire il punto più baffo della curvità, che verrà ad effer appunto nel mezzo della platea, cosicchè effo riefca di livello con l'acqua media del fiume, e tener effa platea piuttofto di qualche maggior larghezza, e tale che venga a fmaltire l'acqua defiderata, il che data la fpecie della curva che formerà effo ftramazzo, oppure fe tale non foffe, ma foffe compofto di due rette fuperficie vicendevolmente inclinate, data la quadratura, o fia la fezione, non farà difficile dalle premeffe il determinare la larghezza competente.

XXXIII.

Accade non di rado, che o per ifcolare le Campagne, o per irrigarle, ovvero per portar l'acqua per ufo di qualche edificio, debbafi interfecare qualche altr'acqua, che difcorre di mezzo, e fuori del livello di quella da condurfi, o fe anche nello fteffo livello, non compatibile, che refti unita alla medefima. In due maniere fi fa per tanto paffar l'acqua attraverfo di un'altr'acqua, cioè o fotto alla fuperficie di effa, o di fopra della medefima. Nel primo modo fi pratica col mezzo di qualche tromba, fia di legno, fia di pietra: Nel fecondo col fervirfi di un ponte con fue fponde parimente o di legno o di muro; Chiamanfi propriamente le prime, *Botti*, o *Trombe* fotterranee; il fecondo *Pontecanale*, abbenchè qualche volta impropriamente fi dicano, e le une, e le altre indiftintamente *Pontecanali*. L'ufo di tali fabbriche è di una fomma importanza ed utilità, e fenza di effe non fi bonificherebbero talvolta immenfe Campagne, ma refterebbero paluftri, ed affatto inutili. Grande n'è l'ufo nel Veronefe, e nel Brefciano; nel primo per fervizio principalmente dell'adacquamento delle rifare, nel fecondo per le irrigazioni delle praterie. Nel Polefine di Rovigo fono pure frequentiffime tali fabbriche per fcolare i Retratti, e così ancora nel Padovano, a tal fegno, che chi chiudeffe alcune di effe *Botti* in quefti due Territorj, li ridurrebbe in breve tempo alla condizione di paludi; e di vaftiffime, ubertofe, e coltivate Campagne che fono, diverrebbero dilatati laghi, ed infelici Valli.

La

XXXIV.

La costruzione delle *Botti* sotterranee, ricerca una somma attenzione nel fabbricarle, perchè quanto basta riescano forti per resistere al peso che gli viene soprapposto, ed anche agli sforzi dell' acqua interna, che per esse sotto dell' orizzonte della rimanente vi discorre, come sono quelle che curve si formano a differenza delle rette, che si fanno allor quando l' acqua, che se gli deve introdurre tiene poca differenza di livello, con quella che ha da intersecare, e tali *Botti* tanto più dovranno farsi curve quanto maggiore sarà il corpo dell' acqua di sopra; in qualunque modo però si facciano le *Botti* rette o curve, è da avvertirsi, che fabbriche di tal sorte devono esser ben fondate, e non in diversa maniera da quanto si è detto per i sostegni, anzi con maggior cautela per la molta profondità, che aver devono le *Botti*, e generalmente parlando, ricerca tal fabbrica buona platea, buoni fianchi ed ale, buoni volti sopra di se, valevoli a sostenere l' acqua che sopra vi avrà a passare, ed ottimi fondamenti, e quando la *Botte* sia curva, si avrà il detto volto a formare di consistenza tale, cosicchè possa reggere anco ai *conati*, che l' acqua racchiusa, e discorrente in essa potesse esercitare contro di esso volto.

XXXV.

Ricerca dunque il luogo d' indagare nelle *Botti* curve i *conati*, o sfiancamenti, che esercita l' acqua contro de' volti, che di sopra le chiudono, onde vi si possino adattare pesi tali, che rendano sicura la fabbrica. Non si cercheranno quivi gli sforzi esercitati dall' acqua o lateralmente, o dalle parti inferiori di queste fabbriche, mentre si suppongono piantate, e fiancheggiate in modo da resistere perfettamente al peso dell' acqua, restringendosi alla sola perquisizione del *conato*, che esercita l' acqua contro della parte superiore della *Botte* per risalire all' orizzontale, da cui discende per passare di sotto al Canale o fiume, che l' interseca. Sia AKE (*Fig.* 10. *Tav. IX.*) il dorso della botte curva, di cui una porzione mostrasi per XT, e sarà AKE quella curva, che forma la di lei superficie superiore sotto del fondo del canale da traversarsi, sia nota la natura di questa curva, che può essere di qualunque specie: AE sia l' orizzontale, a cui l' ac-

l'acqua da passarsi arrivi; KI sia la massima profondità del dorso predetto, o l'asse della curva accennata, essendo K il di lei vertice. Da qualunque punto B si conducano le due ordinate BC, BL parallele respettivamente alle due AE, KI, ed altre due infinitamente prossime *bc*, *bl*. Condotta poi dal punto B la tangente BQ, si produca CB in F, e si faccia da per tutto BF = BC; indi ad angolo retto con BQ si conduca BG dal punto B, e dipoi la GF parallela alla BQ, e prodotta BC verso D si determini CD = GB; se per tutti i punti così trovati si tiri la curva AD*d*P, si chiamerà questa la curva de' *conati* dell'acqua con i quali nell'altezza determinata dall'orizzontale AE fa forza contro del dorso della *Botte*. Sia ancora condotta AR parallela all'asse IK, e prodotta BL verso S, si faccia con le coordinate SR, RA la parabola conica SA col parametro eguale all'unità, che rappresenterà la curva delle velocità, che avrebbe l'acqua, se dalla Botte uscisse per qualunque punto B, essendo manifesto, che prescindendo dalle resistenze, aperto un foro B, salirebbe l'acqua appunto fino all' orizzontale in C, ovvero, ch'è lo stesso, un grave cadendo dalla quiete C, arrivato che fosse in B acquisterebbe appunto tanta velocità da farlo risalire fino in C; onde le velocità dell'acqua saranno in ogni punto B come le radici quadrate di BC, o di AR. L'impeto poi o forza, con cui sale quest'acqua, sarà per la Statica, come il quadrato della velocità; quindi facendo quest' impeto assoluto come la BF, dovrà questa farsi eguale alla CB altezza dell'acqua, per la natura della parabola AS, e perciò BG rappresenterà la forza respettiva, con cui spingesi il punto B della *Botte*, intendendo risolta cioè essa forza BF nelle due collaterali BG, GF, delle quali GF essendo parallela alla tangente, nulla spinge il volto della fabbrica; La curva AD*d* sarà dunque la ricercata de' *conati* di tutta la *Botte*, cosicchè l'area di questa curva sarà eguale all'aggregato di tutte le forze, con le quali vien premuto il dorso della medesima, come erasi proposto.

XXXVI.

Per determinare la natura di codesta curva, sia $KI = a$; $KL = x$; $LB = y$; $AI = b$; $Hb = dx$; $BH = dy$; $BF = f$; $BG = CD = z$; $Bb = ds$, e per la somiglianza de' triangoli BHb, BGF, essendo $Bb\ (ds) . BH\ (dy) :: BF\ (f) . BG = DC = \frac{fdy}{ds}$, sarà l'equazione $z = \frac{fdy}{ds}$, e sostituendo il valore di ds, e riducendo sarà $dy = \frac{zdx}{\sqrt{ff - zz}}$ equazione generale della curva ADd, nella quale dandosi z per x, y, e costanti, come altresì la f, si avrà l'equazione nelle sole z, ed x. Perchè dunque la forza è come il quadrato della velocità, come nel numero antecedente, sarà $f = uu$, ma $u = \sqrt{BC} = \sqrt{a - x}$, si avrà perciò $uu = \overline{a - x} \times f$, ed $ff = a^2 - 2ax + xx$; onde l'equazione generale diverrà $dy = \frac{zdx}{\sqrt{a^2 - 2ax + xx - zz}}$. Parimente perchè la curva della *Botte* è data, potremmo ridurre l'espressione differenziale alle quantità finite, benchè indeterminate. Supponiamo dunque, che la curva del dorso della *Botte* sia parabolica, il di cui parametro p, sara $px = yy$, e $dy = \frac{pdx}{2\sqrt{px}}$, e perciò $z = \frac{\overline{a - x}\sqrt{p}}{\sqrt{4x + p}}$, equazione speciale della curva ADd nella predetta supposizione. Facendo poi $z = 0$, sarà $a = x$, il che dimostra, che la curva avrà il suo principio in A. e che allora $KL = KI$; parimente se $x = 0$, sarà $z = a$ per la massima ordinata IP, e dopo P ritornerà ad infletteršì verso E con la stessa curvatura, che ha verso di A, quando la Botte abbia dall'una, e dall'altra parte curvità uniformi.

XXXVII.

La quadratura dello spazio della curva ADPI, che vale lo sforzo totale fatto dall'acqua contro del dorso della *Botte*, si averà nel modo, che segue, come pure il suo doppio 2API, cioè $2\int zdy$. Essendo dunque nelle supposizioni del numero antecedenti

dente $dy = \frac{pdx}{2\sqrt{px}}$, e $z = \frac{\overline{a-x}\sqrt{p}}{\sqrt{4x+p}}$, quindi $2\int zdy = 2\int\frac{\overline{a-x}\sqrt{p}}{\sqrt{4x+p}}$

$\times\frac{pdx}{2\sqrt{px}} = p\times\int\frac{adx - xdx}{\sqrt{4xx+px}} = p\times\int\frac{\overline{-x-\frac{1}{8}p}\times dx}{\sqrt{4xx+px}} + \frac{\overline{\frac{1}{8}p+a}\times dx}{\sqrt{4xx+px}}$.

L'integrale del primo membro è $-\frac{1}{4}\sqrt{4xx+px}$, e però l'integrale completo sarà $p\times -\frac{1}{4}\sqrt{4xx+px} + \int\frac{\overline{\frac{1}{8}p+a}\times dx}{\sqrt{4xx+px}} + M$. Se però s'intenderà descritta l'iperbola AF, (*Fig.*11.*Tav.IX.*), o le iperbole opposte, AF, BQ, con il diametro $BA = \frac{1}{4}p = \frac{1}{4}$ del parametro della curva parabolica della *Botte*, e $CA = \frac{1}{8}p$; $AE = x$, $EF = y$, ed il lato trasverso $CH = p$, eguale cioè al detto parametro, sarà $EF = \sqrt{4xx+px}$ per la natura dell'iperbola, essendo $BA . CH :: CE^2 - CA^2 . EF^2$, e facendo $AP = a$, sarà l'integrale completo $p\times\frac{1}{4}\sqrt{4aa+pa} - \frac{1}{4}\sqrt{4xx+px} + \int\frac{\overline{\frac{1}{8}p+a}\times dx}{\sqrt{4xx+px}}$, e quando $x = 0$, sarà $p\times\frac{1}{4}\sqrt{4aa+pa} + \int\frac{\overline{\frac{1}{8}p+a}\times dx}{\sqrt{4xx+px}}$. Il membro $\int\frac{\overline{\frac{1}{8}p+a}\times dx}{\sqrt{4xx+px}}$

$= \frac{1}{8}\overline{p+a}\int\frac{dx}{\sqrt{4xx+px}}$: Si moltiplichi la quantità sotto la sommatoria per $\frac{p}{16}$, e si divida il coefficiente $\frac{1}{8}\overline{p+a}$ per questa medesima quantità, e sarà $\frac{16}{8}\overline{p+16a}\times\int\frac{ppdx}{16\sqrt{4xx+px}} = \frac{\overline{2p+16a}}{pp}$ $\times\int\frac{ppdx}{16\sqrt{4xx+px}}$; ma l'integrale di questo membro è il Settore dell'iperbola CFA moltiplicato nella quantità $\frac{2p+16a}{pp}$, per tanto l'integrale completo diverrà $\frac{1}{4}\sqrt{4aa+pa} - \frac{1}{4}\sqrt{4xx+px}$ $+\frac{\overline{2p+16a}}{p}\times$ Sect. CFA; Dipende dunque la misura dell'area proposta dalla quadratura del Settore iperbolico predetto, onde tutto il conato dell'acqua valerà l'aggregato delle quantità di sopra notate; il che ec.

XXXVIII.

Supponendo per tanto, che AEK (*Fig.* 10. *Tav. IX.*) spazio compreso fra la curvità della Botte, fosse ripieno di acqua, la quistione sarà ridotta a vedere, se l'area AEK sia maggiore, minore, o eguale all'area de' *conati* AIP; prescindendo anche dal legamento delle pietre, che formano il volto di essa *Botte*, della terra, e degli altri materiali, che possono essere alla medesima soprapposti; Se dunque l'area antedetta de' *conati* sarà minore, potrebbe temersi lo sfiancamento della fabbrica, ma se eguale, o maggiore, dovrà resistere a qualunque sforzo, che in passando l'acqua potesse farvi e col suo moto, e col suo peso, ed è facile da vedere, che segnando le BC la ragione delle BF, e le CD quella delle GB, essendo sempre queste minori di quelle, abbia sempre la curva de' *conati* a comprendere minore spazio della curva del dorso della *Botte*, onde per poco, che venga caricata e di terra, e di altri materiali, sarà ridotta a resistere perfettamente a qualunque sforzo interno dell'acqua, ed a dare adeguatamente i vantaggi, per i quali viene costrutta. Non si tralascia di avvertire, che anco le Botti, egualmente che le Chiaviche, si possono munire con sue paratore per dare, o levare secondo l'esigenza il passaggio alle acque per servizio de' Retratti, e delle bonificazioni, ed anco per impedire, che nel caso delle rotte più acqua del bisogno non s'introducesse a passarvi, mentre ciò succedendo, facilissima sarebbe la loro rovina.

XXXIX.

Non essendosi calcolata la forza dell'acqua contro della Botte, che secondo l'andamento del di lei dorso, e per ottenere l'intiero *conato* di tutto il corpo dell'acqua, ricercandosi di avere il valore di quelli sfiancamenti, che passano bensì per il dorso predetto, ma dietro alla curvità trasversale del Volto di essa Botte, come TX (*Fig.* 10. *Tav. IX.*) ogni punto di cui ha sopra di se diversa altezza dell'acqua premente, è sempre maggiore di quella, che sta sopra di detto dorso, conteggio ancor questo di qualche imbarazzo, e tedio; se ne darà dunque il metodo di calcolare la curva de' *conati* per tutta

tutta l'estesa trasversale del Volto TX, avuta la quale, e moltiplicato il risultato per la lunghezza, che porta il doppio della massima ordinata di essa curva de' *conati*, si averà l'intiero sfiancamento dell'acqua; e per render più universale la proposizione, avendosi ne' numeri antecedenti XXXV, e seguenti di questo, proceduto sempre nella supposizione, che l'acqua che entrar deve dentro la Botte non oltrepassi nell'altezza l'orizzontale, che passa per la sommità degli archi estremi, che formano l'ingresso, ed uscita alla medesima, e potendo succedere ch'essa Botte resti più bassa di detta orizzontale, come in X, dimodochè la curva de' *conati* non abbia l'origine in A; così per render più universale la proposizione, s'intenda la superficie dell'acqua, che termini all'altezza MO; AKE sia la curva del Volto della Botte, per cui deve passar l'acqua che discende da MO; MS (*Fig.* 12. *Tav.* IX.) sia la parabola, che dinoti le velocità RS in qualunque punto B. Essendo FB = MR, ed MR come il quadrato di SR per la parabola: presa CD = FG, che sarà una normale della tangente BG tirata dal punto F, fatte DF, df parallele ad MV, ed infinitamente prossime, sarà VDPX la curva ricercata de' *conati* nella supposizione predetta, la quale volgerà o il convesso, o il concavo alla base AE, secondo porterà la natura della curva AKE. Se OK sarà maggiore di tutte le FG volterà il concavo, se minore, il convesso.

XL.

Chiamisi $OK = c$; $KL = x$; $LB = y$; $Hb = dy$; $BH = dx$; $BF = f$; $FG = CD = z$; $Bb = ds$. Dunque $z = \frac{fdy}{ds}$, e perciò $dy = \frac{zdx}{\sqrt{ff - zz}}$, ma $f = c + x$, dunque $dy = \frac{zdx}{\sqrt{\overline{c+x}^2 - zz}}$.

Sia $2px = yy$, equazione della curva AKE, onde $\frac{pdx}{\sqrt{2px}} = \frac{zdx}{\sqrt{\overline{c+x}^2 - zz}}$, e $p\sqrt{\overline{c+x}^2 - zz} = z\sqrt{2px}$, e sostituendo in vece di $2px$, e di x, i loro valori, sarà l'equazione alla curva ricer-

cercata $pp \times \overline{c + \frac{yy}{2p}}|^2 - zz = zzyy$; questa curva sarà sempre algebraica, tutte le volte che tale sarà quella della Botte AKE; la quadratura poscia dello spazio della curva de' *conati* sarà espressa per $zdy = \frac{p \times \overline{c + x}\, dx}{\sqrt{4xx + 2px}}$. Ma quando si avesse la curva della Botte circolare, il raggio di cui fosse p, onde l'equazione $yy = 2px - xx$, allora la natura della curva de' *conati* resterebbe espressa da questa equazione $z =$
$$\frac{\sqrt{\overline{c + p + \sqrt{pp - yy}}|^2 \times \overline{pp - yy}}}{p}.$$

XLI.

Molto più facile della costruzione delle *Botti* sotterranee riesce quella de' Ponticanali, i quali d'ordinario si formano attraverso di qualche canale per passare dalla parte opposta un'acqua di livello più alto di quella di esso canale, e tale, che tutto il corpo dell'acqua di detto Pontecanale possa restar superiore alla massima escrescenza del canale, che resta di sotto, onde l'acqua di questo non mai possa non avervi libero il passaggio. Per ordinario altro che qualche picciol corpo di acqua inserviente ad irrigazione non si passa co' Ponticanali, contuttociò, quando tale fosse il bisogno, s'inalveano anche talvolta delle acque navigabili; ne abbiamo l'esempio nel Pontecanale, che passa l'alveo proveniente da Monselice alla Battaglia, detto comunemente della Rivella: egli è di un'ottima struttura, largo 12. piedi, ed alto a proporzione; dà il passaggio alle barche, che vanno alle Sassaie di Lispida al carico de' macigni per servigio de' Lidi di Venezia, e superiormente vi passa il canale navigabile, detto di Este. Tutti gli acquedotti degli antichi sono una specie di Ponticanali; la loro struttura maravigliosa ci fa comprendere egualmente la perizia, ch'essi avevano nel condurre le acque, e la grandezza del loro animo. I Ponticanali per la condotta di qualche picciol corpo di acqua, si fanno ordinariamente di legno, di forma quadrata; per altro il formarli di volti di pietra, sarà sempre il miglior partito; il peso che devono regge-

reggere non è più di quello del peso assoluto di un corpo di acqua di mole quanto è il vano di esso Pontecanale, poco o nulla operando il moto, con cui ess' acqua cammina; quando però si abbino a formare di pietra, e per acqua di molto corpo e navigabile, il loro impianto dev' essere, come quello de' sostegni e botti, acciocchè possino contrastare con qualunque carica che l' acqua lor potesse dare.

CAPI-

CAPITOLO DECIMOTERZO.

Degli Scoli delle Campagne, de' Retratti, e del modo di formare le Bonificazioni sì per alluvione, che per semplice efficcazione.

I.

COminciando dalle cause generali delle inondazioni, che tengono oppressi i luoghi bassi da ritraersi, giacchè negli alti non vi è bisogno di cercar il modo di dar esito alle acque, facendo da se stessa la natura: Si cercherà prima di ogni altra cosa, se a qualche misura fissa possa ridursi la quantità dell' acqua, che sopra di dette basse situazioni si va fermando, dipoi sarà indicato il modo di liberarsene. In tre maniere, e non in altre, può un luogo basso e palustre esser inondato, o dalla pioggia, o dal sorgimento delle acque, o dal corso di qualche canale uscente da un vicino fiume, che possa diffondersi per l' ampiezza di un vicino padule, supposto il terreno consistente; che se questo non è tale, ma di cuora, può restar soggetto anche ad un quarto modo d' inondazione, proveniente cioè dall' abbassarsi della superficie stessa cuorosa: col qual abbassamento si potrà render inoperoso lo scolo, e gettate tutte le spese fattesi per render asciutto quel tale tratto di Campagne. Le prime tre cause dipendono da cose esterne al padule, la quarta da una interna del medesimo, ed è facile da comprendere, che ove il terreno resta soggetto a quest' ultima, non ammette se non molto difficilmente la bonificazione reale.

II.

La quantità delle piogge, che dentro lo spazio di un anno in un dato paese cade, è determinata in certe misure; di tanto ne fanno testimonianza le osservazioni di Francia, d' Inghilterra, e d' Italia, nascendo solamente la differenza dalla situazione de' paesi o più discosti, o più vicini a' monti, osservandosi che in questi la pioggia cade in maggior quantità, ed in minor copia ne' più lontani,

tani, come altrove abbiamo esposto. A Parigi si calcola cader fra pioggia e nevi, dentro lo spazio di un anno, once 19 di quel piede Regio. In Italia crescono queste misure, e dalle mie osservazioni praticate per molti anni in Venezia, ho raccolto, che alle 30 once arriva l'altezza dell'acqua fra pioggia e neve di un anno. Nel Capitolo nono sono registrate quanto basta le differenze osservate in Francia, ed in Italia, onde senza maggiormente trattenersi nell' esame di questa materia, si daranno le formole generali inservienti a liberare dalle acque le Campagne inondate dalle piogge, quando però non siano queste soggette nè alle sorgive, nè alle espansioni de' fiumi, ma che abbino quella sola acqua che può provenire dalle piogge e dalle nevi.

III.

Se vi sarà un Retratto ABCE, (*Fig.* 13. *Tav. IX.*) cinto da tutti i lati con sufficienti argini, e di figura (per maggior facilità del calcolo) rettangola, se questo niun scolo avesse, nè da altre parti ricevesse acqua fuori di quella che proviene dalle piogge e dalle nevi, e se la forza de' raggi solari niuna porzione ne risolvesse in vapori, nè alcun' altra assorbita ne fosse dalla terra, ma tutta si rimanesse sopra il piano, che si vuole supporre orizzontale, di questo Retratto, ascenderebbe tutta l'acqua raccolta dentro un dato spazio di tempo, v. g. d'un anno, all'altezza CF, che un anno per l'altro potremmo determinarla in questo nostro clima di Venezia di once 30 col fondamento delle osservazioni, e che generalmente nomineremo n fatta $CD = BC$ per le linee esprimenti il profilo, dove le CE, HI, BA rappresentano quelle della pianta del Retratto. Sia pertanto tutta l'acqua venuta in un anno espressa per il parallelepipedo $AB \times BC \times CF$, ovvero $AB \times CD \times CF$. Intendasi profondato un fosso BHIA sotto all'orizzontale della superficie del Retratto, avente la profondità LM, e la larghezza $LD = BH$, con la lunghezza $HI = AB$. Supposta la figura del Retratto un parallelogrammo, è manifesto che l'altezza FC dovrà abbassarsi in CO, cosicchè la CO sia eguale alla differenza fra la FC, e la quarta proporzionale a CD, LD, ed LM: essendochè la CO è eguale alla differenza predetta, sarà, prendendo la comune altezza BC ovvero CD; $CD \times CO = CD \times FC - CD \times LM$, ed aggiuntando dall'una e l'altra parte $CD \times LM$, sarà $CD \times CO + CD \times LM = CD \times FC$, e prendendo parimente la comune altezza AB sarà $AB \times CD \times CO + AB \times CD \times LM = AB \times CD \times FC$, adun-

que la quantità dell' acqua, di cui l' altezza CO ſopra del Retratto, unita all' altezza dell' acqua eſiſtente nel foſſo, è eguale alla prima quantità caduta in un anno; il che ec.

I V.

Scolio I. Sia a cagion di eſempio la profondità di tutti i foſſi da eſcavarſi per ſervizio del Retratto LM 60 once; l'altezza dell' acqua piovuta in un anno once 30; l' eſteſa del Retratto pertiche 2000, cioè once $144000 = CD$, e l' aggregato della larghezza di tutti i foſſi da eſcavarſi once $1200 = LD$: Perchè poi $CO = FC - \frac{LD \times LM}{CD}$ ſarà $CO = 30 - \frac{1200 \times 60}{144000} = 30 - \frac{1}{2}$, onde in queſti foſſi così profondati verrebbe a riporſi non più di una mezz' oncia di acqua; e per conſeguenza tutta la rimanente di un' anno creſcerebbe ſopra la ſuperficie del Retratto, cioè once 29 e mezzo, ſe niun eſito in tutto il detto tempo aveſſe.

Scolio II. Abbenchè paia che l' eſcavazione di tanti foſſi non ſuffraghi quaſi per niente il Retratto, non facendo abbaſſar l' acqua che di una mezz' oncia; nientedimeno ciò ſarà vero avuto riguardo al riſtagno intiero di tutto l' anno, quando però lo ſcolo ſi ottenga a parte a parte, nè ſi attenda l' ingorgo totale, anche il riceverne i foſſi la ſola mezz' oncia, ſarà ſe non quanto baſta, almeno un buon ſoccorſo per non pregiudicare a' ſeminati, avvegnachè tante volte pioverà poco più di quanto importa l' altezza della mezz' oncia predetta.

Scolio III. Ma abbenchè in 2000 pertiche di eſteſa ſembri non poca eſcavazione la ſomma de' foſſi predetti; nientedimeno ſi potrà anche accreſcere di molto, e ridurre la capacità di eſſi tale, che vaglia a contenere o tutta o la maggior parte dell' acqua della pioggia, che cader poſſa dentro di un certo tempo, anche ſenza il ſoccorſo dello ſcolo, lo che ne' numeri ſeguenti ſi anderà più individualmente eſaminando.

V.

Perchè le Campagne di un Retratto poſſino dirſi ridotte all' uſo dell' aratro, abbiſognano di ſtar ſorte e più alte dell' acque ordinarie de' foſſi, piedi due per lo meno, ſuppoſto che lo ſcolo poſſa ſmaltire le acque delle piogge dopo un conveniente creſcimento della loro ſuperficie; pertanto è da ritrovarſi la profondità di queſta.

fta efcavazione, perchè fi renda capace di contenere una data quantità di acqua, che con la pioggia cadeffe fopra le Campagne, e fempre con il rifleffo, che vi refti di franco due piedi di riva in effi foffi, ricevuta che l'abbino, intendendo fempre delle piogge ordinarie, non già de' piovali ftravaganti, per i quali niuna regola può ftabilirfi. Rapprefenti pertanto il Retratto ben arginato, come fi è detto di fopra, ABCE; (*Fig.* 13. *Tav. IX.*) l'acqua di un piovale afcenda all'altezza FC, fe alcun foffo ABHI non vi foffe, la larghezza di tutti i foffi del Retratto fia LD; dimodochè quefta fia tale, che paffando l'acqua FCDG in PQMN, vi refti LP altezza della riva dalla fuperficie dell'acqua (di già fmaltita quella fopravenuta per la pioggia) al piano della Campagna di due piedi. Si faccia come la differenza fra l'altezza di tutta la riva LM, ed LP, ch'è fuppofta di 24 once, alla FC altezza dell'acqua fopra del Retratto, eguale però all'altezza dell'acqua venuta in un piovale; così BC alla ricercata PQ ovvero LD ovvero BH. Effendochè $LM - LP = LM - 24 . FC :: BC . PQ$ farà $LM \times PQ - 24 \times PQ = FC \times BC$; ma $LM - MP = 24$, dunque $LM - 24 = MP$, e però $MP \times PQ = FC \times BC = FC \times CD = MP \times MN$, e prefa la comune altezza AB, farà $FC \times AB \times CD = MP \times AB \times MN$, dunque tutta l'acqua del piovale che coprirebbe CD in altezza di FC potrà effer raccolta ne' foffi MN nell'altezza MP, e farà lafciata LP riva franca nell'altezza di due piedi.

VI.

Corollario. Dunque la fuperficie del Retratto effendo $BC \times AB$ quella de' foffi $MN \times AB$; farà $BC \times AB . MN \times AB :: BC . MN :: LM - 24 . FC$, cioè le larghezze del Retratto e de' foffi faranno reciprocamente come le altezze delle acque contenute, quando effe fiano paffate ne' detti foffi, lafciando due piedi di franco nelle loro rive.

VII.

Scolio I. Onde fe $BC = CD = 144000$ once; $LP = 24$; $FC = 1$ $LM = 60$, farà LD $\frac{144000 \times 1}{60 - 24} = 4000$. Sicchè LD = piedi $333 \frac{1}{3}$ per l'aggregato della larghezza de' foffi, i quali fe foffero larghi 5 piedi l'uno, farebbe il numero di effi $66 \frac{3}{5}$ o diciamo 66;

 divi-

dividendo dunque tutta la Presa in 66 fossi profondi 5 piedi ciascheduno, e di altrettanta larghezza, e lunghi quanto la AB del Retratto, cadendo in pioggia l'acqua per l'altezza di un' oncia sopra tutta la superficie di esso Retratto, abbenchè niun scolo vi fosse, nientedimeno tutta la detta quantità sarà ricevuta ne' fossi, restandovi pur anco di riva i due ricercati piedi senz' acqua, o come si chiamano, di franco.

Scolio II. Ma se il piovale fosse di due once, cioè il doppio, allora, perchè vi restassero i due piedi di franco nella riva de' fossi, converrebbe formarne doppio numero, come dal calcolo può facilmente raccogliersi.

VIII.

Per piano della Campagna o del Retratto intendesi l'orizzontale, che passa per la superficie di esso ne' siti più eminenti, e riducibili veramente ad uso di aratro, essendo che quelli che rimangono inferiori alla posizione di tal linea, si lasciano a prato, ed i fossi che per questi passano non hanno bisogno di avere i due piedi di riva franca dall' acqua, come quelli ad uso di aratro, ma basterà che n'abbino anche meno di un piede, e que' siti che si lasceranno ad uso di semplice pascolo, basterà che siano fuori dell' acqua de' fossi di qualche oncia, ridotta che sia come sopra. Quando però abbiasi a calcolare la capacità de' fossi per lo scolo del Retratto si dovrà diligentemente formare i suoi profili e per lunghezza, e per larghezza, onde si possano separare le terre destinate all' aratro, da quelle che si lasceranno per le praterie, e dalle altre de' pascoli, e da quelle ancora, che attesa la loro bassa situazione, fossero da lasciarsi affondate in sembianza di piccioli laghetti o paludi, onde calcolando l' estesa de' campi arativi, e ridotta questa alla quadratura, non sarà difficile didurne da quanto si è detto, il numero e misura de' fossi occorrenti, perchè quelli che saranno destinati ad esser coltivati, restino sempre in asciutto ed alti quanto si ricerca, così saranno notati quelli che si lasceranno a prati, pascoli, e Valli, cioè quella superficie che resterà sotto l'orizzontale della Campagna alta un piede, servirà a' prati, quella, che vi rimarrà anche meno di piedi due a pascolo, e finalmente quella che vi fosse oltre delli due piedi, dovrà destinarsi a Valle, o palude o Lago, secondo la di lei bassezza; Tali bassure dovranno calcolarsi con la capacità de' fossi, e sarà

tutto

tutto ciò, che rimarrà sotto dell'orizzontale dell'alta Campagna, oltre delli piedi due.

IX.

Sia uno de' profili del Retratto, di cui si parla GHIKLM; (*Fig.* 14. *Tav. IX.*) che dall'una all'altra parte lo seghi; Sia AF una orizzontale, da cui al piano della Campagna di esso retratto GHIKLM s'intendano condotte varie perpendicolari AG, BH, CI, DK, EL, FM, delle quali la massima sia la DK; la minima AG = BH = FM, la media CI = EL. Si consideri questo piano, come se tutto fosse alto come GH ovvero OM, e si facciano i calcoli come ne' numeri precedenti V. VI. e VII. di questo Capitolo, acciocchè restino scoperti i terreni per due piedi negli ordinarj piovali; ponendo però a conto di escavazione tutto lo spazio HKLMOH, la di cui altezza ragguagliata sia PK, onde formarsi un solido da aggiungersi all'altro $MP \times AB \times MN$ del numero quinto, cosicchè risulti secondo quella figura $FC \times AB \times CD = MP \times AB \times MN + M$, quando s'intenda questo M eguale allo spazio predetto, si avrà l'altezza del fosso ricercata, computato però da Q in giù verso di K, (*Fig.* 13.) onde l'altezza assoluta, o per meglio dire la profondità da farsi sotto di K nel terreno sarà il residuo detratto QK, di quanto sarà per indicare il calcolo. Il che fatto basterà osservare se la NI = OL rimanga più bassa di un piede della GH, ovvero OM, e lo spazio HI, LM servirà alle praterie, dove la GH, OM potrà esser posta all'uso dell'aratro; lo spazio fra IK, LK, che resterà di sotto dell'orizzonte della Campagna arativa per quasi due piedi, potrà servire per pascolo, e quella parte verso di K, che rimarrà di sotto della detta superficie arativa oltre dei detti due piedi, sarà palude, valle o Lago a misura, che sarà più o meno discosta da GH.

X.

Ma come che ne' Retratti non tutti i fossi devono esser fatti in un sol luogo, ma in varie parti, perchè essi possino da per tutto ricever le acque e trasmetterle nello scolo principale, così ogni qualvolta il piano delle Campagne sia ineguale, come il supposto GHIKLM, allora fatto il calcolo per l'ampiezza de' fossi, la profondità loro dovrà bensì tenersi dal più al meno nel me-

de-

desimo orizzonte, ma l'altezza della escavazione sarà ben differente, mentre i cinque piedi v. gr. della massima profondità, dovranno escavarsi nella sola alta Campagna arativa GH, OM, dove i fossi in H, I, K, L non saranno da profondarsi sotto il piano respettivo della Campagna al sito de' prementovati punti, che piedi 4, 3, 2, ed anche meno a misura che ci indicherà la bassura di essa Campagna, al che dovrassi ben attendere nel calcolo della spesa, mentre abbenchè i fossi debbano andar sotto del livello della più alta Campagna piedi 5 indifferentemente, ve ne sarà taluno però, che non dovrà esser profondato che piedi due ec.

XI.

Ne' Retratti devonsi distinguere il fosso o condotto generale dello scolo, da' fossi trasversali, i quali sono come i rami, dove quel condotto n'è il tronco; il sito di formarlo è sempre nella parte più bassa del Retratto, e lo deve intersecare tutto, per raccogliere da tutte le parti le acque delle Campagne; i rami trasversali devono esser formati in ogni lato, ma con qualche regola però, cosicchè vengasi a dividere tutto il Retratto in varie aree quadrate, o quadrilunghe, terminate da stradoni con i suoi fossi laterali, che tutti devono metter capo nello scolo principale. Quanto al fondo da darsi a questo, sarà secondo all' esigenza della Campagna; ordinariamente si profonda 5 piedi sotto alla superficie de' terreni per i quali passa, se siano niente alti, meno se bassi; ma i rami influenti si possono tenere un piede meno profondi. La larghezza del condotto principale non può determinarsi, se non avuto rapporto alla vastità del Retratto, dovendo esser maggiore, ove maggiore è la superficie, e può arrivare fino alla larghezza delli 20 ed anco 24 piedi, ma mai minore di sei in otto; i fossi laterali basteranno di larghezza di 5 in sei piedi, avvertendo che tutti i detti fossi abbiano una libera e facile comunicazione con lo scolo generale.

XII.

Gli scoli delle Campagne o orizzontali, o quasi orizzontali, come sono quelli de' Retratti fatti per alluvione non si possono da se stessi conservare, ma ricercano dopo qualche anno di essere escavati a mano, mentre nè il corpo di acqua, ch' essi portano, e mol-

molto meno la propria velocità, può tenerli ſpurgati dagli abbonimenti: non il proprio corpo di acqua, eſſendochè queſto è temporaneo, e non grande, e ſovente riſtagnato, ſe il recipiente, come ſpeſſe volte accade, non riceve eſſo ſcolo, onde e manca facilmente, e ſeco portando del torbidume delle Campagne, ha tutta la facilità di deporle nel fondo del condotto: non la velocità, che non può mai eſſer tanta da iſgombrare dal lezzo eſſi condotti, ſe il declivio non può già eſſer tale da dargli gran forza, potendo eſſi ſmaltire le proprie acque, anche quando ſiano tenuti affatto orizzontali. Un altro diſordine ſopravviene alli ſcoli, ed è il germoglio dell'erbe paluſtri, e ſovente anco delle cannelle, ſe i fondi hanno qualche poco del ſalmaſtro, coſe tutte che ſervono a dare una gran remora al corſo dell'acqua di eſſo ſcolo, come ſi anderà eſaminando ne' numeri ſeguenti.

XIII.

In un vaſo (il di cui lato LD, (*Fig.* 1. *Tav. X.*) con l'acqua ſino in A, alla quale altezza venga ſempre conſervata,) s'intenda aperto un foro BCFE nel lato verticale, alto quanto l'acqua interna, ſi cerca l'apertura quadrata di un altro foro, il cui lato DG nel fondo, per il quale eſca nel medeſimo tempo la ſteſſa quantità di acqua, che per il verticale; problema, che abbenchè ſi ricavi da quanto ſi è detto ne' numeri XIV, e XV. del Capitolo ſecondo, nientedimeno a maggior chiarezza quì ſe ne vuole replicare la ſoluzione. Si faccia il rettangolo $NM \times AD =$ all'area parabolica HDA, ch'è la curva delle velocità dell'acqua, ch'eſce per l'altezza AD, ſtando l'acqua alta ſino in AI, onde ſi avrà $NM = \frac{2}{3}\sqrt{AD}$, come è noto, e per tanto ſecondo l'ipoteſi eſſendo $\frac{2}{3} EF \times AD\sqrt{AD} = DG^2\sqrt{AD}$, cioè $\frac{2}{3} EF \times AD = DG^2$, ſarà $DG = \sqrt{\frac{2}{3} EF \times AD}$, e tale dovrà eſſere il lato del quadrato DG, che ſi cerca, e ſi potrà in vece di conſiderare la quantità dell'acqua uſcita per il lume verticale, prender quella, che gli è eguale, che uſcirà per l'orizzontale.

Nel

XIV.

Nel vaſo ABCD (*Fig. 2. Tav. X.*) rettangolo di figura, largo come NP, alto come CD $=$ AB, e che ſia aperto per tutta la detta altezza, con larghezza di ML; ſia prima ripieno anche ſino in AC, ſe così ſi vuole ſupporre; dipoi vada ſcemando, dimodochè la ſuperficie, ch' era in AC, dopo un qualche dato tempo diſcenda in FE, ed in un minimo di queſto tempo faccia lo ſpazietto $Ff = Ee$. Sia la curva KHB quella delle velocità della ſuperficie dell' acqua a miſura che arriva a' punti F, f, ec., onde le HF, bf eſprimino eſſe celerità, ed AGI ſia la curva de' tempi reſpettivi, la di cui natura ſia da ritrovarſi. Si dica $BF = x$, $AB = a$, $AF = a - x$, $GF = t$, $FH = u$, $LM = c$, $AC = b$, $NP = m$. Perchè dunque Ff ſpazietto viene percorſo nel minimo tempo dt dalla ſuperficie dell' acqua diſcendente con moto equabile, ſarà $Ff = udt$, e perchè $Ff = -dx$, dunque $-dx = udt$, ed $u = \frac{-dx}{dt}$, e ſecondo il numero precedente equivalendo la quantità uſcita per il foro orizzontale a $\frac{2}{3}$ del verticale, ed eſſendo la ſuperficie alla ſuperficie, così la velocità alla velocità, ſarà l' analogia $-\frac{dx}{dt} \,.\, u :: \frac{2}{3} cx \,.\, bm$, e l' equazione $dt = \frac{3bm}{2c} \times - x^{-\frac{3}{2}} dx$, che integrata dà $\frac{3bm}{c} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{x}}{\sqrt{ax}} = t$. per la natura della curva de' tempi della diſceſa dell' acqua.

XV.

Coroll. Reſta manifeſto, che facendo $x = a$, la curva de' tempi avrà a cominciare in A, e facendo $x = 0$, che allora la BI ſarà infinita, divenendo un aſintoto di eſſa curva, ch' è una ſpecie d' iperbola quadratica, onde ne deriva il paradoſſo, di ricercarſi un tempo infinito per iſcaricarſi tutto il fluido del vaſo ABDC, contuttociò queſto infinito non compete veramente, che all' altezza infiniteſima del fluido ſopra il punto B, nel qual caſo eſsendo pur la velocità infiniteſima, ricerca un tempo infinito per conſumarſi: Per altro allorchè il fluido ſopra del punto B viene ad ottenere un' altezza benchè minima, finita però e deter-

terminata, in tal ſtato l'ordinata del tempo è ſempre finita, e l'area corriſpondente pur finita.

XVI.

Per ridurre all' uſo la propoſizione, è neceſſario uno ſperimento, che conſiſte nell' oſſervare in un dato vaſo, che abbia aperto un foro, come ſopra, quanto per un dato tempo ſi abbaſſi la ſuperficie dell' acqua; Per un tale abbaſſamento dunque x divenga n, ed il dato tempo ſia T, la formola di ſopra ſi cangerà in $T = \frac{3bm}{c} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{n}}{\sqrt{an}}$, e l'analogia ſarà $T \,.\, t :: \frac{3bm}{c} \times \frac{\sqrt{a}-\sqrt{n}}{\sqrt{an}} \,.\, \frac{3bm}{c} \times \frac{\sqrt{a}-\sqrt{x}}{\sqrt{ax}}$, onde l' equazione $t = \frac{T \times \sqrt{a} - \sqrt{x} \times \sqrt{n}}{\sqrt{a} - \sqrt{n} \times \sqrt{x}}$, date però T, n, x, ſi avrà il tempo conſumato, perchè l' acqua ſi riduca al ricercato punto, cioè il tempo in cui ſi evacuerà o tutto o in parte il vaſo propoſto; e perchè eſſo Vaſo altro non rappreſenta ſe non l' aggregato di tutti i foſſi di un Retratto, che contenghino l' acqua ſino ad una certa altezza, ed il foro di eſſo vaſo dinotando l' apertura della Chiavica, pertanto, quando ſi abbia con la neceſſaria eſattezza oſſervato quanto l' acqua ſi vada abbaſſando dopo una piena di detti foſſi, dentro un certo ſpazio di tempo, ſi avrà per la ſoprapoſta formola il tempo, che s' impiegherà, perchè o tutti o in parte ſi vuotino, dal che ſi potrà poi dedurre ſe l' apertura e luce della Chiavica ſia ſufficiente per ſmaltire dentro un certo limitato tempo le acque de' foſſi medeſimi, perchè le Campagne non patiſchino, ſuppoſto ſempre che altre acque non entrino in detti foſſi, che le ſole delle piogge, e non già le ſorgive, o altre eſterne e foreſtiere.

XVII.

Scolio I. Fluendo dunque liberamente la Chiavica dopo una maſſima piena de' foſſi, ſiaſi oſſervato che dentro lo ſpazio di un giorno naturale reſti abbaſſata l' acqua once 15, onde dicendo $T = 24$, ſarà $n = 49$ once, quando ſi faccia $a = 64$ once, equivalente all' altezza di detta maſſima piena de' foſſi del Retratto, e ſi voglia ſapere in quanto tempo l' acqua ſia per arri-

vare alla ſola altezza di 4 once, che ſi può prendere per l' intiera evacuazione de' foſſi, onde $x = 4$, ſi cerca t, che in tali ſuppoſizioni ſarà $t = \frac{[illegible]8}{2} = 504$ ore, vale a dire s' impiegheranno giorni 21. in punto. Tanto ſuccederebbe ſe alcuna reſiſtenza non vi foſſe, che detraeſſe del movimento dell' acqua, ma eſſendovi e di un grado inſigne, ciò fa, che ſi debba accreſcere almeno di un terzo il tempo dello ſmaltimento dell' acqua, onde a tal conto ſi ricercherebbero 29 giorni naturali, perchè ne' foſſi non vi reſtaſſe, che quattr' once di acqua.

XVIII.

Scolio II. Ma perchè può eſſere, che il tempo di un meſe, che in circa ſi richiede per l' intiero ſcolo di quel dato Retratto, ſia troppo, coſicchè ſopravenendo delle nuove piogge reſtino, almeno i luoghi più baſſi, affogati, però ſi dovrà ſupplire all' eſigenza col dilatare la Chiavica, e la dilatazione dovrà riſpondere reciprocamente ai tempi, reſtando invariata e la maſſa dell' acqua da ſcolarſi, e l' altezza della medeſima, onde in grazia di eſempio, facendo noi una Chiavica, che ſia doppia di larghezza di un altra, ſcolerà queſta nella metà del tempo della prima, e così per ogn' altra larghezza; ed è da notarſi, che ſe le Chiaviche aveſſero ſempre ne' fiumi o paludi, ne' quali pongon capo, libero eſito, niente vi ſarebbe di più facile, che l' adattare ſecondo il biſogno l' apertura di queſti emiſſarj, ma reſtando ſoggetta l' uſcita dell' acqua per eſſi a molte alterazioni, perciò è uopo averſi riguardo a tutte quelle circoſtanze, che ſaranno per variare il moto regolato delle Cateratte. Noi porremo il modo del calcolo anche per quelle Chiaviche, che non ſcolano che in certi tempi ed ore del giorno, come ſono quelle che entrando o in una Laguna ſalſa, o in un ſeno di mare, oppure in un fiume rigurgitato da eſſo nelle ore della creſcente e del fluſſo, loro venga proibito lo ſcolo, e facilitato nelle ore del rifluſſo

XIX.

Sia AG (*Fig.* 3. *Tav. X.*) la Cateratta o paratora di una chiavica; HA l' orizzonte dell' acqua dello ſcolo, accollata a detta paratora, chiuſa che ſia; AI il livello dell' acqua di un fiume o Laguna, che riſenta il rigurgito della marea, coſicchè ogni 12. ore ne' tempi de' novilunj e plenilunj arrivi il fluſſo in A, e nelle ſei

ore

ore del riflusſo eſca l'acqua dalla chiavica, e ſi abbaſſi fino in G, dovendoſi intendere, che quando comincia a ſcemar eſſo fiume o Laguna ſotto di A, poſſa la paratora liberamente aprirſi, e ſcolar l'acqua, che ſtà ſopra all'orizzontale della ſuperficie del fiume recipiente; ed abbenchè per le oſſervazioni tanto nel fluſſo, che nel riflusſo, ſuccedono le alterazioni degli creſcimenti o decreſcimenti inegualmente in tempi eguali, eſſendoſi oſſervato, che fuori della prima ora, la ſeconda, terza, ed anco quarta, ſcaricano più della quinta e ſeſta, nientedimeno per ridurre la coſa a qualche metodo, che ſia facile e regolare, ſi è ſuppoſto che dall'alta alla baſſa marea, cioè per tutta la AG, ch'è d'ordinario due piedi e mezzo in queſto noſtro mare, ſi abbaſſi l'acqua per ogni ora uno ſpazio eguale. Inoltre perchè tanto nella prima ora, che in ogni altra cade l'acqua da A in B, o da B in C a poco a poco, cioè lo ſcemamento dell'acqua ſi va facendo inſenſibilmente, però ſi prenderà per la prima ora di ciaſcun intervallo, ſolamente la metà del volume dell'acqua, che potrebbe uſcire come ſe l'abbaſſamento ſuccedeſſe in un iſtante, ed il moto foſſe ſempre lo ſteſſo ed equabile. Suppongaſi pertanto che nella prima ora del riflusſo eſca l'acqua per la ſezione AB, di larghezza data, quanto cioè è quella della Cateratta, e con la velocità riſpondente all'altezza AB, e perchè, come ſi è detto, ſucceſſivamente ſcema da A in B in tutto il tempo dell'ora predetta, ſe la mole che dovrebbe uſcire ſuppoſto che foſſe ſempre ſtata conſervata queſta altezza, verrà detta a, ſarà quella, che realmente eſce $= \frac{1}{2} a$, ma dopo la prima ora per queſta ſteſſa ſezione eſce per tutto il tempo delle altre 5 ore dell'intiero riflusſo ſempre una mole intiera a per ciaſcheduna ora, ſarà però la quantità uſcita per tutta la ſezione AB in ſei

ore - - - - - - - - - - - - - - - - $= 5a + \frac{1}{2} a$
per BC nel tempo reſiduo - - - - - - - - $= 4b + \frac{1}{2} b$
per CD nel tempo reſiduo - - . - - - - - $= 3c + \frac{1}{2} c$
per DE nel tempo reſiduo - - - - - - - - $= 2d + \frac{1}{2} d$
per EF nel tempo reſiduo - - - - - - - - - $= e + \frac{1}{2} e$
e per FG nel tempo reſiduo - - - - - - - - $= 0 + \frac{1}{7} f$

in tutto $\frac{11}{2} a + \frac{9}{2} b + \frac{7}{2} c + \frac{5}{2} d + \frac{3}{2} e + \frac{1}{2} f$

dicendo b, c, d, e, f le moli ſcaricate per le altre inferiori ſezioni, o per dir meglio, per gli accreſcimenti di ora in ora degli ſpazi AB, BC, CD ec.

XX.

Eſprima n il numero delle ore del riflußo, che ſono d' ordinario ſei, rare volte più o meno, fuorchè ne' tempi burraſcoſi, ſarà la formola del numero precedente traſformata nella ſeguente molto più generale

$$\overline{n-1+\tfrac{1}{2}}\times a+\overline{n-2+\tfrac{1}{2}}\times b+\overline{n-3+\tfrac{1}{2}}\times c+\overline{n-4+\tfrac{1}{2}}\times d+\overline{n-5+\tfrac{1}{2}}\times e+\overline{n-6+\tfrac{1}{2}}\times f.$$

ovvero $$\frac{\overline{2n-1}\times a+\overline{2n-3}\times b+\overline{2n-5}\times c+\overline{2n-7}\times d+\overline{2n-9}\times e+\overline{2n-11}\times f.}{2}$$

Sia dipoi AB $=$ BC, ec: $= m$, cioè gli ſcemamenti eguali fatti in ciaſcheduna ora, ſarà AC $= 2\,m$; AD $= 3\,m$; AE $= 4\,m$; AF $= 5\,n$; AG $= 6\,n$, onde per le leggi idroſtatiche facendo p eguale alla larghezza della Cateratta, ſarà reſpettivamente $a = pm\sqrt{m}$, $b = pm\sqrt{2\,m}$, $c = pm\sqrt{3\,m}$, $d = pm\sqrt{4m}$, $e = pm\sqrt{5\,m}$, $f = pm\sqrt{6\,m}$, e l' equazione.

$$\frac{pm}{2}\times\overline{n-1}\times\sqrt{m}+\overline{2n-3}\times\sqrt{2m}+\overline{2n-5}\times\sqrt{3m}+\overline{2n-7}\times\sqrt{4m}+\overline{2n-9}\times\sqrt{5m}+\overline{2n-11}\times\sqrt{6m}$$

$= npx\sqrt{x}$ nominando x quell'altezza, che dovrebbe aver l' acqua del Retratto, ſe poteſſe ſcolare liberamente ſenza alcuna variazione del pelo del recipiente, cioè x equivalerà all' altezza media di eſs' acqua; dicendo dunque, per abbreviare, tutta la quantità moltiplicata da $\frac{pm}{2} = q$; ſi avrà l' equazione $x = \sqrt[3]{\frac{mmqq}{4nn}}$.

XXI.

Che ſe non in tutte le ſei ore, ma ſolamente in alcune di eſſe potrà ſcemar l' acqua, baſterà dall' equazione levare tanti termini alla deſtra del valore di q, quante ſono le ore, che mancheranno alle ſei dell' intiero riflußo, e quando fluiſſe ſempre lo ſcolo, come che l' altezza del fiume recipiente non arriverebbe mai all' orizzontale AI, converrà allora accreſcere all' equazione quella mole di acqua perenne, che uſciſſe ſecondo alle ordinarie leggi fuori de' rigurgiti, laſciando ſotto a queſta la mole uſcita ſotto dell' orizzontale del predetto recipiente. Ogni giorno poi ſcemando l' altezza dello ſcolo, quando nuove piogge non l' accreſcano, converrà variare la m a miſura dell' alterazione che anderà ſeguendo, ripartendo tutta l' altezza reſidua in altrettanti ſpazj eguali, e dando loro le competenti miſure delle once.

Sco-

XXII.

Scolio. Sia $m=5$, $n=6$, cioè tutta la AG fia once 30, ch'è l'ordinaria altezza della marea in quefte noftre fpiagge nel tempo de' novilunj e plenilunj; Sia da trovarfi in tali fuppofizioni il valore di x, ch'è l'altezza *media* di una Chiavica libera, che fcolaffe quella quantità di acqua, che appunto poteffe fcolare quefta ritardata; farà dunque, fatte le dovute foftituzioni, $x=\sqrt[3]{\frac{25\times15376}{4\times36}}=14$ once proffimamente; di modo che la medefima chiavica fcaricherà in fei ore tant'acqua, quanto una libera che aveffe internamente nel condotto un altezza di acqua di circa once 14 per tutto il detto tempo delle fei ore; e perchè nello fpazio di quefto tempo poco farà lo fcemamento dell'acqua del Retratto, pertanto fi potrà col metodo de' numeri XVI. e XVII. di quefto Capitolo, conteggiare in quanto tempo refterebbe evacuata o tutta o la maffima parte dell'acqua che fi trovaffe dentro il circondario della bonificazione; il qual tempo com'è manifefto, farà fempre lo fteffo con quello che verrebbe impiegato nella fuppofizione che l'acqua foffe trattenuta per l'azione variante della marea, onde è ftato ridotto il Problema a ritrovare un' equivalente chiavica libera, ad una rigurgitata dal fluffo del Mare, avuta la quale refta dipoi noto il tempo che fi ricercaffe onde quel dato Retratto intieramente, o fecondo una data parte rimaneffe vuoto dalle acque che lo pregiudicaffero.

XXIII.

Perchè dunque il tempo dello fcolo viene dagli antedetti, e da altri accidenti limitato, così in que' Retratti, ovvero bonificazioni, che faranno con gli sbocchi de' loro fcoli tanto vicini al mare, da rifentirne il di lui rigurgito, in quefte fi dovrà moltiplicare il numero delle Chiaviche, perchè nel più breve tempo poffibile fi poffano liberare dalla inondazione, giacchè fcolando per una fola Chiavica poche farebbero le ore dello fcarico, onde conviene fupplirvi col moltiplicare i fori, per raccogliere dal numero di quefti e parzialmente quel follievo, che una fola Chiavica, che foffe libera e non rigurgitata, darebbe. E perchè la marea arriva e di notte e di giorno, e nell'eftate principalmente più di notte che di giorno, e farebbe affai difficile, che

che chi veniſſe deſtinato all'incombenza di aprire e ſerrare le paratore, ſteſſe ſempre pronto al ſuo ufizio; pertanto ſarà ſempre miglior conſiglio il formare le portine, come le chiamano, a vento, cioè due portine ne' ſuoi pollici, che ſi chiudano in angolo verſo il fiume, o il mare, o la laguna, acciocchè quando reſta l'acqua di fuori del Retratto più baſſa di quella di dentro, ſi poſſino aprire, e chiudere allorchè ſi faccia più alta.

XXIV.

Definizione. Per bonificazione, Retratto o acquiſto s'intende un ſito baſſo, e ſoggetto all'acqua, ridotto in modo tale, che più non reſti eſpoſto alle inondazioni di eſſa, ma poſſa coltivarſi ad aratro, prato, o paſcolo: In due maniere però, e non in altre un tal fine ſi ottiene, ovvero dando ſcolo alle acque riſtagnate, oppure talmente ſollevando i baſſi fondi, che le acque o più non vi riſtagnino, o ſe vi ſi fermino, lo facciano ſolo per qualche breve tempo. Oltre di ciò non può dirſi vera bonificazione quella, che abbenchè reſtaſſe ſenza inondazioni, foſſe però l'acqua poco ſotto la ſuperficie de' terreni, ovvero che queſti foſſero di natura cuoroſa ed inſuſſiſtente, o quando le aſciuttate Campagne non foſſero atte alla fecondità neceſſaria; così, in grazia di eſempio, ſe un Retratto, liberato che foſſe dall'acque, germoglia ſſe dell'erbe ſalmaſtre, converrà penſare a toglierlo da una tale dannoſa infezione, altrimenti riuſcirebbe inutile affatto quanto ſi foſſe effettuato; in ſomma quella ſarà una vera e reale bonificazione, che ſarà ridotta, per quanto contribuir può l'arte, a ricevere una perfetta coltura, e rendere un frutto corriſpondente a' fatti diſpendj. Si anderà a parte a parte ne' ſeguenti numeri eſaminando quanto concerne il modo di formarle.

XXV.

Due, ſecondo quanto c'inſegnano i più accreditati Autori, ſono le maniere di formar le bonificazioni, per eſſiccazione, o per alluvione; importa la prima il modo di liberar le Campagne dalle inondazioni che ſoffrono, non già perchè ſiano aſſolutamente baſſe riſpetto all'orizzonte del mare, ſe da queſto non molto ſi trovino diſtanti, ma per l'impedimento che allo ſcolo può eſſer frappoſto, e che ſerve a trattenere le acque ſopra la ſuperficie di que' terreni, coſicchè rimoſſo che ſia queſto, rimarrebbero eſſe aſciut-

te,

te, e capaci di coltura; ma l'altro modo di bonificare per alluvione consiste nell'inalzamento positivo delle Campagne, quando sono sì basse rispetto all'orizzonte del mare, che in modo alcuno non si potessero rendere asciutte col mezzo de' semplici scoli, ed allora niun altro ripiego vi è, se non di rialzarle col mezzo delle alluvioni, cioè con nuova terra portata o da' fiumi vicini, se corrono torbidi, quando si possano far fluire in tal tempo attraverso di codeste basse Campagne, ovvero colla terra o portatavi da lontano, ovvero cavata dalla stessa Campagna, col ridurla cioè in frequenti fossi, dimodochè la terra dell'escavamento possa servire per rialzare, ed i fossi che si andassero formando, di ricettacolo all'acque e delle piogge, e delle sorgive, se ve ne fossero. Comecchè i due primi modi di essiccazione e di alluvione col mezzo de' fiumi sono i ripieghi più reali per formar le bonificazioni, quello del condurvi la terra non può servire, che per piccolo spazio: egli è il più imperfetto, e per poco che si dilati con simili operazioni, riescono queste sì dispendiose, che in conto alcuno non giova l'intraprenderle, potendo servire al più per ricolmare qualche sito vicino alla Casa dominicale, o ad altro luogo, che fosse di una precisa premura. Bensì formata che sia la bonificazione in uno delli due modi antedetti, se pur anco non è di quell'altezza che si desidererebbe, e non si possano ridur le acque più basse, ciò non ostante, quando la Campagna si comincj a coltivare, abbonandosi i fossi, cadendo le foglie dagli alberi, marcendo le stoppie ed erbe, che incessantemente vanno germogliando, accade che con queste, e col ricavamento de' fossi predetti, la superficie della Campagna vada insensibilmente crescendo, in maniera che in non molti anni resti sollevata non poco da quella che prima trovavasi, quando però il terreno sia sodo e non cuoroso, nel quale incontro accaderebbe tutto all'opposto, che dopo essiccata si abbasserebbe, come si anderà a suo luogo esaminando.

XXVI.

Sia da essiccarsi la Campagna ABC, (*Fig.4.Tav. X.*) su di cui vi stia l'acqua per ordinario all'altezza BI, e ciò a causa dell'altezza del terreno HDC, che impedisce ch'essa acqua non possa fluire nel Lago, Laguna, Mare, o Fiume EDLG, la di cui superficie FG resti in qualche tempo più bassa di AC; altrimenti se restasse sempre o della medesima altezza, o anche di maggiore, sarebbe impossibile il

il pensare alla detta efficcazione, quando in altro sito più basso oltre della FG non si potesse scolare. Prima dunque di ogni altra cosa sarà da livellare come stia il punto A ovvero C della superficie stagnante dell' acqua della Campagna da efficcarsi, rispetto al punto F, della superficie dello stagno, lago, fiume, o mare, ridotta allo stato ordinario, e fuori dell' escrescenze; dipoi prendere due piedi in circa il punto K più basso del detto punto F, ovvero L, supposta LFG nella medesima orizzontale, e da questo punto K fino al maggior fondo B della Campagna da efficcarsi, ed anche qualche piede di più, cioè fino in M, quando pur anco il punto K resti più basso di M, condurre la retta KM, che sarà la cadente dello scolo generale di essa Campagna; questo dovrà farsi largo a misura della vastità del Retratto, che di fare s' intende, avvertendo, che sebbene il punto M non fosse che di poche once più alto del punto K, ciò non ostante l' acqua ACB potrà scolare in FG, non ricercando gli scoli delle Campagne che una insensibile caduta per esser liberate dalle acque, le quali per l' ordinario o sono chiare, o pochissimo torbide: ma perchè l' acqua del recipiente FG può supporsi crescere fino in DE, onde il punto D riuscirà più alto del punto A, però converrà munire lo sbocco di questo scolo di Chiavica con sua paratora da star chiusa in tal tempo, e solo aperta quando il punto F rimanga più basso del punto A, il che si conoscerà, perchè fatto il condotto, l' acqua AIC verrà ad appoggiarsi in DLK, che però anche col solo occhio si rileverà se il corso dell' acqua sia diretto da A in F, ovvero al contrario, il che quando fosse, sarà subito da chiudersi, e per aprirla basterà osservare dal trapelamento che ess'acqua fa per la paratora per quanto buona sia e ben costrutta, la di lei tendenza, oppure col prendere con ogni misura la differenza dell' acqua esterna, ed interna, mostrando la maggiore misura la minore altezza, quando ambedue siano riportate ad un solo segno stabile, e secondo all' esigenza alzare, o lasciar abbassata essa paratora. Che se frequenti sono tali alterazioni del recipiente, come succede in vicinanza del Mare, nelle Lagune con esso comunicanti, e ne' fiumi da esso mare rigurgitati, allora senza impegnarsi a chiudere ed aprire la paratora, converrà nella stessa introdurre un congruo portello, che battendo co' suoi limbelli contro il condotto si chiuda ed apra da se stesso; sono queste le porte a *vento*, delle quali tante ne abbiamo nella vicinanza del Mare nello Stato Veneto.

Che

XXVII.

Che se l'acqua della Campagna da asciugarsi come ABIN, (*Fig. 5. Tav. X.*) fosse comunicante col fiume, Lago, o palude più profonda KLR, cosicchè per poco che questa crescesse, il pelo KL comunicasse con AI, e formasse una sola orizzontale ABKL; e quando la detta palude, Lago, o fiume fosse basso, non oltrepassasse FG, e la AI, per l'impedimento IKF, restasse nella sua altezza BN; allora per formare il Retratto per essiccazione, sarà prima di ogni altra cosa da divider la Campagna retraibile, dal fiume, Lago o palude ec. col mezzo dell'argine IHK, che in ogni parte la separi, perchè le acque KL non possino mai meschiarsi con quelle esistenti sulla Campagna AI, avvertendo di tener tant'alto quest'argine, che vaglia a proibire la detta miscela in ogni stato dell'acqua recipiente KL: Ciò fatto, converrà ben osservare, ed informarsi sin dove arrivi la somma magrezza del recipiente predetto KL, e dove lo stato di lui medio MG, e quando questo punto M resti due piedi in circa più basso del punto N, maggior bassezza della Campagna, il Retratto potrà effettuarsi, e rendersi tutto in asciutto: Che se esso punto M restasse di livello, o anche superiore al punto N, non sarà riducibile ad uso di aratro la parte più bassa; bensì, supposto buono il terreno, quello spazio solo, che resta per lo meno i detti due piedi superiore d'orizzonte del predetto punto M. E perchè si suppone che facilmente, ed anco due volte il giorno (se questo recipiente sia assai vicino di comunicazione col mare) possa crescer il pelo MG in KL, però sarà da munirsi lo sbocco del condotto, la di cui cadente sarà CDE, con la sua Chiavica, e paratora a vento, con avvertenza che poche ore restando il condotto in libertà di scolare converrà moltiplicare i fori, e le Chiaviche, perchè più prontamente ciò fare si possa, secondo quanto si è detto a' numeri XVIII. e XIX. di questo Capitolo; altrimenti sarebbe frustranea l'essiccazione che venisse tentata. E' in oltre da supporsi che alcuna sorgente non vi sia nel circondario del Retratto, altrimenti senza che questa fosse levata, inutile sarebbe ogni provvedimento che venisse fatto.

XXVIII.

Quando poi fra la Campagna da scolare, ed il termine dello scolo, vi sia di mezzo un fiume, la di cui superficie anche ordinaria resti più alta della predetta Campagna, in tal incontro converrà col mezzo di una Botte sotterranea passar sotto del fondo del fiume intermedio, ed uscirne di là dallo stesso, portando con un condotto l'acqua in sito più basso di quello della bonificazione. Sia la Campagna da scolare HK, (*Fig. 6. Tav. X.*) che abbia l'acqua fino in EG, ed abbia nella parte ove gli scoli fossero da inviarsi, il fiume AFB, con la di lui acqua ordinaria CD, che mai non si riduca più bassa di EG, bensì più oltre di questo fiume in *qr* resti un padule o altro fiume più basso di HK, e QR sia il pelo alto di questo recipiente, che pur resti inferiore di altezza alla superficie EG; si formerà una Botte retta IVN, ovvero KMP curva a norma di quanto è stato detto ne' numeri XXXIV, XXXV ec. del Capitolo XII., cioè del primo genere, se fra il fondo F ed V vi resti spazio sufficiente per la fabbrica, nè vi sia pericolo che il fondo resti corroso; e del secondo se lo spazio VF non fosse quanto basta alto, o si temesse un maggior profondamento del fondo F. L'uscita PN può essere o di livello con l'entrata KI, o anche più bassa secondo l'esigenza, e le circostanze, col riflettere che se QR resti soggetto ad alterazioni e crescimenti straordinarj, allora converrà munire l'uscita PN con le paratore, da tenersi chiuse tutte le volte che lo scolo in vece di scaricare le acque delle Campagne retratte, le dovesse ricevere.

XXIX.

Prima di passare alla spiegazione del modo di far le bonificazioni per alluvioni, è di mestieri d'indicare certo fenomeno che arriva all'acque correnti, a cui quando bene non vi si attende, fa nascere degli equivoci anche nelle conseguenze tirate dalle proposizioni più evidenti della scienza dell'acque: E' questo la varia resistenza che soffre l'acqua in movendosi o per il medesimo canale nelle varie di lui e difformi sezioni, oppure per lo stesso canale bensì, ma con la frapposizione di qualche impedimento, perlochè, abbenchè sembri che produr si dovesse lo stesso effetto in riguardo all'acceleramento del corso, contuttociò accade talvolta,

volta, che segua appunto tutto l'opposto, e che in vece di accelerarsi, egli si ritardi, sino anche ad estinguersi affatto. Per la spiegazione di quanto si avanzerà, sia il canale FEDC, (*Fig.7.Tav.X.*) che abbia una larga sezione FC, ed una più ristretta DE; quando si prescinda dalle resistenze delle sponde, sarà sempre vero, che le velocità in FC, e DE saranno in ragione reciproca di esse sezioni, quando il canale sia nello stato di permanenza; che se in qualche modo si voglia tener conto del ritardo, che dar possono le dette sponde, quando la sezione FC si considerasse sempre di una eguale larghezza, tal ritardo sarebbe costante da F in E, ma riducendosi più angusta in DE, tal ritardo in paragone di quello che avrebbe se le sponde fossero parallele, crescerebbe in ragione del seno della inclinazione del canale al seno tutto, cioè presa FE come il raggio, nella proporzione di AE ad FE; onde se la sezione DE non è molto differente in larghezza della FC, tal differenza sarà di poca rilevanza, ma può crescere all'infinito, a misura che le sezioni si supponessero sempre minori, e minori.

XXX.

Qualunque impedimento che venga posto in un fiume può esser considerato, come se esso fiume in quel tal luogo venisse a restringersi; ed abbenchè nella ragione contraria della sezione libera, ed impedita dovesse conservarsi il medesimo scarico nell'acqua, accrescendosi proporzionalmente il corso, nientedimeno la cosa non passa così, se l'impedimento tiene una sensibile proporzione con la larghezza dell'alveo, mentre, secondo quanto è stato esposto nel numero antecedente, crescendo in tale circostanza di molto la resistenza per l'urto che fa l'acqua in esso impedimento, si ammorza una parte delle velocità, ed il fiume dovrà crescere di altezza, e quando le rive non siano sufficientemente alte, annegherà anco le vicine Campagne; se esso impedimento è un solido solo, e continuo, facile sarà il rilevare quanto il fiume sia per perdere della propria velocità, se tutta quella parte, che sostenterà l'acqua si faccia eguale ad FA, (*Fig. 7.Tav.X.*) ovvero ad FA, BC, sarà la perdita cercata in ragione del seno tutto al seno dell'angolo d'inclinazione AE, ovvero alla sua doppia $AE + BD = 2AE$.

XXXI.

In certi canali di acqua corrente bensì, ma chiara, e crassa, nascono erbe palustri in molta copia, e se niente di salso a questa si unisce, germogliano le cannelle, dalle quali riceve l'acqua un grande ritardamento nel di lei moto. Lo stesso, abbenchè non sì gagliardamente, fanno anco l'erbe, cosicchè tali acque impedite, annegano sovente i dintorni de' loro recipienti, senza potervi trovare rimedio che vaglia. Nasce ciò, perchè tanto l'erbe, che le cannelle costituiscono un vero impedimento all'acqua, ma il loro resistere è anche differente, e maggiore di quanto porta l'estensione di esso impedimento, considerato come un solido, mentre disposte tali piante confusamente in *ef*, *ef* nel canale ABCD, (*Fig*. 8. *Tav*. *X*.) che si muove da G in H, sono gli urti, ed i rimandi, che incontra un filamento dell'acqua, tali e tanti, non solamente per la moltiplicità delle superficie, che urta, ma altresì per i piccioli vortici, che da per tutto si eccitano, che il moto progressivo si va di molto ritardando, obbligata ch'è l'acqua a passare per una sottile trafila, ed a restarsene perciò come inceppata. Nella diversione, che dalla Serenissima Repubblica di Venezia fu fatta della Piave, fatta passare in un vasto Lago, essendosi questo imboschito di cannelle, ella, abbenchè discorrente per molti canali profondi di esso Lago, restava trattenuta fuori di ogni credere, prima che arrivar potesse a sboccare nel Briano, per i Tagli fatti nella Livenza, divertita a tale oggetto, e con ciò restava essa Piave rialzata in modo, che gli argini circondarj di detto Lago andavano soggetti a perpetue dannosissime rotte.

XXXII.

Sia da trovarsi la progressione del ritardamento, che incontra l'acqua nel passare attraverso di un dato, e replicato impedimento, come sarebbe, in grazia di esempio, molti ordini di cannucce disposte in file da riva a riva del canale; il che è stato pur dimostrato dal celebre Padre Abate Grandi nel Libro secondo alla proposizione trentesima quinta, diducendone, che gli scemamenti delle velocità dell' acqua, venghino rappresentati per le ordinate di una Logaritmica. Esprima

prima

prima KL (*Fig. 9. Tav. X.*) la mole dell'acqua, che in momento di tempo urta nell'impedimento, ed MK la resistenza, che vi fanno le cannucce, o altre erbe palustri: Sia SHGTABE un fiume, che corra da A in E, e trovi in ogni suo punto B una data resistenza, che resti espressa, come si è detto per MK. AI dinoti la velocità dell'acqua al punto A, e sia cognita, e BC esprimerà quella del punto B, minore di AI. Si chiami KL $=q$; MK$=p$, farà ML $=q+p$, la velocità dell' acqua AI$=u$, AB$=x$; B$b=dx$; DC$=-du$, mentre crescendo le ordinate calano le abscisse; Assume l'Autore predetto, che gli scemamenti della velocità dell'acqua si facciano nella stessa forma, come l'urto di un corpo duro in un altro collocato in una quiete amovibile comunicandogli il moto, che farà minore di quello, che teneva il primo nella ragione del corpo solo che ha spinto, alla somma di tutti e due, e ciò secondo il comune principio ricevuto dagli Statici. A tal conto dunque farà $q+p \, . \, q :: u \, . \, \frac{qu}{q+p} =$ BC, e con tale analogia si troveranno quante ordinate si vorranno per aversi la curva delle velocità ritardate dalle dette resistenze. Perchè poi secondo i medesimi principj si ha la formola $fdx=-udu$, se crescendo AB, scemano le BC, denominando f la forza dell' acqua nell' atto dell' urtare una serie di cannucce, ed f essendo pure eguale a $\frac{q\times qqu^2}{\overline{q+p}|^2}$, cioè come la quantità dell' acqua moltiplicata nel quadrato della sua respettiva velocità; adunque sostituendo il valore di f nell' antedetta formola, si avrà l' equazione $\frac{q^3}{\overline{q+p}|^2} \times dx = \frac{-du}{u}$, e ridotta all'analogia, $dx \, . \, -du ::$ $\frac{q^3}{\overline{q+p}|^2} \, . \, u$, ch'è l'equazione di una logaritmica, la di cui costante sottangente BE si trova facendo ML^2 . KL^2 :: KL . $\frac{KL^3}{ML^2}=$BE.

XXXIII.

Un' altra soluzione di detto Problema si potrebbe dare indipendente dalla supposizione dell' urto de' corpi, come si è fatto sulle tracce del P. A. Grandi, che pur anco dà la Logaritmica

per

per la scala delle dette velocità ritardate. Essendo che dunque la forza con cui fra esse cannucce può progredire l'acqua, non deriva, che dalla differenza, ch'è fra la forza libera, e la resistenza delle medesime cannucce, se diremo m la mole dell'acqua, che deve incontrar l'ostacolo, ed n la superficie di questo, che deve sostenerla, sarà $muu - nuu$ il valore della forza residua, onde poste le denominazioni come nel numero antecedente, sarà $muudx - nuudx = - udu$, ovvero $\overline{m - n} \times dx = \frac{-du}{u}$, equazione alla Logaritmica, la di cui sottangente sarà $m - n$ nel caso presente, il che non varia essenzialmente dalla predetta soluzione.

XXXIV.

Coroll. I. I due Corollarj, che ne ricava il P. A. Grandi, sono i seguenti; il primo, che tali velocità a lungo andare si fanno minori di qualunque data, essendo che la Logaritmica rispetto al suo asse, si va sempre più al medesimo accostando, il che fa, che se molto lungo è lo spazio ove esistono i virgulti, e le cannucce, il moto affatto, o quasi affatto resti estinto. Il secondo Corollario si è, che da tale scemamento di celerità debba l'acqua ridursi molto sostenuta, se vuole compensare la tardità del movimento: que' canali però, che da tali impedimenti sono ingombrati, superano le rive con le loro acque, e le spandono per le campagne.

XXXV.

Coroll. II. Se dunque per i detti impedimenti perde l'acqua il moto, se questa sarà torbida, deporrà fra i medesimi la materia, che porta, e riuscirà chiara a poca distanza da dove il ritardamento del moto comincia; cosicchè se, in grazia di esempio, un fiume reso torbido sormontasse le proprie rive, e con l'acqua stravasata si dilatasse per le vicine basse Campagne, se queste fossero da cannelle ingombrate, comecchè l'acqua dilatata anche più tardamente si muove, aggiungendoli esse Cannelle, e virgulti maggiore resistenza, non anderà l'acqua gran fatto oltre la riva, che rimarrà del tutto della torbida spogliata: Ho io osservato, che in tali circostanze appena arriva la torbida a 50. pertiche oltre della riva; quindi noi vediamo le deposizioni stabilirsi ad una tal distanza in circa con dolcissima scarpa, a guisa dello spal-

ſpalto della foſſa di una Fortezza, e l'acqua dopo un tale ſpazio non forma, che inſenſibili depoſizioni, ed eſce quaſi chiara affatto.

XXXVI.

Quando dunque ſi voglia intraprendere una bonificazione per alluvione, coll' inalzare cioè i fondi delle Campagne, converrà prima ben attendere alla natura de' terreni, ed alla qualità della torbida portata dal fiume. Vi ſono delle Campagne, le quali benchè baſſe, ed anco ſoggette alle inondazioni del Mare, contuttociò non laſciano germogliare le Cannelle o altre erbe falmaſtre, come per il contrario ve ne ſono, che ne producono abbondantemente; oſſervai aſſieme anco col chiariſſimo fu Sig. Manfredi l'anno 1731. che ſulla deſtra del Lamone fiume della Romagna, che ha portato con la protrazione della propria linea immenſe torbide, ſopra le quali il mar gonfiato dal Sirocco pur anco vi può andar ſopra, che ciò non oſtante per quanto poteva veder l'occhio niun germoglio di Canna vedevaſi, anzi fu oſſervato il piano della Campagna elevato tutto egualmente, e ſenſibilmente eſteſo ſopra di una ſola orizzontale, avendo potuto le eſpanſioni del detto fiume portar anco alle parti più lontane dalle proprie rive le torbide, che copioſe ſono tirate da' monti, per i quali eſſo Lamone, ed influenti paſſano. Per l'oppoſto nel Po, e nella Livenza, per tacere di molti altri fiumi, ho potuto oſſervare, che eſſe torbide a pochiſſima diſtanza ſono portate, ma appreſſo e l'uno e l'altro di queſti fiumi germogliano di molto le Cannelle, a cauſa, ſi crede, della varia qualità de' terreni, e delle Campagne, per non dire delle ſteſſe acque più o meno atte ad aſſumere ciò, che contribuiſce al germoglio predetto; quando dunque la Campagna aggiacente al fiume che ci può ſomminiſtrar la torbida, ſia ſenza impedimenti, ſi potrà penſare a bonificarla per alluvione, ma ſe ſarà ripiena di Canna o di altro conſimile naturale impedimento, difficile molto ſarà l'ottenere l'intento, e ricercherà lunghiſſimo tempo, molto diſpendio, e grande attenzione prima che poſſa ridurſi a coltura.

Si

XXXVII.

Si ſupponga che i detti Oſtacoli non poſſino impedire la dilatazione dell'alluvione, converrà prima di ogni altra coſa eſaminare ſe la torbida del fiume, che ſervir deve alla noſtra bonificazione ſia feconda o no, ſe di pura ſabbia, o di lezzo, o ſe partecipante dell' uno o dell' altro, il che ſi conoſcerà dall' indagare ſe nell' occaſione di una qualche rotta ſeguita in eſſo fiume, o anche della ſemplice eſpanſione ſopra delle rive, ove il paeſe rieſce coltivato, abbia o pregiudicato, o reſi migliori i terreni, mentre ſe foſſe o di pura ſabbia, o conteneſſe materie tali, che recaſſero la ſterilità invece della fecondità, ſarà da abbandonare qualunque idea, che ſi aveſſe di abbonire per alluvione. Ci ſovviene che nella Viſita del 1720. eſſendo noi ſopra dell' Idice colà nelle Valli Bologneſi, di aver inteſo, che quanto quel fiume portava di torbido era tutto infecondo. Circa poi all' eſame da farſi ſopra gli effetti delle rotte in ordine alla qualità della torbida, convien diſtinguere il ſito, ove eſſe accadono, e qualche altra circoſtanza, prima di giudicare ſe buona o cattiva ſia la materia da eſſe portata; è anco oſſervabile, che nelle vicinanze della rotta rimane ſempre la campagna sacrificata ad uno ſterile inghiaramento di ſabbione crudo per quanto buona ſia la materia di eſſa torbida, quindi è neceſſario di riconoſcere la qualità di eſſa torbida fuori del detto inghiaramento a qualche diſtanza cioè dalla rotta, e lateralmente, potendoſi dare il caſo che l'impeto con cui l'acqua eſce dal fiume ſia tale, che molto lungi porti le materie groſſe, ed i Sabbioni valevoli a rovinar il buon terreno della Campagna. Generalmente parlando ſe le rive ſono naturali, e formate dallo ſteſſo fiume, baſterà oſſervare la qualità delle erbe, che naſcono in queſte, mentre della medeſima natura ſarà anco quell' accreſcimento di terreno, che foſſe fatto dalle depoſizioni.

XXXVIII.

Quando dunque le cannucce ed i virgulti non ſi trovino nella Valle e paludi da boniſicarſi con la torbida, faranno da tagliarſi le rive in molti ſiti, e laſciar che il fiume liberamente vi ſvaghi, e ſi vedrà a poco a poco aſſodarſi il terreno, e ridurſi più alto di quello era prima. Vi ſono degli Autori, che inſegna-

gnano il modo di far tali bonificazioni mediante il ridur l'acqua dentro del Retratto stagnante, col cingerlo d'arginatura, ed introdurvi delle Chiaviche, che l'acqua torbida ricevino, e chiarificata che sia, la lascino uscire, contuttociò in pratica non mi è sortito di vederne buoni effetti, mentre e conviene assoggettarsi a grosse spese nell'arginare, e se il Retratto racchiude qualche considerabile spazio, la torbida non si depone da per tutto, ma inegualmente, cosicchè si giudica miglior consiglio il tagliare a dirittura le rive, e lasciar che l'acqua dispersa abbonisca, ove il proprio corso la guida: Egli è ben vero, che non guari lontano dalle rive osservasi per ordinario seguir le deposizioni, le quali se non vengono però con l'arte condotte alle parti più lontane, mai si ottiene il fine che si desidera.

XXXIX.

Per ricever dunque l'accrescimento di altezza in superficie ne' Retratti, non basta formar l'arginatura, che li circondi, e munirla di Chiaviche, come non basta il dar de' semplici tagli nelle rive, abbenchè talvolta più giovi del primo, questo secondo ripiego, ma è necessario che con fossi di una conveniente profondità sia condotta l'acqua torbida verso i siti più bassi della Presa, e che questi fossi, che d'ordinario ad ogni piena s'interriscono, siano altrettante volte ricavati, gettando la terra o sopra delle sponde, o portandola ne' luoghi più bassi, ed in tal modo sianvi o non sianvi i virgulti, e le canne, si verrà ad ottenere il desiderato inalzamento della superficie del terreno, e potrà questo col tempo acquistare una sufficiente pendenza, per il proprio scolo. Sarà per altro da avvertire, che molto più facile sarà il ricolmare tali fondi, ne' quali non germogliassero le cannelle; che ove queste vi fossero; con tutto ciò ovvero che desse periranno sepolte fra il lezzo, ovvero che seguita la ricolmata, si potrà poi pensare di proposito ad estirparle; bensì il Padrone de' fondi da bonificarsi non avrà ad aver fretta alcuna per ricavarne il frutto, conciosiachè con tali mezzi commettendosi quasi tutto l'affare alla natura, è noto che questa quanto opera sicuramente nel produrre i suoi effetti, altrettanto va tarda nella perfezione de' proprj lavorieri.

XL.

Una terza maniera di bonificare i terreni paludosi vi è, cioè di formare in essi lunghi, e frequenti fossi paralleli, perchè la terra, che esce da questi, ammontonata sopra le rive, venga a rialzarle in forma di poterle seminare, e servono i fossi per lo ricetto delle acque piovane, ma è facile da vedere, che ciò non è praticabile, se non in piccolo tratto, mentre per altro la spesa salirebbe oltre i limiti del conveniente, nè certamente tornerebbe il conto a' Padroni di acquistare il Retratto a sì caro prezzo, e con il pericolo di ridurlo, atteso il ristagno delle acque, con una pessima aria. Tali acquisti al più son praticabili ne' vignali di codeste Lagune di Venezia, e di Chioggia per l' impianto, e coltivazione degli erbaggi inservienti all' uso della grande popolazione della Dominante, e de' luoghi suburbani; per altro gli alberi difficilmente vi crescono, e per la qualità del Terreno, e per il Salmastro, che d' ordinario vi domina. Se poi il terreno da retraersi è cuoroso, ed instabile, sarebbe affatto gettata la spesa, mentre la terra, che uscisse da' fossi predetti, non avendo nè nervo, nè consistenza, condotta che fosse sopra le rive, si marcirebbe, ed in breve tempo a poco più del niente si ridurrebbe.

XLI.

Sia il Retratto fatto per efficcazione o per alluvione, conviene sempre aversi molto riguardo alla qualità del terreno, e del fondo essendo che se questo prima stava inzuppato di acqua, o era con le cuore, efficcato che sia, o coll' inalzarlo di superficie con le deposizioni, o col ridurlo a scolare quanto basta, calerà egli sensibilmente, onde per non andare errati, converrà aversi riguardo ad un tale abbassamento, che sarà per fare il nuovo acquisto, perchè non resti questo, dopo perfezionati i lavorieri, senza il necessario scolo. Così nello stabilire gli argini circondarj, o trasversali si dovrà aver mira alla qualità della terra, mentre oltrechè anche la migliore resta soggetta dopo l' efficcazione ad abbassarsi, se è di cattiva qualità l' argine calerà eccessivamente, e fino a ridursi in niente, se sia di pura cuora: nè altro più reale rimedio vi è, che nel piantarlo unire la buona alla cattiva terra, e caricar con queste sempre più l' argine, mentre il peso farà addensare il di lui corpo, e di rara tessitura che potesse essere, lo

ren-

renderà denso, e consistente in modo da non più abbassarsi, e da escludere dal Retratto le acque forestiere.

XLII.

Rimane ad indicare il modo, scolati, ed asciutti che siano i Retratti, di ridurli a coltura, e si ottiene col dividerli con argini, strade, e fossi, il che chiamasi propriamente in questi nostri paesi, *impresar il Retratto*: Regola dunque generale deve essere prima di ogni altra cosa di far sì, che dalla cima al fondo per le situazioni più basse cammini lo *scolo generale*, il di cui condotto abbia una larghezza, che sia proporzionata alla grandezza del Retratto, che gli deve somministrar l'acqua. Per due mila Campi di un Retratto ho io dato una larghezza di 20. piedi Veneti al fosso dello scolo, ed una profondità di cinque piedi: in secondo luogo conviene impedire che le acque tutte non si accollino immediatamente alla parte bassa del Retratto, il che seguir non potrebbe se non con l'inondazione di molto tratto di esso, allora principalmente che la Chiavica non potesse restar aperta, e quando lo scolo avesse la servitù e soggezione di dover ricevere oltre le proprie, ancora delle acque forestiere. Converrà dunque se lo scolo non sia arginato a buona altezza, intersecare esso Retratto con uno o più argini trasversali, e munire di Chiaviche secondarie lo scolo al sito, ove essi argini traversali tagliassero il condotto, facendo però che la superior Chiavica del Traversagno non possa restar aperta, se prima non ha scolato la prima, e ciò per quel tempo, che sarà giudicato necessario, dopo il quale resterà aperta essa Chiavica superiore, ed altre ancora se ve ne saranno, altrimenti facendo, l'acqua verrebbe libera ad appoggiarsi tutta alla Chiavica maestra, nè potendo uscire così prontamente, passerebbe a ristagnare largamente sopra le vicine Campagne, con danno e sommo pregiudizio di tutto il coltivato, il che non s'incontrerà scolando ordinatamente di Chiavica in Chiavica.

XLIII.

Liberato il Retratto dalle acque, conviene poi impresarlo con le strade, fossi ed interni viali, e rami de' fossi di comunicazione. Sia per tanto il fiume FCBN (*Fig.* 10. *Tav. X.*), ed il Retratto BDAF, la di cui parte più alta e lontana dal fiume sia verso A, s'intenda tirato lo scolo YGB, che passi dalla parte più elevata Y alla più bassa B, ed abbia il fondo condotto sopra una cadente sola, quale cioè la richiede la posizione delli due punti estremi Y, e B; Sia OT l'indice della Tramontana, cosicchè O riguardi l'Ostro, e T il Settentrione; divisa la larghezza del Retratto EF in tre parti di 240. pertiche incirca per una, si segnino i punti F, R, G, H, e s'intendino condotte le *o* N, QL, AM, che dinoteranno tre stradoni, i quali si potranno tenere di una larghezza di 20. piedi, ed anche 24, per tirarvi poi ad essi lateralmente i loro fossi. Dipoi preso un punto K distante dal punto L altre 240. pertiche, o quel di più che fosse stato preso HG, si divida anco il rimanente dello stradone LQ ne' punti G, P, ed altri che vi capissero, salva l'antedetta divisione, e siano ridotte le rette DC, EF, *o* S ad angoli retti con i primi Stradoni, ed a' lati di questi Stradoni trasversali si profonderanno come in quelli i suoi fossi, e con la terra che ne uscirà si alzeranno essi stradoni respettivamente, ed il Retratto sarà impresato, e diviso in tanti quadrati, ciascheduno de' quali conterrà un'area quadrata di pertiche quadrate 57600.

XLIV.

Perchè nella piantagione degli alberi, e viti consiste forse la cosa più essenziale de' Retratti, pertanto sarà da prescrivere la maniera più utile per praticarla. Regola generale si è di dar a' seminati la maggiore, e più forte illuminazione del Sole, che sia possibile, onde ne emerge quella legge sempre osservata nell'Agricoltura, di stendere gli alberi in modo sicchè un tal necessario requisito con l'ombra de' loro rami togliere non possino, quindi le piantagioni degli alberi si fanno in linea retta da Tramontana al mezzogiorno, perchè ricever possa il terreno il caldo del Sole, allorchè riesce il raggio di questo maggiormente vicino alla sua perpendicolare, nel che veramente con-

siste

ſiſte la maggior di lui forza, e l'impianto predetto fa sì, che gettandoſi ſempre in queſto noſtro Clima l'ombra verſo di Tramontana, ogniqualvolta verſo del Mezzogiorno non vi ſia oſtacolo, avranno tutto il campo i raggi del Sole di ſtendere la propria forza a profitto della coltivazione, ed in tal maniera ſarà ſoddisfatto alle due maſſime tanto neceſſarie per la fecondità de' terreni, di aver il Sole il maggior tempo poſſibile della giornata, e di averlo, quando ſi trova nel maſſimo ſuo vigore, e vicino alla di lui culminazione. Se il Retratto non tiene paludi, e ſia, riſpetto al fiume recipiente, lo ſcolo in qualche conveniente altezza, i ſoli foſſi, che le ſtrade accompagnano, de' quali ſi è detto nel numero antecedente, ſaranno ſufficienti; ma ſe mancaſſe delle predette condizioni, converrà da Tramontana a mezzogiorno eſcavarne ancora degli altri a tal direzione paralleli, come *ad*, *be*, *ef*, *qs*, (*Fig.* 10. *Tav. X.*) i quali comunichino con gli antedetti, e fra queſti farvi i ſuoi *trami*, o piccole ſtrade inſervienti per la comunicazione, e per agevolare lo ſcolo delle acque, ed in oltre altri ſaranno da formarſi da Levante a Ponente al medeſimo oggetto, *ik*, *gb*, che ſerviranno ancora per troncar la ſoverchia lunghezza del ſolco per l'aratro. Dietro dunque alle ſtrade e *trami* diſteſi da Tramontana in Oſtro ſi pianteranno gli alberi e le viti, e mai in quelli da Levante a Ponente, a riſerva, quando ſi voglia, di piantarne dietro alle ſtrade principali, onde interromperſi ancor quivi la ſoverchia loro lunghezza, e per renderle atte al paſſeggio in riguardo del Sole. E perchè nell'interſecazione delle ſtrade come in G, Z, ſe i foſſi devono comunicare, reſteranno deſſe tagliate; pertanto ſaranno da formarſi o de' ponticelli di pietra, ſe la ſpeſa lo comporta, ovvero comunicare eſſi foſſi con de' botticini di legno ſotterrati ſotto il piano degli ſtradoni; E finalmente, ſe il fiume recipiente può creſcere in modo da entrare nel Retratto, ſarà da munire lo ſcolo con la Chiavica B, e quando la vaſtità della bonificazione foſſe aſſai conſiderabile, o doveſſe ricevere acque ſuperiori, e foreſtiere, converrà nello ſcolo maeſtro YB piantare delle altre Chiaviche di mezzo, e ben arginare il condotto, per ſmaltire le acque a' ſuoi tempi, come ſi è eſpoſto al numero XLII.

XLV.

Ma non potendo mai la ſuperficie de' Retratti reſtarſi tutta collocata ſotto una ſola orizzontale, ma per ordinario, fatta che ſia la

la bonificazione, rimanendo pure de' piani più baſſi, e che facilmente reſtano inondati dalle piogge; per tanto *impreſato* che ſia il Retratto, converrà diſtinguere, e ſeparare tali piani, riducendo cioè a coltura di ſemina il piano più alto, a prato il mediocremente elevato dall'acqua, ed a paſcolo quello che reſta poco ſopra del Jivello di eſſa: Nulla ſi dice nè delle fabbriche dominicali, nè delle Coloniche, nè tampoco delle altre per uſo di Stalle, fenili ec. tutto ciò appartenendo alla civile Architettura, non ad un Trattato di acque.

CAPI-

CAPITOLO DECIMOQUARTO.

Della forza dell' acqua per rapporto agli Edificj, e del modo di ridurli con il maggiore possibile vantaggio nel loro movimento.

I.

Abbenchè dal numero I. dell' Appendice del Capitolo secondo, e da' primi pure del Capitolo primo ricavare si possa quanto in questi numeri preliminari alla Teoria delle macchine siamo per esporre, nientedimeno a maggior lume, e chiarezza si è voluto qui di nuovo ritoccare que' primi principj della Statica, e dedurne analiticamente la loro sorgente. Sia dunque da cercarsi il tempo impiegato dall' acqua, considerata come un grave, che discende da A in C, (*Fig.*11.*Tav. X.*) e da A in B, vale a dire, che passando dal medesimo punto A, arrivi in una data quantità alla stessa orizzontale CB. Costa dalle meccaniche, che se il moto sarà equabile in scorrendo un piano, lo spazio percorso dal mobile è in ragion composta della velocità, e del tempo; se per tanto chiameremo s il detto spazio, u la velocità, e t il tempo, sarà per un infinitesimo della discesa AB perpendicolare, l' equazione $ds = udt$; istessamente perchè la forza sollecitante (che quivi altro non è che il peso dell' acqua) moltiplicata nel tempo è come la velocità; sarà ancora $fdt = du$ (dicendo f detta forza); quindi $\frac{ds}{u} = dt = \frac{du}{f}$, e però $udu = fds$, ed integrando $uu = 2fs$; e perchè la gravità è una forza costante, sarà $u = \sqrt{2s}$, onde sostituendo questo valore di u nella formola $ds = udt$, sarà $ds = dt\sqrt{2s}$, ovvero $dt = \frac{ds}{\sqrt{2s}}$, ed integrando $t = \sqrt{2s}$, onde si raccoglie, che i tempi, non che le velocità, siano nella dimezzata del doppio spazio percorso, ed è manifesto, che verificandosi tal legge ne' moti accelerati, si darà ancora quella per gli equabili, bastando per questi prendere il doppio dello spazio corso.

Quando

II.

Quando poi l'acqua si muova nel piano inclinato AC, la di cui altezza sia il perpendicolo AB: allora la forza della gravità non già tutta si eserciterà nel farla discendere, ma solamente una parte di essa, data però, e costante. S'inalzi da qualunque punto D la DE parallela ad AB, ed eguale alla gravità assoluta dell'acqua, o sia al di lei peso; dal punto E si conduca EF, che faccia angolo retto con la AC, sarà, com'è noto dalle meccaniche, DF la forza residua, e sollecitante la massa dell'acqua alla discesa per questo piano, consumandosi l'altra rappresentata per FE, nel premere AC, non già nell'accrescergli il moto progressivo, facendo questa le veci di forza morta, dove l'altra le fa di viva. Sia da trovarsi in qual ragione stiano i tempi di queste discese; si chiami però m il piano AC, T il tempo che può consumarsi in percorrerlo; e perchè tanto negl'infinitesimi de' piani inclinati hanno luogo, quanto negl'infinitesimi delle perpendicolari, le leggi delle accelerazioni, e di ogni altro fenomeno del moto, pertanto sarà come nel numero antecedente $ds = udt$, e $dm = udT$ (avendo non altro di comune, che le velocità; mentre è già dimostrato, che tanto ne' piani inclinati, quanto nella perpendicolare, le velocità ne' punti analoghi dell'orizzonte B, e C sono eguali): sarà dunque $dt . dT :: \frac{ds}{u} . \frac{dm}{u} :: ds . dm$, ovvero $t . T :: s . m ::$ AB. AC, cioè a dire, che i tempi saranno direttamente come le lunghezze del piano AC, e della perpendicolare AB, come anche fu dimostrato dal Galileo.

III.

Per aversi il rapporto delle forze rispetto ai tempi, si dica F la forza nel piano inclinato = DF, ed il resto come sopra. E perchè, per il numero primo di questo, $fdt = du$, sarà ancora $FdT = du$, onde $fdt = FdT$, allorchè si faccia il paragone delle scese dell'acqua in B, e C; e pertanto $f . F :: dT . dt$, ovvero $f . F :: T . t :: m . s$, per il numero precedente; quindi le forze saranno reciprocamente come i tempi, o come gli spazj percorsi nel piano inclinato, e nella perpendicolare.

Sia

IV.

Sia da ritrovare nel piano inclinato AC il punto R, a cui arrivi l' acqua nel medesimo tempo, che partendo dallo stesso punto A giunga in B nella perpendicolare. Poste le stesse cose come sopra, si dica $AR = y$, e condotta la RG parallela a AC, sia $AG = x$. Essendo che per la supposizione la quantità del moto deve pareggiarsi in B, ed R, cioè dell' acqua, che discende nella perpendicolare, e nel piano inclinato, e tal moto essendo come il respettivo peso nella respettiva velocità, sarà nel piano inclinato $F\sqrt{AG}$, e nella perpendicolare $f\sqrt{AB}$, e l' equazione $F\sqrt{AG} = f\sqrt{s}$; ma F, per li numeri II. e III. di questo, è eguale ad $\frac{fs}{y}$ (essendo quivi y ciò, che ivi era m) si ridurrà però la detta equazione ad essere $sx = yy$, onde AB . AR :: AR . AG, che dinota, che il punto R sarà sempre in un circolo, il di cui diametro AB, onde ne emerge il Teorema assai noto a' Geometri, che tutte le corde di un circolo verticale siano corse da un grave nello stesso tempo, che il medesimo descrivesse il diametro.

V.

Scolio. Fornisce la Trigonometria il modo di conoscer facilmente essa AR, data la AB, e l' angolo d' inclinazione RAB nel triangolo ABR; Sia il seno tutto R, $AB = s$; il co-seno dell'angolo d'inclinazione, cioè l' angolo $RBA = q$, sarà l' analogia $R . s :: q . \frac{qs}{R}$, che si faccia eguale ad $y = AR$, ch' è il ricercato spazio.

Se dunque faremo $s = 12$, $q = 43°. 25'$. sarà $y = \frac{12 \times \textit{seno } 43°. 25'}{\textit{seno tutto}}$,

e prendendo i logaritmi $1.0791812 + 9.8371456 - 10.0000000. = 0.9163268 = 8$ incirca.

Ma ſupponendoſi data la AR, ed incognito l'angolo d'inclinazione, ſarà $q = \frac{Ry}{s}$. Sia però $y = 4$, $s = 12$, ſarà $q =$ l. 10.0000000. + l. 0.6020600 — l. 1.0791812 = l. 9.5228788 = 19°. 28'. ſeno del complemento, onde l'angolo ricercato d'inclinazione ſarà = 70°. 32'.

Parimente ſe foſſe $y = 1$, ed il rimanente come ſopra, ſarà $q =$ l. 10.0000000 + l. 0.0000000 — l. 1.0791812. = l. 8.9208188 = 4°. 46'. dunque l'angolo RAG d'inclinazione ſarà 85°. 14', e tal acqua non farebbe che poco viaggio in un'ora, come agevolmente ſi può ricavare dal calcolo, nè diſſimile da quello che fa il Po baſſo vicino al Mare.

VI.

Si è poſta la AB per la miſura fiſſa della caduta dell'acqua dentro di un ſecondo di tempo, a norma di quanto laſciò regiſtrato a prova di oſſervazioni il Mariotte nel ſuo Trattato del movimento dell'acque, pag. 403. Tomo ſecondo, ſtabilita la qual miſura, andò poſcia determinando la forza dell'acqua ne' piani inclinati, allorchè avanzandoſi ſopra di queſti, s'impiega a muovere le ruote de' Mulini, col momento, che ne riſulta dalla quantità dell'acqua che urta, e dalle reſiſtenze delle palmette delle ruote, che devonſi muovere.

VII.

Un vaſo, o conſerva di acqua ABEF (*Fig.* 12. *T. X.*) tenuta ſempre piena ſino in B, e che abbia un emiſſario quadrato C comunicante col mezzo del tubo AC con eſſa, darà il getto di eſs' acqua CR, che di ſua natura, preſcindendo dalle reſiſtenze, ſalir dovrebbe ſino all'orizzontale EB, ma trovando il peſo P, ſarà queſto ſoſtenuto, e bilanciato in qualche ſito riſpondente all'orizzontale, che paſſerà per il punto D. Sia la velocità con cui urterà l'acqua nel peſo predetto P, V; eſſo peſo $P = p$, il foro $C = ee$, e $BD = x$. Perchè l'impreſſione dell'acqua contro di P è come l'orificio nel quadrato della velocità, e queſta nel punto D in dimezzata di DB, ſarà $p = eeVV = eex$. Sia poi da paragonarſi la reſiſtenza, o reazione del detto peſo all' azione dell' acqua con l' urto di quella di un fiume contro delle ruote degli edificj, e ſia generalmente la proporzione delle velocità della ſaliente predetta alla cor-

corrente del fiume come n ad m, se si dirà la velocità di questo u, sarà $n . m :: V . u$, ed $V = \frac{nu}{m}$, ed $VV = \frac{nn\,uu}{mm} = x$, quindi la formola di sopra posta si cangia in $p = \frac{ee\,nn\,uu}{mm}$, ovvero $\frac{mmp}{nn} = ee\,uu$.

VIII.

Dalle osservazioni fatte dal Mariotte nel Trattato antedetto pag. 405. si ha, che in una conserva alta piedi 12 di Parigi, succede un getto di acqua valevole a sostenere un peso di libbre 210, quando il foro di esso getto sia quadrato, e il di cui lato sia di mezzo piede: si ha inoltre, che la velocità dell'acqua all' uscire da un tal foro può fare 24 piedi di moto equabile in un secondo di tempo, dove quella della Senna non fa nel detto tempo che piedi 4; a tal conto dunque sarà $e = \frac{1}{2}$; $p = 210$; $n = 6$; $m = 1$; onde la forza dell' acqua di essa Senna $eeuu = \frac{mmp}{nn} = \frac{210}{36} = 5 + \frac{5}{6}$ di una libbra: Se dunque la dett' acqua percuoterà una palmetta quadrata di una ruota, che fosse di un mezzo piede di lato, non sosterrebbe che la trentesima parte delle 210 libbre; Se poi la palmetta crescesse, più ne sosterrebbe; Sia $ee = 1$, dove prima non era che $\frac{1}{4}$ di piede di area, crescerà dall' uno al quattro, e perciò sosterrebbe $4 \times 5\frac{5}{6} = 20\frac{20}{3} = 23\frac{1}{3}$ in circa, ed essendo le palmette delle ruote de' Mulini della Senna lunghe piedi 5, e larghe piedi 2, avranno di superficie piedi 10, e sostenteranno libbre $233\frac{1}{3}$, e quando al medesimo asse fossero collocate due ruote eguali sosterrebbero queste, libbre $466\frac{2}{3}$.

IX.

Così il Mariotte. Noi seguendo un' altra strada cercheremo direttamente ed *a priori* il valore delle impressioni dell' acqua sopra delle ruote. Sia un canale aperto o chiuso collocato a piombo come AB (*Fig.*13. *Tav.X.*), ed un altro inclinato come AC, ed ambidue siano ripieni di acqua, e tali siano conservati, avendo libera l' uscita in B, e C, si deve conoscere l'impressione che farebbe quest' acqua all' uscire se incontrasse un ostacolo ad angolo retto con la direzione

del di lei moto, e supposto che tanto il perpendicolare, che l' inclinato terminassero nella medesima orizzontale BC. Sia BF perpendicolare alla CA, ed esponga AB il peso o la gravitazione assoluta dell' acqua nella perpendicolare; essendo dunque i triangoli CAB, FAB simili, sarà AC . AB : : AB . AF, ed $AF = \frac{AB^2}{AC}$; espressione, che vale la forza che rimane ad un grave per discendere nel piano inclinato qualunque AC, cioè la forza *sollecitante*, dove nella perpendicolare essa forza vale la AB eguale a tutta la gravitazione, ed è lo stesso (nel caso che il grave sia l' acqua che discende pel canale) come se nel piano inclinato pesasse ed agisse es' acqua, come AF, dove nella perpendicolare pesa, ed opera come AB.

X.

E' da trovarsi l' impressione, che può esser prodotta dalla discesa dell' acqua dal punto A al punto C. L' impressione è come la forza operante in un momento, applicata ch' è alla resistenza; inoltre essa forza è come la massa moltiplicata nel quadrato della velocità; ma la massa è come la superficie o l' area della sezione, dunque l' impressione sarà come detta superficie nel quadrato della velocità; e se essa superficie si prenda eguale all' area percossa della palmetta di una ruota di un edificio, sarà l' impressione come la superficie della palmetta nella duplicata della velocità, o nell' altezza da cui cade l' acqua.

XI.

Data la lunghezza del piano AC, (*Fig.* 14. *Tav. X.*) e suppostolo inclinato in infinite maniere sopra la CE, senza però che resti mai alterata la di lui lunghezza, sia da ritrovarsi una linea DF, ch' esprima l' impeto dell' acqua per tutte le varie inclinazioni di esso dato piano. Si produca CB orizzontale tanto verso G, che verso E, e si faccia CG = CE = al prodotto del quadrato della sezione di C, e del quadrato AC, lunghezza di detto piano; indi CD si faccia eguale al prodotto del quadrato di detta sezione nel quadrato del seno della inclinazione di detto piano, cioè nella CB; dipoi col centro C, intervallo CG sia descritto il semicircolo GHFE, se in questo sarà condotta l' ordinata DF, dinoterà ella la ricercata impressio-

preſſione, e la metà della circonferenza EFH ſarà il luogo di tutte le impreſſioni che potranno naſcere dalle varie inclinazioni del dato piano AC; mentre per la natura del circolo; GD (GC + CD). DF : : DF. DE (CE — CD) ſarà perciò DF quad. = GC quad. — CD quad. ma GC è come la ſezione moltiplicata con AC, e CD è pure come la medeſima ſezione moltiplicata con CB per la ſuppoſizione, dunque DF quad. è eguale al quadrato della ſezione moltiplicata nella differenza de' quadrati di AC e CB, e per conſeguenza DF è eguale alla ſezione moltiplicata con AB; ma AB moltiplicata nella ſezione, vale l' impreſſione; dunque ec.

XII.

Sia da cercarſi la reſiſtenza del piano orizzontale DB, (*Fig.* 15. *Tav. X.*) poſte le ſteſſe coſe come ſopra; ſi produca AC in F dimodochè CF vaglia l' impreſſione dell' acqua contro un piano orizzontale ſe cadeſſe da una data altezza, ſi conduca DF parallela ad AB, la quale AB dinota l' altezza della caduta riſpetto al piano orizzontale DB, ſarà l' impreſſione FC riſolta nelle due forze FD, DC, di cui queſta non fa urto alcuno, per operare ſempre con direzione equidiſtante al piano DCB, onde tutto lo sforzo, che contro di eſſo piano s' impiega, oppure, ch' è lo ſteſſo, il contraniſo di eſſo piano riſpetto all' impreſſione ſarà come la DF: ed eſſendo per i ſimili triangoli DCF, CAB; AC. AB : : FC. DF, ſarà $DF = \frac{AB \times FC}{AC}$; ma per il numero antecedente FC = AB moltiplicato nella ſezione, dunque DF, o ſia la reſiſtenza ricercata ſarà in ragione compoſta della diretta della ſezione del Canale, e del quadrato dell' altezza AB, ed inverſa della lunghezza del piano o Canale inclinato AC, il che ec.

XIII.

Coroll. I. Naſce da ciò, che a miſura che il Canale ſarà con maggior inclinazione al piano orizzontale, la reſiſtenza o reazione di queſto diverrà maggiore, e maſſima allora che ſi confonderà con la perpendicolare, nel qual caſo la reazione diverrà eguale all' impreſſione aſſoluta CF, o ſia al momento totale dell' acqua diſcendente a piombo.

Co-

Coroll. II. E si ricava ancora, che essendo la DF sempre minore di CF per qualunque obliquità che abbia il piano AC rispetto di AB, e solo diventandogli eguale nella perpendicolare, quindi l' impressione totale dell' acqua in tal supposizione, sarà sempre maggiore di quella che viene esercitata nel piano obliquo, e l' impressione parziale di ess' acqua sarà altrettanto minore, quanto è maggiore l' obliquità dell' incidenza.

Coroll. III. Se però il piano DCB fosse costituito in una quiete amovibile, resterà più tardamente mosso a misura del ricevere l' impressione dell' acqua con maggiore obliquità, e per lo contrario sarà mosso con maggior momento se l' angolo dell' incidenza sarà maggiore, e meno acuto.

XIV.

Per tanto fino a che il piano DB non potrà ricevere tutta l' impressione dell' acqua, non seguirà il massimo di lei effetto, nè questo potrà succedere se il detto piano non riesca perpendicolare a CA, come sarebbe PR, ed allora il momento dell' impressione sarà il massimo, facendosi il prodotto della sezione nell' altezza AB.

XV.

La sopradetta impressione sarà della massima forza, ogni qualvolta succeder possa, che l' acqua discendente pel Canale AC sia in stato in un momento di tempo di sottrarsi dal piano PR: che se questo in qualche modo (ricevuta l' acqua) la trattenesse, o ribattesse, allora nella supposizione che esso piano sia movibile intorno di un centro, non potrà con eguale celerità secondare il moto dell' acque, nè si otterrà il detto massimo effetto, abbenchè esso piano sia normale ad AC, conciosiachè il momento dell' acqua discendente resterà non poco debilitato da un tale ribalzamento, o quiete dell' acqua trattenuta. Parimente se si supporrà PC una palmetta di una ruota convertibile attorno del centro C, di modo che non potendosi conservare PC perpendicolare ad AC, se non per un istante di tempo, avrà a ricevere essa palmetta PC, varie e differenti impressioni a misura delle varie incidenze, sotto le quali incontrerà la direzione della corrente del Canale, quindi per supputare con l' esattezza possibile il movimento di una ruota mossa dalla forza dell' acqua, fa-

farebbero da raccoglierfi molte pofizioni della palmetta, e dall' aggregato di varj momenti rifultanti, ricavarne pofcia la media impreffione, che effa ruota farà per ricevere.

XVI.

Sia FFD (*Fig.16.Tav.X.*) una ruota, che girar poffa nel centro C, ed abbia il fuo fufo EC, colle palmette DF, DF, DF ec. nelle quali percuotendo l'acqua, che cada da AB, la faccia girare. Si fupponga al fufo EC attaccato il pefo P di tanta mole, e gravità, che non oftante l'imprefsione dell'acqua fatta fopra la palmetta B, rimanga in equilibrio, nè punto fi muova, abbenchè per pochifsimo che effo pefo fcemaffe, concepir poteffe il moto, farà il pefo in ragione diretta dell'area della palmetta B, della diftanza CB dal centro della ruota al centro di azione di detta palmetta, e dell'altezza AB, e reciproca della CE, femidiametro del fufo: Conciofiacofachè per i principj della meccanica, e delle leggi di quella macchina, detta *affe in peritrocbio*, effendo l'analogia, come la forza dell'acqua, che cade fopra la palmetta in B, alla refiftenza del pefo P, così CE a CB, e la forza dell'acqua in B valendo, per il numero X. di quefto, la fezione dell'acqua nell' altezza AB, dunque effa fezione nella detta altezza alla refiftenza del pefo farà nella ragione di CE a CB, e perciò la detta refiftenza P in ragione compofta della diretta della fezione, dell' altezza AB, e della BC, e reciproca della CE; il che ec.

XVII.

Coroll. I. E perchè l'altezza AB fta come il quadrato della velocità, per tanto farà la detta refiftenza in ragione della fezione della CB, e del quadrato della velocità direttamente, e reciprocamente come la CE.

Coroll. II. E fe fi condurranno EA, e GH parallela all'orizzontale CB, farà il pefo o refiftenza P in ragione compofta della fezione, dell'altezza AB, e della AH direttamente, e contrariamente della BH: imperocchè per i triangoli fimili effendo EB. AB : : EC. BH, farà ancora $EB \times BH = AB \times EC$, ovvero EC + CB. AB : : EC. CG, e perciò il rettangolo $CE \times AB$ eguale a' rettangoli $CE \times CG$, e $CB \times CG$, e farà ancora la differenza de' rettangoli $CE \times AB$, e $CE \times CG$ eguale al rettangolo $CB \times CG$, e per

e per conseguenza sarà CE eguale al rettangolo CB × CG direttamente, e reciprocamente ad AH, ed essendo la forza impellente dell'acqua eguale alla sezione, altezza AB, e CB direttamente, e reciprocamente alla CE, sarà ancora eguale alla composta della diretta di detta sezione, altezza AB, ed AH, e contraria CG, ovvero BH.

XVIII.

Per poco poscia che la forza impellente dell'acqua sia maggiore della resistenza del peso P, resterà subito distrutto l'equilibrio, e la ruota dovrà girarsi attorno del centro C, e se il peso P fosse infinitamente piccolo rispetto a detta forza impellente, e la ruota sarà considerata, come non grave, si rivolgerebbe con la stessa celerità, con cui discende l'acqua sopra della palmetta; vale a dire che se l'altezza AB, alla circonferenza della ruota fosse come r al q, e supponendosi col Mariotte, che l'acqua in discendendo percorresse di moto equabile, cioè con velocità inalterata ed eguale alla massima concepita nel punto infimo della caduta, 24 piedi in un secondo, se per l'altezza r si chiamerà n il tempo impiegato, sarà quello con cui si fa un giro intiero della ruota $\frac{tq}{r} = n$. Così per esempio essendo r di 12 piedi, cioè che l'acqua di moto accelerato cadesse da tal altezza, la circonferenza q fosse 80. piedi, sarebbe secondo le osservazioni di detto Mariotte $t = 1''$ e per conseguenza un giro della ruota succederebbe in sei secondi di tempo e due terzi.

XIX.

In due ruote di egual raggio, ma mosse da ineguali altezze di acqua, e con ineguali palmette, sarà la palmetta della prima ruota mossa dalla minor caduta di acqua, alla palmetta della seconda ruota mossa dalla maggior caduta in ragione dimezzata composta delle rivoluzioni e peso della seconda, altezza della caduta dell'acqua e tempo consumato dalla prima, alla dimezzata delle rivoluzioni e peso della prima, altezza e tempo della seconda; imperocchè il numero delle rivoluzioni di una ruota è in ragione diretta del tempo e dell'impressione, che vi

pra-

pratica l'acqua, e reciproca del peso della macchina da muoversi, onde sarà per le due differenti ruote (dicendo N (*Fig.17.Tav. X.*) il numero de' giri della prima BC, ed M quelli della seconda EF; il tempo della prima t; quello della seconda T; l'impressione della prima i, ed I quella della seconda) l'analogia $N . M :: \frac{it}{p} . \frac{TI}{P}$; ma l'impressione per il numero X. di questo vale $BC^2 \times AB$ per la prima, e $EF^2 \times DE$ per la seconda; dunque $N . M :: \frac{BC^2 \times AB \times t}{p} . \frac{EF^2 \times DE \times T}{P}$, ovvero $N . M :: BC^2 \times AB \times P \times t . EF^2 \times DE \times p \times T$, e perciò $M \times BC^2 \times AB \times P \times t = N \times EF^2 \times DE \times p \times T$, cioè $EF . BC :: \sqrt{N \times DE \times p \times T} . \sqrt{M \times AB \times P \times t}$, il che ec.

XX.

Coroll. I. Se i tempi, e le cadute dell'acqua saranno eguali, sarà la sezione DE in diretta ragione composta della sezione BC, de' giri di DE, e del peso P, e reciproca de' giri di BC, e del peso p.

Coroll. II. Ed il peso p al peso P sarà in ragione composta delle rivoluzioni di DE, e della sezione BC, al numero delle rivoluzioni di BC, e della sezione DE, ovvero in ragione diretta del numero delle rivoluzioni di DE, e reciproca della sezione di essa DE, al numero delle rivoluzioni di BC, e reciproca della sezione BC.

Coroll. III. Onde il peso P sarà in ragion composta del peso p, del numero delle rivoluzioni di BC, e della sezione DE, e contraria del numero delle rivoluzioni di DE, e della sezione BC.

Coroll. IV. Conosciuto però il peso della macchina prima di aggiungerseli nuovo peso, note le sezioni, ed il numero de' giri, sarà pur conosciuto il peso, che gli verrà aggiunto, il quale se si nominerà Q, EF, x; BC, e; sarà $P = p + Q$, onde $Q = p \times \overline{\frac{N}{M} \times \frac{xx}{ee} - 1}$: quindi se si supporrà $p = 4000$; $N = 4$; $M = 3$; $xx = 144$; $ee = 100$, sarà $Q = 3680$, e perciò $P = 7680$.

Coroll. V. E se i pesi fossero ancora eguali, sarebbe il nume-

 ro

ro delle rivoluzioni, come le aree delle palmette percoſſe dalle ſezioni dell'acqua, e vicendevolmente date le aree o ſezioni non potrà rimaner ignoto il numero delle rivoluzioni.

XXI.

Conſiſtendo nel giro delle ruote più o meno celere, tutto ciò, che concerne la meccanica degli edificj, non ſarà ſe non di profitto il cercare le poſſibili facilità per ottenere tali movimenti, ed ogni altro vantaggio sì per l'accreſcimento della forza dell'acqua, sì per la diminuzione delle reſiſtenze delle macchine, ond'eſſo movimento ſi venga il più che ſi può ad accreſcere. Soſtenúta per tanto che ſia l'acqua a quell'altezza, che non ſia pregiudiciale alle vicine Campagne, o ad altri edificj ſuperiori, ſe ve ne foſſero, ſi forma quel Canale, detto volgarmente *Gorna*, di una figura piramidale tronca, a motivo di reſtringerla qualche poco nel ſito ove l'acqua ha da percuotere la palmetta della ruota, mentre accreſcendoſi con ciò la velocità dell'acqua, nella ragione inverſa delle ſezioni del rimanente del Canale, ſi venga anco ad aumentare il di lei moto di maniera, che ſe queſto foſſe di un ſeſto più largo all'entrar dell'acqua, che al ſito ove l'acqua fa l'impreſſione ſu la palmetta, oltre dell'incremento della velocità a cagione della maggior caduta, che acquiſta a miſura dell'accoſtarſi ad eſſa palmetta, reſterebbe, com'è noto, accreſciuta ancora la detta velocità di un ſeſto di quella all'ingreſſo, ove cioè la caduta ha l'origine, ſuppoſto però che ſempre ſi conſervaſſe da per tutto la ſteſſa altezza dell'acqua nel Canale della *Gorna*; contuttociò ancorchè queſta reſtaſſe in qualche parte alterata, nientedimeno quando la ſezione reſti più anguſta, ſarà ſempre accreſciuta la velocità, e con queſta il momento dell'impreſſione.

XXII.

Riputandoſi che la curva della breviſſima diſceſa de' gravi, quando foſſe poſta in pratica nell'affare degli edificj, poſſa ad eſſi procurare non poco vantaggio, ſe ne darà quivi l'idea, ed il modo di ſervirſene a miſura delle varie circoſtanze. Tal Problema è ſtato ſciolto da molti Celebri Geometri; noi ci appiglie-

re-

remo a quella soluzione, che viene registrata negli Atti di Lipsia 1697, e che è fondata sopra il principio fissato già dal Fermazio, dimostrato poscia dall'Ugenio, e dal Leibnizio intorno alla via brevissima, che di fare intende la natura nel far passare il raggio della luce da un mezzo men raro ad uno più raro, e come che si raccoglie dalle dimostrazioni di detti rinomatissimi Matematici, esser le velocità de' raggi nella ragione costante del loro seno d'inclinazione, ne proviene, che in un mezzo, che fosse di una variante densità in ogni punto di sua penetrazione, verrebbe esso raggio a formare la curva ADH, (*Fig.* 1. *Tav. XI.*) nella quale prendendosi Dd, elemento infinitesimo di essa, come costante, e CB ordinata della curva AC, per una linea esprimente la velocità del grave, che cadesse lungo la curva AD, nel punto D sarebbe l'analogia Dd. DE :: a. CB (prendendo bd infinitamente prossima e parallela a BE) dicendo però AB$=x$; BD$=y$; D$d=ds$; CB$=u$, sarà ds. dy :: a. u, ed $ady = uds$, ma $ds = \sqrt{dxx + dyy}$, dunque $ady = u\sqrt{dxx + dyy}$, e dy $= \frac{udx}{\sqrt{aa - uu}}$, e volendosi secondo l'ipotesi del Galileo $uu = ax$, cioè la curva AC una parabola conica, sarà $dy = dx\frac{\sqrt{ax}}{\sqrt{aa - xx}}$, ovvero facendo $a = 1$, $dy = dx\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a - x}}$, ch'è l'equazione alla cicloide, come vien dimostrato nel predetto luogo dal chiarissimo Sig. Bernoulli.

XXIII.

Rimane, che a perfetta notizia di questa proposizione si dia anco il metodo di formare da punto a punto la cicloide stessa, fu di cui poscia si abbia ad assestare il ricercato Canale, o Gorna; per fare il che non ci allontaneremo da quanto nel detto incontro ha prodotto il sopralodato Sig. Bernoulli. Siano i due punti dati A, e B, (*Fig.* 2. *Tav. XI.*) per i quali debba passare la porzione di cicloide AFB. Si faccia dunque una cicloide AHD, che abbia la sua origine al punto A, e la di cui base sia l'orizzontale AD; dipoi si unischino i punti A, B, con la retta AB, che taglierà in C la descritta cicloide. Si faccia AC. AB :: GH diametro del circolo genera-

ratore della detta cicloide alla quarta proporzionale, che sarà il diametro del circolo generatore di un' altra cicloide, che cominciando pur essa in A passerà per B, e sarà la ricercata: se però sopra AFB sarà descritto il Canale, o Gorna, l'acqua che per A vi entrerà, giungerà in B dentro il più breve tempo, rispetto a quello che consumerebbe in discendendo per ogni altra curva posta, e descritta fra i medesimi termini, non esclusa nè meno la linea retta AB.

XXIV.

Scolio. Abbenchè generalmente debba esser vera la predetta analogia AC. AB : : GH. KI per determinarsi la ricercata cicloide, che passi per i due punti A, B, qualunque sia il sito di B, *b*, *b* ec. rispetto all'orizzontale AE, resta però chiaro, che il punto E cader mai non possa in questa, giacchè quivi il grave non si moverebbe per forza della propria gravità, dove nelle cicloidi, prescindendo dalle resistenze del mezzo, dovrebbe muoversi e percorrerla nel tempo più breve, che correr potesse qualunque altra curva posta fra essi due termini, e ciò atteso l'impeto concepito, allorchè arriva al punto infimo I, dove nella retta orizzontale, non potendo mai muoversi, nè concepire per conseguenza impeto alcuno, resta questa esclusa da ogni paragone: Non così per altro succede per le rette inclinate A*b*, A*b*, terminate fra i due punti I, ed E, nelle quali abbenchè più tardamente, sono però percorse dal grave, ed il tempo per queste, al tempo per l'arco cicloidale, ha una sensibile e finita proporzione; ciò non ostante, ne' Canali inclinati per dar moto agli edificj, convien far in modo sicchè l'arco AFB termini sempre di quà dalla metà della cicloide AFI, perchè l'acqua nel risalire non bene incontrerebbe la palmetta della ruota, nè anderebbe esente da resistenze tali, che potrebbero notabilmente ritardarla nel proprio movimento.

XXV.

Se dunque il Canale non deve scorrere oltre del vertice della cicloide I, sarà la AB, allorchè il punto B cada in I, la massima corda di detta curva, e per conseguenza l'angolo, che comprenderà coll' orizzontale AE sarà il minimo nelle antedette circostan-

ſtanze; ſe però i due punti A, B ſiano collocati in modo, coſicchè la retta AB faccia un angolo o eguale o maggiore del detto minimo, allora la cicloide ſi potrà deſcrivere per formare la Gorna; che ſe l' angolo tale non foſſe, converrà avvicinare di più il punto A alla perpendicolare KI, onde ottenerſi l' apertura deſiderata dell' angolo, ch' è lo ſteſſo, come accorciare di qualche piccolo ſpazio la Gorna o canale, perchè l' acqua poſſa per la ſtrada cicloidale agire ſopra della palmetta della ruota; il detto minimo angolo ſi trova eſſer di gradi 32. 28′ ſuppoſta la rettificazione della linea circolare, e che la proporzione del diametro alla circonferenza ſia come 113 a 355, il che ſi ricava nel modo ſeguente.

XXVI.

Si dica il diametro $GH = 2a$, ſarà l' analogía $113 . 355 :: 2a . \frac{710a}{113}$ = alla circonferenza intiera, il di cui diametro è GH; dunque mezza eſſa circonferenza, che per la natura della cicloide è ſempre eguale alla retta AG, ſarà $= \frac{355a}{113}$, e quando C cada in H ſarà $\sqrt{AG^2 + GH^2} = AH$, ovvero AC, ed in numeri $= a\sqrt{\frac{177101}{12769}}$, ed eſſendo AH . AB :: GH . KI; ſe diremo $AB = AI = m$, ſarà $a\sqrt{\frac{177101}{12769}} . m :: 2a . \frac{2m\sqrt{12769}}{\sqrt{177101}} = KI$. Se però ſupporremo che m ſia il ſeno tutto, ſarà queſta KI, il ſeno del ricercato angolo per l' inclinazione del noſtro canale.

log. ſeno tutto	= 10.0000000
log. 2.	= 0.3010300
log. $\sqrt{12769}$	= 2.0529253
	12.3539553
ed il log. di $\sqrt{177101}$	= 2.6241093
	9.7298460

logaritmo che riſponde proſſimamente a gradi 32. 28′.

Rico-

XXVII.

Riconosciuta che sia la differenza dell' altezza, che corre fra i due punti A, e B, computata nella perpendicolare, che dicasi p, sarà facile da rilevare la lunghezza massima, che in quella data altezza può avere il canal della Gorna, mentre nel Triangolo rettangolo AKI sarà come il seno di gradi 32. 28′, minima inclinazione della corda massima della cicloide, alla KI (p) così il seno tutto alla ricercata AI, e prendendo i logaritmi resterà sempre espressa per questa formola l. 10.0000000 + $l\,p$ — l. 9.7298460, e supponendo per esempio $p = 40$ once, sarà AI = log. 11.6020600 — l. 9.7298460 = l. 1.8722140 = 74 e mezzo in circa; onde la massima lunghezza della Gorna per detta altezza di 40 once di cadente, non potrà esser maggiore di once 74 e mezzo, cioè poco più di sei piedi.

XXVIII.

Corollario I. Quindi essendo 40 once la caduta ordinaria, che serve, in grazia di esempio, per far girare la ruota di un Mulino di quelli cioè, che sono in uso nello Stato Veneto, almeno di quà dall' Adige, non parlando di quelli a catino, che ricercano caduta assai maggiore, nè portando quest' altezza che la corda di piedi sei per la cicloide, che non è, se non un scarso tratto, resta manifesto, che quanto maggiore sarà l' altezza della caduta, rendendosi con ciò molto più sensibile la curvatura di essa cicloide, l' effetto sarà ancora più sensibile.

Corollario II. E ne deriva ancora, che a misura, che la caduta sarà minore, per supplirvi, si dovrà accrescere la mole dell' acqua, per ottenersi un' impressione sufficiente pel giro della ruota, ed allora l' arco cicloidale sarà con meno di saetta, e meno si scosterà dalla linea retta, dovendosi sempre (quando si voglia la cicloide per formare il canale) conservar per lo meno l' angolo compreso dalla corda, e dall' orizzontale di gradi 32. 28′, come si è rimarcato al numero XXVI. di questo.

XXIX.

Perchè la ruota, in grazia di esempio, di un Mulino de' nostri, giri, e faccia buona macina, ho osservato costantemente che l'

acqua

acqua cader deve da 3 piedi in circa, nella sezione di un piede quadrato, mentre egli è ben vero, che in molto maggior quantità ne ristagna superiormente alle portine, o Buove, e sopra le loro soglie, ma le paratore non vengono alzate però, che per mezzo piede in circa da esse soglie; dimodochè essendo le medesime larghe per ordinario due piedi, o due piedi e mezzo, tal apertura non dà maggior sezione di acqua di un quadretto, o sia di un piede quadrato o poco più; bensì ogniqualvolta mancasse la detta caduta, converrebbe supplirvi con maggior quantità di acqua, per aversi un'impressione nella palmetta, che fosse più forte, e la necessaria celerità del moto della macina dentro d'un dato tempo. Così parimente quando l'acqua cadesse da maggior altezza, una minor quantità, o sia sezione, sarà un urto sufficiente nelle palmette, perchè le ruote ottenghino le loro convenienti rivoluzioni, osservandosi ne' Mulini principalmente, che vengono detti a *Coppedello*, a motivo della forma a coppa delle palmette delle ruote per meglio ricever l'acqua, che supplendo alla scarsezza di essa la molta altezza da cui scende, girano con pochissima quantità di questa, coadiuvando a ciò, oltre il gran declivio e scesa dell'acqua, il gran raggio della ruota, e la forma stessa, come si è detto, delle palmette, destinate a ricevere l'impressione.

XXX.

Se si volesse da varie altezze de' canali AB, AB ec. (*Fig.* 3. *T. XI.*) tutti terminati in C, come AC, AC ec. che le impressioni fatte sopra le respettive palmette CD, CD di una ruota fossero tutte eguali; S'intenda prodotta la CB indefinitamente verso K. Sia E la larghezza della palmetta della ruota; M rappresenti l'unità; indi si faccia $E . M :: Mq . Nq$; Prendasi poi $BH = N$, e si formi il quadrato BFGH; se per il punto G con gli asintoti AB, BK, resterà descritta l'iperbola Apolloniana IIG, determinerà questa con le ordinate AI, AI ec. l'altezza della sezione dell'acqua, che cadendo dalle respettive altezze AB, AB ec. e percotendo nelle palmette DC, DC ec. produrrà un'impressione dapertutto eguale, onde anche le rivoluzioni dapertutto succeder debbano eguali in numero dentro di un dato tempo: il che si dimostra, perchè essendo $E . M :: Mq . Nq$, sarà ancora il quadrato di N in ragione diretta del cubo di M, e reciproca di E; ma il quadrato di N per la natura dell'iperbola è eguale al

al rettangolo $AI \times AB$, dunque questo rettangolo sarà eguale direttamente al cubo di M, e reciprocamente ad E, ovvero il prodotto di E in $AB \times AI$ sarà eguale al cubo di M, o sia all' unità, e per conseguenza il detto prodotto sarà dato e costante; ma tal prodotto per il numero X. di questo vale l' impressione dell' acqua sopra della palmetta, dunque ec.

XXXI.

Per far uso della proposizione, figuriamoci, che battendo l' acqua in altezza di once 12 sopra della palmetta pur larga once 12, cada da un' altezza di 50 once, è manifesto, che sarà $AB = 50$, $AI = 12$, $E = 12$, e che l' impressione valerà 7200, e per tutti gli altri casi sarà $AI = \frac{7200}{AB \times 12}$; data dunque AB, non potrà esser ignota AI; come parimente data la AI, sarà pur nota AB; ed in grazia di esempio, se AB fosse 36, per aversi un momento eguale, converrebbe che la AI, o sia l' altezza della sezione che percuote sopra della palmetta fosse 16 once, e punti 10. E quando AB fosse 60, AI sarebbe once 10.

XXXII.

Che se si voglia invariabile AB, (*Fig.* 4. *Tav. XI.*) cioè l' altezza, dalla quale cade l' acqua, e variabile l' inclinazione di CA; poste le altre cose come sopra, abbenchè sembri che l' impressione medesima far si dovesse sopra della palmetta della ruota, nientedimeno, come che ciò accader dovrebbe solamente nel vuoto, e quando niuna resistenza patir potesse l' acqua nel discendere, così dove sono queste, la cosa deve andare altrimenti, e come che crescono le resistenze secondo la lunghezza del piano della scesa dell' acqua, si potrà per una specie di probabile ipotesi prender la detta impressione in ragione diretta della sezione e dell' altezza, e reciproca della lunghezza del piano della scesa predetta, cioè come $\frac{DC^2 \times AB}{AC}$.

Sup-

XXXIII.

Supposte le stesse cose, come nel numero antecedente, sia da trovarsi l'altezza della sezione, destinata ad urtare nella palmetta CD con una impressione sempre data, e costante in qualunque lunghezza di piano AC. Si produca CB in F, (*Fig.5.Tav.XI.*) e si faccia BE = AB = BF; La larghezza della palmetta, o sezione dell'acqua cadente sia M. Pongasi R (che può rappresentar l'unità) ad AB :: Mq. Pq (di cui P sia il lato) come pure P^2. $2R^2$ :: R. Z = EG, se col diametro EF, e parametro Z = EG si descriva l'iperbola EH, e dal punto C termine del piano inclinato AC si conduca l'ordinata CH, dinoterà questa l'altezza ricercata della sezione, con cui la palmetta in qualunque inclinazione del piano CA verrà egualmente urtata; avvegnachè per la natura di detta iperbola essendo l'analogia EF. FG :: $BC^2 + EB^2$. CH^2, ed essendo EG = Z, ed in ragione diretta del doppio cubo di R, e reciproca del quadrato di P, e questo quadrato essendo in ragione diretta composta di AB, e del quadrato di M, ed inversa di R, sarà Z in ragione diretta composta del doppio cubo di R, e della semplice R, e reciproca pur composta del quadrato di M, e dell' altezza AB, onde sarà ancora EF. $\frac{2R^4}{M^2 \times AB}$ :: $BC^2 + EB^2$. CH^2 :: AC^2. CH^2, e però sarà $\sqrt{EF}$. $\frac{RR\sqrt{2}}{DC\sqrt{AB}}$ :: AC. CH, e per tanto $\frac{RR \times CA \times \sqrt{2}}{DC\sqrt{AB}} = CH\sqrt{EF} = DC\sqrt{EF}$, ovvero $RR \times CA \times \sqrt{2} = DC^2\sqrt{AB \times EF}$, ed $RR = \frac{DC^2 \times \sqrt{AB \times EF}}{CA\sqrt{2}} = \frac{DC^2\sqrt{2}\,AB^2}{CA\sqrt{2}} = \frac{DC^2 \times AB}{AC}$, ma questa espressione per il numero antecedente vale l'urto dell'acqua nella palmetta, ed è costante, dunque ec.

XXXIV.

Scolio. Per far uso della proposizione precedente, è di mestieri determinare realmente un valore della quantità R, il che si farà col mezzo di uno sperimento per una data altezza AB, e per una

data inclinazione CB, alzando cioè la portina di un edificio in modo, che urtando nella palmetta, stia per muovere la ruota senza però poterlo fare, il che succederà allora che l' impressione pareggi il resistere di essa ruota. Perchè dunque $DC = \frac{R^2 \times AC}{M \times AB}$ sarà ancora $R^2 = \frac{M \times DC \times AB}{AC}$ generale espressione per determinarsi esso R, o sia l' unità. Se costerà dunque dallo sperimento, che AB sia once 50; BC, 100; M, 12, e DC alzamento della portina sia $= 4$, sarà $R^2 = 21 \frac{69}{111}$, onde $R = 4 \frac{1}{2}$ prossimamente.

Facciasi $AB = 50 = CB$, diventerà y, o sia la $DC = 2 \frac{1}{2}$, così basterà levar la portina a tale altezza, sicchè la sezione sia non più alta di once $2 \frac{1}{2}$ perchè succeda l' equilibrio predetto con le resistenze; e se BC fosse 150, restando le altre misure come sopra, la DC diverrà in circa di once $5 \frac{1}{2}$. Dal che assai manifestamente apparisce, che come il variar dell' altezza della cadente altera sensibilmente l' altezza ricercata nella Gorna, o canale, così l' inclinare più o meno il piano di esso canale (conservandosi la stess' altezza, nella supposizione che l'urto, o il momento debba esser sempre lo stesso) non ricerca grande differenza di altezza delle sezioni.

XXXV.

La formola del num XIX. di questo fornirà il modo di sapere quant' acqua in un edificio gli si debba crescere acciocchè abbia maggior forza, e faccia con la sua ruota dentro di un dato tempo un numero di rivoluzioni, che sia bastante al bisogno: così se in grazia di esempio un Mulino faccia con la sua ruota otto rivoluzioni in un minuto d' ora, e se si volesse accrescere di due altre nel medesimo tempo, si prenda quella formola $EF = BC \sqrt{\frac{M}{N} \times \frac{AB}{DE} \times \frac{P}{p} \times \frac{t}{T}}$ (*Fig. 17. T. X.*) in cui per esser dati i tempi, ed i pesi, o resistenze, diverrà $EF = BC \sqrt{\frac{M}{N} \times \frac{AB}{DE}}$ nella quale EF è l' altezza della sezione ricercata, o sia l' elevamento maggiore della portina; $BC = 6$ sarà l' altezza della sezione, allorchè faceva li otto giri; $M = 10$, $N = 8$; $AB = 50 =$ alla caduta dell' acqua, e DE l' altra altezza, quando si voglia accresciuta, e quando no,

sarà

farà AB = DE, e la formola $EF = BC \sqrt{\frac{M}{N}}$, adunque $= 6 \sqrt{\frac{10}{8}}$ che valerà poco meno di once 7, essendo il suo logaritmo 0.8266062, di modo che ogniqualvolta sarà accresciuta la sezione dell' acqua discendente per la Gorna di once una in circa, dovrà fare le dieci ricercate rivoluzioni.

XXXVI.

Succederà il maggiore possibile impeto dell' acqua discendente pel piano inclinato AC (*Fig. 6. Tav. XI.*) contro della palmetta della ruota EH*b*, il di cui centro O, ed il raggio OF, ovvero OC le palmette *bc*; quando l' inclinazione del piano AC sia tale, che uno de' raggi come OF essendo costituito orizzontalmente, un altro OC che corrisponda al termine C di detto piano, comprenda un angolo eguale all' angolo ACB; mentre producendo OF in D saranno i triangoli ODC, ACB simili, e perciò l' angolo DCO eguale all' angolo CBA, e perchè questo è retto, come fatto dalla perpendicolare AB sopra l' orizzontale BC, l' acqua in discendendo per AC sarà per urtar la palmetta con la massima energia per quello appartiene a' piani rettilinei, e quando succeda lo stesso nel presentarsi ogni altra palmetta *bc* al punto infimo C, succederà ancora in tutto il detto massimo effetto. Perchè poi si è veduto, che facendosi la Gorna cicloidale, l' acqua sarà per iscendervi con maggior forza, che per la retta; quindi se fatta tangente la AC di un arco cicloidale, che insista sopra la base A*a*, sarà fatta la Gorna in tal modo che si verrà ad ottenere il massimo possibile effetto, come dal numero XXIII. di questo facilmente si può dedurre; quando dunque si voglia costrutto il canale con questo metodo, l' origine sua dovrà avanzarsi da A in *a*, attesa la curvatura della cicloide.

XXXVII.

Dati il punto A (*Fig. 7. 8. Tav. XI.*) origine del canale o Gorna, l' altezza AB, ed il punto O centro della ruota, e data di posizione l' orizzontale BC, sia da determinarsi la lunghezza del piano AC, ed il raggio OC della ruota, di maniera che unendosi queste linee nell' orizzontale BC, formino un angolo retto OCA, che abbia il vertice sempre in detta orizzontale, cioè in C, e ciò ad oggetto che discendendo l' acqua per AC faccia sopra di OC la massima im-

preſſione, riſpetto ad un' altra, che non ſarebbe tale, ogni qualvolta eſſo piano AC non incontraſſe in detto ſito ad angolo retto la palmetta. Due ſono i caſi, ovvero che il centro O come nella figura 7. è più baſſo del punto A riſpetto alla BC, ovvero più alto per rapporto alla medeſima; come nell' ottava figura. S' intenda prodotta nella ſettima figura AO in Q ſino a che tagli la BC prodotta, e nella ottava ſia prodotta OA verſo Q ſino a che ſeghi CB prolungata dalla parte di B, e dal punto O in entrambi le figure, cada ſopra la BQ la perpendicolare OR. Faciliſſimo è il modo di avere l' intento, e di trovare in un iſtante ſe non altro graficamente, la lunghezza del canale, e del raggio della ruota per una data poſizione del centro di queſta, nella data altezza da cui diſcender doveſſe l' acqua a muoverla, baſtando dividere la OA in due parti eguali in D, e fatto centro in queſto punto, coll' intervallo DO, deſcrivere il ſemicircolo OCA, il quale o taglierà, o non taglierà, o ſemplicemente toccherà l' orizzontale RQ; nel primo caſo del tagliarla, o lo farà in due punti come in C, *c*, e dinoteranno queſti le due radici dell' equazione BC, B*c*; ovvero lo taglierà in un punto ſolo, ed allora una ſola ne avrebbe; Se poi non lo tagliaſſe, ſarebbe ſegno dell' impoſſibilità del problema; e quando lo toccaſſe, ciò indicherebbe che le due radici ſaranno eguali, e che coincideranno in un ſol punto. La dimoſtrazione dipende dalla natura dell' angolo nel ſemicircolo, imperocchè conducendo OC, AC, formeranno ſempre l' angolo retto, dunque ec.

XXXVIII.

Si conduca dal punto D (*Fig.* 7. 8. *Tav. XI.*) nelle due figure la perpendicolare DT all' orizzontale RQ, ſaranno i triangoli QBA, QTD ſimili, onde AQ. AB :: QD. DT; e però queſta quantità ſarà in ragion compoſta diretta del rettangolo AB×QD, ed inverſa di AQ, quindi ſe i due punti O, ed A non ſaranno diſtanti fra loro che del doppio di detta quantità, il circolo toccherà l' orizzontale, e le due radici ſi confonderanno in una ſola; e ſe AO ſarà maggiore della doppia quantità predetta, due ſaranno le radici che ſoddisfaranno al problema, e ſe minore ſarà impoſſibile, come che il circolo O*c*CA mai potrà tagliare l' orizzontale RQ. Inoltre per la ſimilitudine de' triangoli QRO, QBA ſarà ſempre OR la quarta proporzionale delle tre AQ, AB, GO, e la BR ſarà parimente

rimente la quarta proporzionale delle tre AQ, AO, QB, dimodochè essa OR sarà eguale ad $\frac{AB \times QO}{QO \pm AO}$, e $BR = \frac{OA \times QB}{QO \pm AO}$, e perciò fra di loro saranno come $AB \times QO$ ad $OA \times QB$, ovvero come $\frac{AB}{OA}$, e $\frac{QB}{QO}$.

XXXIX.

Scolio. Ad oggetto di avere il più facile uso della proposizione la ridurremo alle espressioni analitiche, dicendo per tanto $AB = a$, e $BC = x$: onde $AC = \sqrt{aa + xx}$, $OA = b$, $OC = z$; $OR = n$, $BR = m$, $RC = m - x$, sarà la formola $x = \frac{1}{2} m \pm \sqrt{\frac{1}{4} mm + \frac{bb - aa - nn - mm}{2}}$, e $z = \sqrt{\frac{bb - aa + nn}{2} \mp m \sqrt{\frac{1}{4} mm + \frac{bb - aa - nn - mm}{2}}}$ = al semidiametro della ruota, come x dà la lunghezza della Gorna, o canale.

Facendo perciò $a = 50$, $b = 150$, $n = 72$, ed $m = 148$ il tutto in once, sarà $bb = 22500$; $nn = 5184$, onde $bb + nn = 27684$, e $\frac{bb + nn}{2} = 13842$, dal qual numero detraendo $\frac{aa}{2} = 1250$, rimane $12592 = \frac{bb - aa + nn}{2}$. Parimente essendo $\frac{1}{4} m^2 = 5476$, sarà $z = \sqrt{12592 - 6364} = \sqrt{6228} = 78$ once prossimamente, dimodochè il raggio di tal ruota dovrebbe essere piedi 6 . 6, e tutto il diametro, compresa la palmetta piedi 13. L'altra radice darebbe 113, ma non potrebbe servire per le ruote dando un diametro per queste troppo esorbitante, e che darebbe ad esse un moto troppo tardo, e troppo breve il Canale, che gli somministrasse l'acqua.

XL.

Trovata l'inclinazione predetta del Canale, se si volesse che questa divenisse tangente di un arco cicloidale nel punto C, (*Fig.* 9. *T. XI.*) secondo il senso del num. XXXVI. di questo, in tal caso il punto A do-

A dovrà più avvicinarsi al centro O, durando però esso A nella medesima orizzontale. Per aversi ciò s' intenda prodotta BC in F, cosicchè FC sia sempre maggiore di AB. Per il punto F sia condotta EFG parallela ad AB, ed AG parallela a BF; Si faccia in appresso FD eguale alla quarta proporzionale a' quadrati BC, AB, ed alla semplice AB; Se da questo punto D sarà condotta DH parallela alla ACE, sarà il punto H nella circonferenza del circolo generatore della cicloide, che toccherà la AC nel punto C, quando però HC sia eguale all' arco HLD, ed il raggio di esso circolo sarà eguale a $\frac{1}{2}$ GD = GO, mentre per la supposizione essendo $BC^2 . GF^2 :: GF . FD$, e per i triangoli simili ACB, FCE essendo pure $BC^2 . AB^2 :: FC^2 . FE^2$, sarà anche $FC^2 . FE^2 :: AB . FD$. Parimente per i triangoli simili FHD, FEC sarà $FC^2 . FE^2 :: FH^2 . FD^2$. Dunque $FH^2 . FD^2 :: AB . FD$, ovvero $FH^2 . FD :: AB . 1$, e $FH^2 = FD \times AB = FD \times GF$, dunque il punto H sarà al circolo, e sarà il generatore della cicloide DCI, che sarà toccata in C dalla retta ECA, essendo per la natura di tal curva EC parallela alla corda DH.

Che se HC sia maggiore, o minore dell' arco HLD, allora il punto F si dovrà determinare nella retta FC (arbitraria di lunghezza) talmente distante da C, di modo che la HC venga a riuscire eguale al predetto arco DLH, il che se non altro trascendentemente si potrà ottenere, ed in pratica basterà anche di conoscerlo per punti, e graficamente.

XLI.

Scolio I. Dovendosi determinare il punto I alla base della cicloide, o sia al cominciamento del Canale ICD, supponendo come di sopra AB di 50 once, BC di 137, sarà $FD = \frac{AB^3}{BC^2}$

$$= \frac{125000}{18769}, \text{ ed } FH = \sqrt{GF \times FD} = (\text{l. } 1.2620192) = 18,$$

$$\text{onde } DG = 50 + \frac{125000}{18769} = \frac{1063450}{18769}, \text{ e } GO = \frac{531725}{18769} = 28\frac{1}{3},$$

$$\text{ed essendo l' arco } DLH = FH + \frac{FH^3}{4GO^2} + \frac{3FH^5}{40GO^4} + \text{ec.} = 18 +$$

$1\frac{1}{4}$

$1\frac{1}{4}$ + ec. $=\frac{77}{4}$, onde GA $=$ FH $+$ HC $+$ CB $= 18 + \frac{77}{4} + 137$ $= 174$ in circa. Successivamente la ragione del diametro alla circonferenza, essendo come 113 a 355; se si farà 113. 355 :: $\frac{1063450}{18769} \cdot \frac{1063450 \times 355}{18769 \times 113}$, il di cui logar. 1.9508116 dà 89 prossimamente, onde AI $=$ AG $-$ GI $= 174 - 89 = 85$, e di tante once il punto I avrebbe ad esser distante dal punto A.

XLII.

Scolio II. Egli è per altro vero, che se noi condurremo l' acqua per l'orizzontale AG sino in I, quivi giunta, se sarà lasciata in sua libertà, essa in vece d' incamminarsi lungo il Canale cicloidale, formerà una Parabola, con la concavità verso di AB, onde in tal guisa non si verrebbe ad ottenere l' intento di farla discender nel tempo brevissimo da I a C. Per ovviare al che, e per obbligar ess' acqua a discendere, e calcare l' arco cicloidale IC, converrà per un terzo incirca chiudere esso Canale dalla parte della ruota, cosicchè venga a riuscire invece di un Canale aperto, una Gorna chiusa. Potrebbe taluno quì ricercare, perchè piuttosto la curva parabolica, che cerca la natura di formare, che la cicloidale che sfugge di descrivere, sia quella del maggior momento, se l' acqua, come ogn' altra cosa naturale, procura sempre di produrre i suoi effetti per la strada più compendiosa: Si risponde, che nel descrivere la parabola, la natura non varia la legge costante della gravità, nè tampoco quella delle forze sollecitanti, che pur esse in tal curva sono costanti; dove per descrivere la cicloide, deve in ogni punto di essa variarle: nel primo modo opera la natura con la simplicità a lei dovuta; nel secondo l' arte supplisce coll' alterare, mediante questa curva, in ogni punto il grado delle forze moventi, perchè cospirino ad un massimo effetto.

XLIII.

Intendasi EH*b* (*Fig.* 10. *Tav. XI.*) la ruota di un edificio; EF, HC, *bc* le palmette di essa ruota inserte perpendicolarmente alla tangente di ogni punto H, *b*, presi a distanze eguali, e che prodotte passino per il centro O; CA sia il canale retto inclinato, che porta l' ac-

acqua a ferire dette palmette, ovvero il cicloidale C a, cosicchè l' angolo OCA sia retto, perchè l' acqua possa esercitare sopra della palmetta la più vigorosa azione; S' intenda prodotta CH fino al centro O, e preso il punto T, ove cader si suppone la velocità media dell' acqua della sezione del Canale, o Gorna, s' inalzi TI perpendicolare ad OEF orizzontale; Sia inoltre un' altra ruota concentrica RD con la prima, benchè non nel medesimo piano, ma in un altro a questo parallelo, e resti ben assicurata sopra dell' asse o fuso di essa, come appunto è quella de' Mulini chiamata volgarmente lo *scudo*. All' estremità del diametro orizzontale RD penda il peso P attaccato alla corda RP, e la forza dell' acqua raccolta contro del punto T sia precisamente tanta, quanta si ricerca, perchè il detto peso resti con essa forza in un perfetto equilibrio. Perchè dunque il centro dell' impressione succede nel punto T del raggio OC, egli è lo stesso, come se questa forza venisse applicata perpendicolarmente contro il punto I del braccio della leva SOF, come resta noto dalle meccaniche; così dicendo l' impressione i, il peso $P = p$; $AB = a$; $BC = x$; i triangoli ACB, OIT sono simili, mentre se sarà concepito, che il punto T cada in C, saranno gli angoli OCA, ECB retti, e levando il comune angolo ICA, resterà l' angolo OCE eguale all' angolo ACB, e gli angoli in I, e B sono retti, sarà perciò AC . AB : : OC . OI, e dicendo $OC = d$,

sarà $\sqrt{aa + xx} \,.\, a :: d \,.\, \frac{ad}{\sqrt{aa + xx}} = OI$, ed $OD = c$, onde per

la ragion dell' equilibrio avremo $p \,.\, i :: \frac{ad}{\sqrt{aa + xx}} \,.\, c$, e l' equazione $p = \frac{aid}{c\sqrt{aa + xx}}$.

XLIV.

Valendo il peso P lo stesso che la resistenza della ruota nel volgersi intorno al proprio asse, ne proviene, che se nella formola precedente in vece dell' impressione connotata con la i, sarà sostituito il valore della medesima indicata al numero X. di questo, sarà pur cognita essa resistenza, cioè $p = \frac{da}{c\sqrt{aa + xx}} \times$

eya

eya, dicendo *ey* per lo numero XXX. la sezione del canale, ed

a l'altezza, da cui cade l'acqua, onde si avrà $p = \frac{aadey}{e\sqrt{aa+xx}}$,

interpretandosi poi *p* non per il peso (come si è notato) ma per la resistenza al muoversi, se si farà talmente alzare o abbassare la portina, da cui esce l'acqua per dar il moto alla ruota, onde la sezione *ey* determini precisamente la forza dell'acqua a restarsi in equilibrio con la detta resistenza *p*, si ricaverà il valore di questa, e quando fosse alzata ancor maggiormente la *y*, o sia la portina, valerà tal alzamento a dar maggior forza sopra di detta resistenza, ed a far rivolgere per conseguenza con maggior celerità essa ruota. Lo stesso si potrebbe ancora ottenere col ridur variabile la *e*, o sia la larghezza del Canale, ma ciò porterebbe troppo imbarazzo per lo sperimento, viene però quì considerata come solamente alterabile l'altezza *y* della sezione, a motivo di bilanciarsi con la resistenza, di cui si è detto, dovendosi avvertire di regolar in modo l'uscita dell'acqua dalla Gorna, che per pochissimo che venisse accresciuta, subito la ruota ricevesse, benchè tardamente il moto, acciocchè fra il potersi, ed il non potersi muovere si raccolga il vero prossimo valore di *y*.

XLV.

Volendosi lo sperimento, per rilevare effettivamente, quanta sia la resistenza, che fa la macchina, rispetto all'impressione dell'acqua, niuna altra cosa parmi più adattata, che come si è detto nel numero antecedente, accomodare l'alzamento della portina alla sola altezza, che venga a non muovere la ruota, ma che per poco, che sia accresciuta la detta altezza, possa, benchè tardissimamente, girare, il che quando succeda, si avrà assai da vicino il valore della reazione, che soffre l'acqua a causa delle resistenze della macchina. Si supponga dunque, che sia aperta la portina in modo che cadendo l'acqua per la gorna AC, non faccia in questa maggior altezza di once 2, onde sarà $y = 2$; Sia $a = 50$, $d = 78$, $e = 12$, $c = 30$, ed $x = 137$, e per tanto la formola del numero antecedente diverrà $p = \frac{509 \times 78 \times 12 \times 2}{30\sqrt{21269}} = 1346$, e tanto valeranno le resistenze della macchina, quando restino con la detta forza in equili-

brio nella suppofizione de' predetti diametri della ruota, dello scudo e dell'altezza dell'acqua, che a muovere discende: posto il che, se si concepirà poter variarsi o i diametri delle ruote, o l'altezza dell'acqua, o l'inclinazione del piano, per sapere in tal caso l'altezza da darsi all'acqua nel Canale, perchè si ottenga in altre circostanze il predetto equilibrio, sarà a norma della prima osservazione, che chiameremo radicale, $y = \frac{1346\, c\sqrt{aa + xx}}{aade}$.

XLVI.

Rilevata che sia la precisa resistenza di una ruota per reggere e contrapporsi agli sforzi dell'acqua, sia adesso da indagare la forza con cui l'acqua gli può dare una determinata velocità dentro un dato periodo di tempo: Sarà questa, quando restino invariati i diametri delle ruote, l'altezza dell'acqua ed inclinazione del Canale, come $\frac{aadey}{c\sqrt{aa+xx}} - 1346$, se quest'ultimo numero faceva l'equilibrio, e se l'altro esprime la forza da esercitarsi dall'acqua contro delle palmette: ovvero perchè nella supposta sperienza, y fu fatto eguale a 2, e adesso si deve lasciar indeterminato per abbracciare tutti i casi possibili, sarà come $673\, y - 1346 = \frac{1}{2}\, y - 1 = \frac{y-2}{2}$ eguale alla ricercata forza d'impressione.

Suppongasi poi di aversi osservato, che alzata la paratora per once due di più di quello era nel caso della sperienza, faccia cinque giri in un minuto primo d'ora, sarà l'analogia $2 \,.\, 5g$ :: (cioè cinque giri, dinotando la lettera g il giro, e non già quantità alcuna) $\frac{y-2}{2} \,.\, ng$ (dicendo ng il numero delle rivoluzioni, che si faranno dentro del medesimo tempo, alzando la paratora ad $\frac{y-2}{2}$) onde si ricava $y = \frac{4ng + 10g}{5g}$.

XLVII.

Scolio. Supponiamo di volere, che la nostra ruota faccia in un minuto primo, dieci rivoluzioni, sarà dunque $n = 10$, ed y di-

diverrà $\frac{50}{5} = 10$, ma nell'altezza della paratora di once due, la ruota per l'osservazione non si muoveva, per tanto converrà crescere once 8 di apertura per ottenersi i predetti dieci giri dentro il periodo di quel dato tempo. Parimente se solo otto rivoluzioni si volessero in un minuto primo sarà $y = 8\frac{2}{5}$, e per conseguenza levandosi once 6, e due quinti di più delle once due la paratora, farà la ruota le ricercate otto rivoluzioni.

Vicendevolmente se data l'altezza della paratora dalla soglia, si vorrà sapere quante rivoluzioni sia per fare la ruota dentro il tempo dato, v. gr. di un minuto, sarà $n = \frac{5gy - 10g}{4g}$, supponendo cioè n incognita, ed y cognita. Sia, per esempio, $y = 9$, cioè sia levata la paratora più delle due once necessarie per l'equilibrio fra la forza, e le resistenze, once 7, sarà sostituendo il numero di 9, $n = \frac{35}{4} = 8\frac{3}{4}$, cosicchè per tale altezza farà in un minuto primo otto rivoluzioni e trequarti, e se $y = 7$, sarà $n = \frac{25}{4}$, cioè il numero delle rivoluzioni sarà $6\frac{1}{4}$.

XLVIII.

Siano da trovarsi i vantaggi e facilità, che danno le ruote, timpani, e rocchelli per muovere i pesi: La ruota CBE (*Fig.* 11. *T. XI.*) un'altra ne porti CAD concentrica, da cui penda il peso R, e dalla più grande il peso P, cosicchè questo faccia la figura di forza movente, e quello di resistenza. E' manifesto che quando stiano essi in equilibrio sarà P . R :: CA . CB, onde $R = \frac{P \times CB}{CA}$, che però quanto minore sarà CA, o sia il raggio della piccola ruota, o timpano FAD, tanto più facilmente sarà superata la resistenza, sminuendosi questa allo sminuirsi del raggio CA. Intendasi poi tolto il detto equilibrio fra la forza, e la resistenza, dimodochè quella prevalga a questa, e sia ridotto il punto della ruota, che era nell'orizzontale FB ad essere in D, nel qual movimento si sono descritti gli archi simili BE, AD, i quali saranno come le strade fatte dalla forza, e dalla resistenza antedetta, cioè come le Pp, Rr, e queste strade saranno parimente come i raggi respettivi, di modo che anche allora, che un intiero giro sarà compito, la lunghezza di questo nella ruota maggiore BC, alla lunghezza di quello nell'altra ruota AD, sarà come i raggi,

gi, e nel medesimo tempo compiendosi le dette rivoluzioni, saranno anche fra di loro come le velocità, e queste come i detti raggi, cioè la velocità della maggiore, a quella della minore come CB a CA, oppure come GB a FA.

XLIX.

Nel girarsi delle ruote concentriche CAD, CBE due cose contrarie pare che succedano, la prima, che il moto della CAD è più veloce a misura che CA è maggiore, la seconda, che la facilità del vincere la resistenza, e del viepiù animar l'edificio, si ottiene quanto più CA è minore di CB, come dal precedente numero agevolmente si può rilevare. Per aversi dunque e il maggiore possibile moto, e la maggior facilità converrà, che CA sia eguale alla metà incirca di CB, temperandosi in tal lunghezza di raggi le predette due azioni vicendevolmente coll'accrescersi il moto, senza perdersi il vantaggio di vincere nel miglior modo possibile la resistenza; contuttociò nello stabilire il diametro della ruota CAD rispetto a quello della CBE, devesi oltre alla detta regola aver riguardo alla forza destinata a muovere la macchina, essendochè se scarsa sia, converrà tenere il timpano di minor diametro, e se abbondante, di maggiore.

L.

Scolio. Vittorio Zonca Ingegnere Padovano di non oscuro nome nel principio del Secolo XVII. nel suo Trattato, che intitola *Teatro delle Macchine*, determina per i Mulini fabbricati sopra de' Sandoni, che sono due Barconi, che sostengono l'Edificio del Mulino, collocati nella corrente di un fiume, come Po, Adige, o qualunque altro fiume di molta larghezza, e di molte acque, determina, dico, per questi, che il diametro della maggior ruota sia di 12 in 14 piedi Veneti, e quello del timpano CAD di piedi 5, once 3. E ne' Mulini, che e' chiama Terragni, quelli cioè che stanno fabbricati in terra, ed hanno il moto da' condotti particolari tirati a posta per il giuoco dell'edificio, vuole il diametro della ruota grande come sopra, ma allo scudo, o timpano dà il diametro di cinque in sei piedi; in quelli poi, detti a *coppa*, o *copedello*, fa la ruota di 16 in 20 piedi di diametro; lo scudo di sette e mezzo. Dal che apparisce, che come

in

in queste misure vi è la sua latitudine, così convien lasciare in libertà l'Ingegnere di adattarle al bisogno, ed alle circostanze; come avrà poscia ad usar molta diligenza nella scelta de' legnami, e nella perfetta conformazione di tutte le parti dell' edificio, perchè i tanti impedimenti, che nascono dalla connessione di tanti materiali, resistino al moto il meno che sia possibile.

LI.

Sia da investigare il valore che ha la potenza, sopra della resistenza in una macchina a ruote combinate in varie guise, come per esempio in quella XC, (*Fig.*12.*Tav. XI.*) che debba esser mossa dall'acqua, la qual ruota ne abbia una concentrica, e stabile BF, e questa facendosi dentata nella sua circonferenza, ne muova un'altra FYS pur dentata, la quale ne abbia un'altra concentrica DM, che seco lei stabilmente giri; Se questa sarà dentata, e ne muova un'altra parimente dentata MZ, a cui sia affisso il timpano S, dal quale dipenda il peso V, sarà la potenza per girare A alla resistenza V nella ragione composta della diretta dell' impressione che farà l'acqua sopra della palmetta di detta ruota XC, e di ciascuno de' raggi delle ruote maggiori, e reciproca di ciascun raggio delle minori, o siano di quelle concentriche, che con le maggiori contemporaneamente si girano, e ciò qualunque sia il numero di esse ruote, che nel caso presente si vogliono supporre tre maggiori, ed altrettante minori concentriche; Si dica P l' impulsione dell' acqua che si fa sulla prima per porla in movimento; R sia la resistenza che proverà in movendosi la ruota BF, che fa la figura di timpano, che ne' Mulini si direbbe lo scudo; Sarà dunque, secondo i principj della Statica, P. R :: BA. AC, ed $R = \frac{P \times AC}{BA}$, il qual valore rispetto al moto della ruota FY deve considerarsi come la potenza rispetto all'altra ruota da muoversi, e sia Q la resistenza che ha essa ruota, onde l'analogia $\frac{P \times AC}{BA}$. Q :: ED. DF, e l'equazione $Q \times ED \times AB = P \times AC \times DF$, e $Q = \frac{P \times AC \times DF}{ED \times AB}$. Parimente questo valore rispetto alla ruota MZ dev' esser considerato come la potenza, che

che muover deve la terza ruota, e sarà perciò l'analogia $\frac{P \times AC \times DF}{ED \times AB}$. V (dicendo V la resistenza del Timpano TS) :: TS. MS, quindi finalmente si ricaverà $V = \frac{P \times MS \times DF \times AC}{TS \times ED \times AB}$, ed in tal modo per qualunque altra ruota che vi fosse, ma MS, DF, AC sono i raggi delle ruote maggiori, e TS, ED, AB quelli delle minori, dunque ec. Inoltre perchè i raggi stanno come i diametri, e questi come le periferie, sarà pertanto la detta resistenza ancora nella ragione composta delle periferie delle ruote maggiori direttamente, e delle impulsioni dell'acqua, e reciprocamente come le periferie delle ruote minori, e così per qualunque combinazione di numero di ruote.

LII.

Tra le bisogna delle macchine, una delle più considerabili si è quella di accelerare il moto dell'intima ruota, e renderlo più veloce, come, in grazia di esempio, ne' Mulini, ne' quali si dee ridurre la mola ad un moto sì celere, che vaglia a ben triturare il grano, altrimenti molto imperfetto sarebbe esso Mulino. Ne daremo l'artificio, descrivendolo sopra di un solo piano, abbenchè realmente star debba sopra diversi, non potendosi in altro miglior modo esporre un tal meccanismo. Sia HD (*Fig.*13.*T.XI.*) la ruota, che l'acqua, o qualunque altra forza animata, o inanimata muover deve, e faccia questa dentro un determinato tempo un certo numero di rivoluzioni cioè ng (esprimendo g i giri, non quantità alcuna) ed altrettante, com'è noto, ne farà il suo timpano o scudo AG, fermamente annesso a detta ruota: sia condotta CABD dal centro alla circonferenza, e sia da ritrovarsi il raggio BI, tale, che descrivendosi il circolo AI, e questo facendolo dentato, come altresì dentato il timpano AG, ovvero questo dentato, ed AI con bracciuoli a modo di un rocchello, secondo l'uso ordinario: faccia questo circolo AI i giri mg nel medesimo tempo che GA farà i giri ng. Perchè dunque le rivoluzioni delle ruote piantate in varj centri, sono come le vie corse, ovvero come i diametri o raggi reciprocamente; pertanto se si farà $ng . mg :: BI . CA$, sarà $BI = \frac{ng \times CA}{mg}$, formola, che dino-

terà

terà la larghezza da darsi al raggio ricercato perchè la ruota AI faccia i giri *mg* nel tempo stesso che la sua corrispondente GA farà i giri *ng*.

LIII.

Scolio I. Faccia la ruota girata dall'acqua dieci rivoluzioni in un dato tempo, e si ricerchi il diametro del Rocchello BI perchè nel medesimo tempo egli ne faccia 80, sarà pertanto $ng = 10$; $mg = 80$, e sia CA il diametro del timpano; i di cui giri sono appunto tanti, quanti quelli della ruota maggiore HD, il di cui raggio CD; Sia CA di once 30, sarà $BI = \frac{30 \times 10}{80} = 3\frac{3}{4}$, onde tutto il diametro di esso Rocchello si dovrebbe fare di once $7\frac{1}{2}$. Che se dato BC si ricercasse il numero delle rivoluzioni del Rocchello, allora sarà la formola $mg = \frac{ng \times CA}{BI}$; sia $BI = 6$, ed il rimanente come sopra, sarà $mg = \frac{10 \times 30}{6} = 50$, vale a dire, che esso Rocchello con quel tal diametro, supposta la ruota o timpano girarsi dieci volte in un minuto primo, farebbe 50 rivoluzioni.

LIV.

Scolio II. La proposizione espressa nel numero antecedente per determinare i diametri de' Rocchelli, com'è puramente teorica considerandosi i perimetri delle ruote, e la proporzione de' loro raggi, così sarà di molto profitto il ridurla alla pratica, coll'indicare il numero de' denti soliti inserirsi ne' timpani, e quello de' bracciuoli, che il rocchello costituiscono, e perchè pare assai a proposito la determinazione, che sopra alle macchine fa il Zonca predetto, trascriverò quì il preciso di lui sentimento, registrato a carte 16. dic' egli: *Dall' altro capo del Melo vi è il suo scudo o timpano, che si dica, di cinque piedi ed un quarto di diametro compartito da 54 denti, et è da por mente, che volendosi far girar le muole a mano destra, si come è l' uso comune, et che il movimento della ruota, il corso dell' acqua, la facesse girar a sinistra, in questo caso si mettono i denti dello scudo, che guardino verso la ruota et il Rocchello, ovvero Inzegnon sarà collocato fra lo scudo e la ruota, et esso haverà sei tacche. Li denti delli scudi,*

di, et le tacche de' rocchelli si costumano compartir in tre maniere, secondo la diversità de' luoghi, cioè si compartono in 48 in 54 et in 60, et i rocchelli in 6 in 9 et in 12 tacche, et in tal numero, che siano misurate dal numero di denti delli scudi. Ma quelli Timpani ai 60 si faranno in occasione che la ruota non havesse acqua a bastanza, et all' incontro, se vi sarà gran copia di acqua si mutera il Rocchello in un altro di maggior numero di tacche, et così con questo ordine si accresceranno, et minuiranno le forze secondo le occasioni ec.

Dovendo poi aver la propria fermezza tanto i denti del timpano, che quelli de' bracciuoli o tacche del Rocchello, quando si dice di compartirli con maggior numero di denti, è da intendersi il farlo in modo, cosicchè possino reggere alla violenza del moto; parrebbe per altro, che accrescendo il numero de' denti, con il diametro del timpano, si venisse anzi a render minore il moto, secondo quanto si è detto al numero XLVIII. di questo, e che perciò non si potesse verificare ciò che il Zonca afferma, cioè, che la divisione di 60 si faccia in caso di scarsezza di acqua, ma ciò devesi intendere perchè allora si ha molto più ad ingrandire anco i diametri delle ruote che sono immediatamente percosse dall' acqua, onde la resistenza potrà ancora facilmente esser superata.

LV.

Scolio III. Se bene i comparti per le ruote degli edificj fatti secondo a ciò che insegna il detto Autore, siano molto a proposito, non è però, ch' essi siano i soli, che possino o debbano adoperarsi per le divisioni de' timpani, e de' Rocchelli, potendosi questi variare in molte guise, bastando perchè il moto succeda, che il numero de' bracciuoli del Rocchello, divida senza frazione quello de' denti del timpano, com' è stato notato; onde senza bisogno di fissarsi alli detti tre numeri di denti 48, 54, e 60, se ne possono prendere altri, e minori di 48, e maggiori di 60, quando però abbiasi in riflesso che il numero non sia troppo basso, onde il Rocchello riesca o di troppo minuto diametro, o di troppo grande; riguarda il primo la consistenza nel formarlo forte, il secondo la tardità, a cui anderebbe soggetto il di lui moto, mentre quanto maggiore, meno di fiate girerebbe nel tempo dato. Si potrebbe pertanto stabilire il minor numero de' denti dello scu-

do

do 40, e del Rocchello 5, meno atti essendo 8, e 10, che misurano il detto numero 40, come che dove il 5 fa girare esso Rocchello 8 volte nel tempo che lo scudo ne gira una, l' 8 non lo farebbe girare che 5, ed il 10 solo 4, cioè la metà della divisione fatta dal 5. Il massimo numero de' denti potrebbesi stabilire di 108 con 9 bracciuoli per il Rocchello, e girerebbe 12 volte nel mentre che il timpano una volta girasse, ma il tardo moto delle ruote e maestra e del timpano a causa del gran diametro per un tal comparto, non darebbe per avventura tanta velocità, quanta ne ricercherebbe il bisogno, nè vi essendo altri numeri sotto il 9 se non il 6, ed il tre che dividano 108, e tal numero di bracciuoli essendo il primo poco a proposito, ed il secondo del tutto inadattato al bisogno della macchina, per non dar fortezza opportuna, nè modo a' bracciuoli di riscuotersi con facilità da' denti, sarebbe il numero 9 il solo capace della ricercata divisione. Da tutto ciò chiaramente ricavasi, che come le massime generali possono indicarsi nel proposito delle macchine, così non possono stabilirsi quelle regole particolari, che siano a portata di tutti i casi, per fare il che si ricerca molto discernimento nell' Architetto, destinato a sopraintendere alla costruzione delle macchine.

LVI.

Lemma I. Se sarà una Leva CV (*Fig.* 14. *Tav. XI.*) rigida, il cui appoggio C da una delle sue estremità, e dall' altra V gli sovrasti il peso V; se s'intenderà in questo punto pressata da esso peso V, ed in qualsivoglia punto A, mediante la troclea B, a cui resta raccomandato il peso *p*, resti esso punto tirato verso B, dove la potenza V agisce in contrario senso del peso *p*, succederà sempre l' equilibrio fra queste due potenze, ogniqualvolta sia l' analogia CV. CA : : *p*. V, com' è ben noto per la Statica, e per i principj generali della scienza delle forze applicate alle macchine. E perchè quì si suppone il punto A variabile per tutta la leva CV, pertanto ad oggetto che succeda l' equilibrio fra la detta potenza V, che agisce sopra il braccio dato e costante CV, ed il detto peso, dovrà questo considerarsi variabile, vale a dire, accrescerlo a misura, che si accosta a C, e diminuirlo a norma, che da esso punto C si allontana, onde la medesima forza o pressione V, potrà sollevare maggior peso, quanto CA è minore, e mi-

nor peso potrà alzare secondo che CA fosse maggiore, fino a tanto che cadendo il punto A in V, il peso p dovrà precisamente esser eguale alla potenza V, ed allora la leva niente aiuterà la forza movente.

LVII.

Tali potenze però, distanze dall' appoggio, e momenti si possono rappresentare per le ordinate di una iperbola fra gli asintoti, cosicchè quando s' intenda CV (*Fig.* 15. *Tav. XI.*) eguale alla distanza della forza motrice all' appoggio, se dal punto V si ergerà la perpendicolare VF eguale alla potenza V, e dal punto C s' inalzerà CD parallela ad FV, e sia descritta l' iperbola Apolloniana GF, succederà che inalzandosi da qualunque punto A la AG, rappresenterà questa il peso, da appendersi dal punto A nella distanza CA della figura del numero precedente dall' appoggio, acciocchè con la potenza V formi l' equilibrio, dimodochè per poco ch' essa potenza venga accresciuta, ovvero AG diminuita, oppure la distanza CA, o si aumenti la CV, verrà esso peso mosso, il che tutto si ritrae dall' eguaglianza, che per la natura dell' iperbola corre fra i rettangoli $CV \times FV$, e $CA \times GA$, che rappresentano i momenti.

Corollario. Nasce da ciò, che CA non può esser maggiore di CV, e che facendo $CA = o$, una potenza finita FV potrebbe equilibrarsi con un peso infinito, essendochè in tal caso AG diverrebbe infinita; ed il peso infinito graviterebbe sopra lo stesso appoggio.

LVIII.

Lemma II. Volendosi poi l' equilibrio quando venga posto il peso p di là dall' appoggio rispetto all' estremità V, (*Fig.* 16. *Tav. XI.*) allora esso peso p in vece di tirare superiormente la leva, la premerà come in A, e sussisterà la medesima analogia, e l' eguaglianza de' momenti $CV \times V = AC \times p$, onde per la costruzione di questo caso sia la VA prodotta dalla parte di A fino in R, cosicchè $CR = CV = a$, e fatta $Rf = V$ (*Fig.* 17.) sia descritta l' iperbola gf fra gli asintoti DC, CR, com' è stata descritta l' altra GF, e questa gf rappresenterà per le ag tutti i pesi nelle distanze Ca, come AG rappresenta i pesi nelle distanze CA; posta però una data e costante forza FV applicata in V, tutte le GA, ovvero ga dinoteranno i pesi che gli saranno applicati nelle respettive distanze CA, Ca, tanto essendo che l' appoggio si trovi di là dalle due potenze, che fra l' una e l' altra.

Sia

LIX.

Sia la ruota di un edificio SEB, (*Fig.* 18. *Tav. XI.*) il di cui centro C, le palmette contro le quali ferifce l'acqua fiano fra le molte altre delle quali da per tutto va effa armata, S*s*, N*n*, RE, LF, PG, *b*B ec. e l'acqua cada normalmente contro di CG, attefa l'inclinazione del canale GX; fia condotta GV perpendicolare all'orizzontale SCB; è manifefto, che CV farà il braccio della leva CB, a cui refterà applicata la potenza per muovere la ruota. Si figuri pofcia quefta ruota immerfa nell'acqua ftagnante NG per tutta l'altezza della palmetta HE, di quella cioè che riefce a piombo col centro C; fia da ricercarfi la refiftenza che ritroverà al proprio moto per un tale impedimento, ovvero, il ch'è lo fteffo, fia da trovarfi qual pefo foffe da aggiungerfi al timpano, oltre quello che rileva nel fuo moto naturale, ed allora che la ruota niuna refiftenza di acqua NG incontraffe. Siano condotti i raggi CF, CE, C*f*, CN, entrando dunque nell'acqua (che fupporremo morta, come fupporremo la ruota moffa da un'altra potenza eguale a quella, che imprimer gli poteffe l'urto, come l'acqua corrente) ftagnante la palmetta al punto G, viene obbligata dalla forza con cui è moffa a penetrare fucceffivamente verfo E, poi verfo N, di modo che arriverà prima al fito OF, poi ad HE, indi ad *fo*, N*n*, al qual termine pervenuta, ufcirà dalla medefima il punto G, e la maffima immerfione fuccederà nella perpendicolare HE, e farà fempre maggiore HE di OF, e di tutte le altre porzioni delle palmette immerfe. Dal punto F fia condotta FA perpendicolare ad SB. Pare ragionevole il fupporfi, che il refiftere che ad OF farà l'acqua ftagnante, effer debba come TF parte immerfa, cioè fecondo il feno del complemento dell'angolo d'inclinazione della palmetta rifpetto alla perpendicolare CE, onde la TF può effer prefa come il pefo con cui la leva CV refterebbe fpinta in sù al punto A, ovvero effa TF dinoterà la potenza eguale alla refiftenza dell'acqua nella pofitura OF della palmetta, che folleverà il braccio CV, il di cui appoggio C: Così parimente, allorchè la palmetta fia oltre di HE, come in *fo*, condotta la *af*, una forza eguale a *tf* premerà la leva VC*a* nel punto *a* in fenfo contrario di quello faceva la TF nel punto A, onde refta verificato nella ruota così immerfa, quanto fi è efpofto ne' due Lemmi precedenti circa alle leve, ed a' pefi variabili in diftanze pur variabili applicati ad effe leve, moffe da forze coftanti.

L X.

Perchè nel giro delle ruote per la forza dell'acqua, che urta in G la palmetta LF, allorchè trovasi nel sito F, la sua corrispondente sta nel sito *of*, pertanto i pesi, o siano le resistenze omologhe FI, *si* agiscono nel medesimo tempo, come pure tutte quelle contenute in HEG operano contemporaneamente con tutte quelle contenute in NEH, onde il centro dell'azione di tutte insieme sarà nella linea CE: E se ben vi si attende, egli è lo stesso il concepire la resistenza al moto per l'immersione della ruota nell'acqua stagnante NG, o sia, come viene volgarmente detto, *per lo sguazzo della ruota*, come se questa fosse altrettanto grave di quanto porta il peso dell'acqua contenuto nel mistilineo NEGHN; quindi dato il punto H si darà ancora questo solido, e sapendosi il peso di un'oncia cubica di acqua, si saprà ancora il peso di tutta l'acqua che resiste, dentro dello spazio formato dal detto mistilineo NEGHN, cosicchè dicendo c la larghezza della palmetta della ruota, $EH = x$, $CE = a$, essendo $HG = \sqrt{2ax - xx}$, sarà esso solido aqueo $= a + \frac{2ax - xx}{6a} + \frac{3 \times \overline{2ax - xx}^2}{40a^3} +$ ec. $- \overline{a - x} \times c\sqrt{2ax - xx}$, e sarà la formola generale fino che EH o è minore, o eguale ad RE. Che se EH sia maggiore di ER, allora converrebbe levare dalla quantità suddetta il mistilineo compreso dall'orizzonte dell'acqua stagnante, e dall'arco corrispondente *n*RLP, non resistendo altro che l'acqua, in cui sono immerse le palmette, e non già tutto il corpo di essa acqua, nella quale è immersa la ruota: In tali circostanze sarebbe d'uopo applicare il canale XG più alto, ed in maniera, che l'acqua discendente rimanesse franca, ed immune dall'annegamento, altrimenti molto si verrebbe a perdere dell'energia della caduta, che resterebbe in molta parte tolta dall'acqua stagnante; tale applicazione però di forza, sarà sempre da farsi a livello in circa della piena, che può arrivare all'acqua inferiormente all'edificio, e sopra tal punto di applicazione si dovrà poi regolare l'inclinazione del canale.

Comec-

LXI.

Comecchè dunque tutte le TF rappresentanti i pesi, o resistenze respettivamente a' punti corrispondenti A, molto meno decrescono di quello fanno le ordinate dell' iperbola, che si è considerata a' numeri LVII. e LVIII. di questo, così la potenza V sarà in istato di molto più valere rispetto ad esse, e dove faceva l' equilibrio nella reciproca delle distanze, non lo farà con le medesime, ma potrà, o non accrescendosi muoverle, oppure accrescendosi, tanto più sopra di quelle prevalere. Può V, secondo quanto ivi fu dimostrato, allorchè ha da muovere il peso HF, ch' è il massimo fra G, ed N, farlo anco, se questo fosse infinito, onde tanto più fare lo potrà, quando, come succede in questo caso, in vece che esso peso sia infinito, non sia che come HE finita. Tutte queste facilità però non è che contrapponghino alla molta resistenza, che per l' immersione, o *sguazzo* può risentire il movimento della ruota, dovendosi molto calcolare, che al peso ordinario di essa venga aggiunto virtualmente un peso, come è il solido NEGN, molto grave, e resistente. Uno sperimento farà conoscere quanto rilevino questi impedimenti. Si dia lo *sguazzo* alla ruota da prima sino in *b*, il che si potrà ben fare o con l' arte, ovvero attendendo dal tempo che tale si renda l'immersione, si calcoli il solido *f*EF*f*, riducendosi al numero del peso dell' acqua, indi osservisi le rivoluzioni, che farà per fare la ruota in un determinato tempo, e siano queste espresse per *mg*, (in cui *g* dinota, come ne' numeri antecedenti, il giro, non quantità alcuna) dipoi si attenda l' opportunità, che essa ruota abbia l'immersione maggiore della prima EH, e si calcoli come sopra il valore di tale *sguazzo*. notandosi parimente le rivoluzioni che farà dentro del medesimo periodo di tempo, e siano *ng*. La differenza de' solidi N*fb*FG sia Q^3, e facciasi $Q^3 . ng - mg :: Solid. NEGN . \overline{ng - mg} \times \frac{Solid. NEGN}{Q^3}$ quantità, che dinoterà le rivoluzioni perdute nel caso della maggiore immersione.

LXII.

Siano due ruote CEG, FMH (*Fig.* 19. *T.* XI.) poste alla medesima altezza dalla superficie dell' acqua FH, cioè col centro nel medesimo

ſimo punto C, e che abbiano l'immerſione, o *ſguazzo*, la grande quanto è DM, la più piccola quanto è DI, avranno queſte eguali difficoltà a muoverſi per tale impedimento, purchè ſiano moſſe da forze eguali, ed abbino eguali palmette per ricevere l'impreſſione dell'acqua. Si chiami $CD = x$, $CK = b$, $CI = a$, $CL = d$, $CM = c$, ſarà $KI = a - b = c - d$ per la ſuppoſizione dell'egualianza delle palmette, e per la natura del circolo eſſendo $DG = \sqrt{aa - xx} = Ca$, e $DH = \sqrt{cc - xx} = CA$; l'arco $GI = s$, e l'arco $HM = t$, ſarà l'arco $KN = \frac{bs}{a}$, e l'arco $LO = \frac{dt}{c}$, onde la porzione della zona $KNGI = \frac{s}{2a} \times \overline{aa - bb}$, e la porzione della zona dell'altra ruota $HOLM = \frac{t}{2c} \times \overline{cc - dd}$, e comecchè queſte zone rappreſentano le forze, che reſiſtono per lo *ſguazzo* al moto della ruota, così ſi potrà concepire, che tal forza ſia reſpettivamente applicata in R, *r*, ec., come la forza dell'acqua corrente è applicata in G, ed H, e ſempre coſtante, ed eguale, che ſi dica *u*. Saranno dunque per l'equilibrio queſte due analogie $\frac{s}{2a} \times \overline{aa - bb} \,.\, u :: \sqrt{aa - xx} \,.\, CR$, e $\frac{t}{2c} \times \overline{cc - dd} \,.\, u :: \sqrt{cc - xx} \,.\, Cr$, ovvero $\sqrt{aa - xx} \,.\, \sqrt{cc - xx} :: CR \times \frac{s}{2a} \times \overline{aa - bb} \,.\, Cr \times \frac{t}{2c} \times \overline{cc - dd}$, vale a dire, momento a momento, come reſpettivamente le diſtanze Ca. CA, onde quanto maggiore è CA di Ca, tanto anche è maggiore il momento, o lo *ſguazzo* in MH, di quello ſia in IG. Niuna facilità dunque può dare agli edificj, che hanno lo *ſguazzo*, l'accreſcere, per rimediarvi, il diametro delle ruote, quando il centro C de' fuſi ſia conſervato nel medeſimo ſito, anzi per l'oppoſto, portando il maggior diametro maggior tardità di moto, ne naſce, che anco in parità delle dette reſiſtenze, meno ſervirebbe la maggiore, che la minore ruota, ſe pure non ſi voleſſero variati tutti i comparti de' denti, ed altre circoſtanze.

Sia

LXIII.

Sia da alzarsi il centro del fuso, o asse C al punto G, (*Fig.* 20. *Tav. XI.*) di maniera che la ruota grande HFQ abbia la stessa immersione della minore MEL, purchè le palmette di entrambe le dette ruote siano eguali, e si supponghino i centri G, e C nella medesima verticale FG; s' intendano condotte le LA, KI perpendicolari a CB, GH, ed i raggi GK, GQ, CM, CL; si chiamino $CD = x$; $CC = y$, sarà $GD = x + y = z$; $GE = d$, $CL = a$; EL arco $= s$; L'arco FK $= t$; $GF = c$; sarà per la natura del circolo $DL = \sqrt{aa - xx}$, e $DK = \sqrt{cc - zz}$. Nascendo poi, come costa da' numeri precedenti, tutto l' impedimento per l' immersione, dal peso dell' acqua in cui stanno profondate le ruote, nulla contribuendo a ciò per l' antecedente numero, o il minore o il maggiore diametro, per tanto ogni qualvolta le zone immerse siano eguali, avrà la maggior ruota precisamente tanta resistenza per lo sguazzo, al moto, quanto la minore: essendo però la zona della ruota minore $\frac{\overline{aa - bb}}{2a} s$, e quella della maggiore $\frac{\overline{cc - dd}}{2c} t$, sarà l' equazione $\frac{\overline{aa - bb} \times s}{2a} = \frac{\overline{cc - dd} \times t}{2c}$, ovvero $t = \frac{cs \times \overline{aa - bb}}{a \times \overline{cc - dd}}$, onde dato l' arco s, non potrà non esser noto anco l'arco t, e per conseguenza, ove cader debba il punto K, avuto il quale sarà dato ancora il di lui seno retto DK, ed essendo dato anco il raggio della ruota GK sarà nota la $DC = \sqrt{GK^2 - DK^2} = z = x + y$, ovvero $y = z - x$; essendo però note le quantità GD, DF; z, x, sarà noto ancora $CG = y$, e per conseguenza il sito ove collocare il centro della ruota maggiore. *q. e. i.*

LXIV.

Scolio. Sia $GE = c = 8$; $GO = 7 = d$; $CF = a = 5$; $CO = b = 4$; $s = 30$ gradi, onde fatto il calcolo si trova $t = 28^\circ . 48'$ per l' arco FK della ruota maggiore; si faccia come il seno tutto 10000000. 8 :: *Sen.* $28^\circ . 48'$. $DK = 3 \frac{8540296}{10000000}$ = piedi 3, once 10, e però $GD = \sqrt{GK^2 - DK^2}$ sarà $= \sqrt{7100}$ = once 84 prossi-

proſſimamente, onde $GD = 84 = x + y$, ma x è il ſeno verſo dell' arco di gradi 30 per la ſuppoſizione, cioè 8660000, per tanto ſe ſi farà come 10000000 ſeno tutto ad once 60 raggio della ruota minore, così il predetto numero 8660000 al quarto; farà queſto il ſeno verſo in once, 51 $\frac{96}{100}$, o diciamo once $52 = x$, e per tanto $GD = 84 = 52 + y$, ovvero $y = 32$ proſſimamente; Se dunque farà alzata la ruota maggiore per once 32, o piedi 2 ed once 8, eſſa incontrerà la medeſima reſiſtenza per lo *ſguazzo*, che averà la minore, col vantaggio, che ſarà moſſo l' edificio con un raggio maggiore, e per conſeguenza con maggior facilità, abbenchè con qualche maggior tardità ne' ſuoi giri, atteſa la maggior periferia di eſſa ruota.

LXV.

Coroll. La GI però, o ſia il braccio della leva, abbenchè ſempre maggiore di CA, ſarà però ſempre minore della leva, che eſſa ruota maggiore formerebbe, ſe i due centri cadeſſero nel medeſimo punto, ſecondo il ſenſo del numero LXII.

APPEN-

APPENDICE
AL
CAPITOLO DECIMOQUARTO.

Intorno alla maggior perfezione delle Macchine mosse dall' Acqua.

I.

1. NOi abbiamo nel paſſato Capitolo XIV. fatte varie conſiderazioni ſopra le macchine, che vengono moſſe dalle acque correnti, ma ſe ben vi ſi riflette, piuttoſto in relazione alle reſiſtenze, che eſſe ſoffrono nel muoverſi, alle varie combinazioni delle ruote, che le compongono, e ſopra tutto al modo più facile da imprimer loro il moto per animarle; giacchè la parte, che riguarda l' attuale movimento delle medeſime, la loro perfezione, ed il conoſcere quando producano il maggiore effetto poſſibile, è ſtata già trattata e reſa pubblica prima di adeſſo non che dal Mariotte, dal De la Hire, e da M. Parent: ma non ha molto che M. Pitot l' ha ridotta ne' varj ſchediaſmi regiſtrati nelle Memorie della Reale Accademia di Francia a norma degli ſtabiliti ſuoi principj a quel grado di chiarezza e di univerſalità, che dovevaſi attendere dalla cognizione di un sì Celebre Matematico. Nè M. Bellidor ha tralaſciato di promoverla, sì nel riferire e ridurre a calcolo quanto in paſſato da' predetti nobiliſſimi Autori era ſtato prodotto sì nel deſcriverci nella ſua *Idraulica Architettura* tuttociò che può deſiderarſi circa all' organizazione delle macchine, e di quelle in ſpecie deſtinate al comodo dell' umana vita, e con molta lode alle di lui meditazioni ha unito, ed il calcolo e la pratica, perchè ognuno ſe ne poſſa ſervire e con piacere e con profitto. Quindi ci baſterà in queſta Appendice ſulle tracce de' lodati Autori di accennare brevemente le idee, che hanno avuto, e farvi ſopra qualche conſiderazione a maggior lume ed incremento di una materia cotanto neceſſaria.

 2. Ri-

2. Rilevasi da quanto ha pubblicato M. Pitot nel 1725, che egli circa al moto delle macchine stabilisce un principio, su di cui fonda ogni di lui calcolo in detto proposito, ed è, che in tutte le macchine il prodotto della potenza motrice (cioè della forza d' impulsione, che fa l' acqua contro delle palmette di una ruota, obbligandole a girare) nella velocità che possono acquistare esse palmette sia sempre eguale al prodotto del peso mosso dalla macchina nella di lui velocità, di modo che dicendosi x la velocità delle palmette, ridotte al loro vero moto, t la forza dell' impulsione antedetta; P il peso mosso dalla macchina, che in un Mulino in grazia di esempio sarebbe la mola più il peso di tutto ciò che al moto può resistere, ed u la velocità di esso peso; sia sempre l' equazione $Pu = tx$ formola generale per il moto di tutte le macchine.

3. Per ottenere il valore dell' impressione contro della ruota, deesi prendere il quadrato del numero di que' piedi, che l' acqua valesse a percorrere in un secondo di tempo, dividendo tal numero per 56, numero fisso e costante, che si ricava dal supporsi, che un grave cadendo liberamente in aria, percorra uno spazio di 14 piedi in un minuto secondo, che poco più, poco meno è la misura osservata in molti sperimenti fatti a tal fine da molti chiarissimi Autori; questo spazio poi deve esser paragonato con altro spazio, che sarebbe il detto grave, se sempre camminasse di moto equabile con la velocità invariata, che acquistato avesse nel fine della detta discesa, che però dicendo 14. lo spazio primo perpendicolare, z il secondo indeterminato, sarà l' analogia $14 . z :: 28^2 . 4zz$ per le leggi Galileane, onde $z = \frac{28^2}{56}$, quindi se si dirà a il numero di piedi, che un grave avesse fatto, scendendo liberamente in un secondo di tempo, e la velocità acquistata nel fine di questo fosse poi quella equabile, che attualmente avesse un fiume nel correre nel medesimo tempo di un secondo, sarà il prodotto $\frac{aa}{56}$, e valerà l' altezza di un solido, che averà per base la superficie della palmetta battuta, la quale nominandosi ss, sarà l' impulsione sopra di essa $\frac{aass}{56}$, che quando si voglia ridurre a peso effettivo, essendochè secondo qualche Autore 72. libbre di Francia sono contenute

te in un piede cubo di detta misura, sarà la detta impulsione

$$\frac{72 \times aass}{56} = \frac{9}{7} \times aass, \text{ se } 1 . 72 :: \frac{aass}{56} . \frac{72aass}{56}.$$

4. Quando poi le ruote di un edificio sono arrivate ad aver acquistato il vero loro moto, l'impressione sembra che non possa agire se non con la differenza della velocità dell'acqua sopra quella delle palmette, onde se quella verrà chiamata a, questa x, opererà con $a-x$, e perciò l'impressione, o equivalente solido secondo i calcoli di Mr. De la Hire dovrà esprimersi per $\frac{9 \times \overline{a-x}|^2 \times ssx}{7}$; perchè poscia non potrà mai la ruota velocitarsi quanto l'acqua destinata a muoverla, altrimenti l'impressione nulla opererebbe contro delle palmette, che si sottraerebbero all'urto, senza che questo potesse mai agire, cercasi però il *massimo* effetto che in tali circostanze si può ottenere, col differenziare la detta formola, eguagliandola al zero, e ne provengono due valori $x = a$, ed $x = \frac{1}{3} a$, il primo si rigetta, mentre darebbe eguali velocità dell'acqua libera, e della ruota, e si ritiene l'altro $x = \frac{1}{3} a$, onde si raccoglie, che il *massimo* effetto dell'impressione succeder debba allora che la velocità della ruota sia eguale ad un terzo della velocità dell'acqua libera.

5. Ed essendo il detto massimo effetto per rapporto alla velocità della ruota $\frac{1}{3} a$, sarà $\frac{2}{3} a$ il residuo della velocità dell'acqua con cui percuote la palmetta, cioè sarà questa la forza respettiva, ma l'impressione sta come il quadrato della velocità, per tanto la forza motrice della ruota sarà come $\frac{4}{9} aa$, ed il prodotto di questa forza nella velocità del corpo mosso darà la quantità del moto, e sarà perciò $\frac{4}{27} a^3$.

6. Quando poi secondo quanto insegna M. De la Hire si dividerà il quadrato della detta velocità respettiva per il numero fisso 56, si avrà l'altezza del solido dell'acqua, esprimente la forza dell'urto, e sarà $\frac{4}{9} \times \frac{aa}{56} = \frac{aa}{126}$, e facendo, come al numero 3, la superficie percossa della palmetta ss, si avrà $\frac{aass}{126}$ per il valore di detto solido di acqua in piedi cubici, che moltiplicato per 72 (peso come nel medesimo numero del piede Re-

 gio

gio cubo) diverrà $\frac{72 \times aass}{126} = \frac{4}{7} \times aass = t$, onde la formola di M. Pitot $tx = Pu$, quando $x = \frac{1}{3} a$ per il caso del *massimo* si cangerà in $\frac{4 a^3 ss}{21} = Pu$, che si fa servire per ogni moto delle macchine animate dall' acqua corrente; conosciuto però che sia o il peso P, o la velocità u, o la superficie della palmetta percossa, o finalmente la velocità dell' acqua corrente, tutto il restante della formola sarà agevolmente noto, e potrà essere determinato.

7. Il merito del ritrovato, su di cui si fonda quanto quì si è esposto per conoscere la perfezione del moto delle macchine viene attribuito da M. Bellidor a M. Parent esprimendosi a car. 248. *dell' Architettura idraulica; Che tal scoperta deve esser riguardata come una delle più importanti, che siansi fatte nelle scienze e belle Arti, dacchè queste sono state poste sopra il piede in cui si trovano al presente*, e di doversi considerare come una cosa delle più interessanti di tutta la meccanica, e delle più utili, sì per la privata, che per la pubblica Economia.

II.

1. Parendo pure a noi utile ed elegante la scoperta di M. Pitot, e quanto in conseguenza di questa è stato prodotto da M. Bellidor, abbiamo voluto assicurarci della verità della proposizione, quando sia universale, assoggettandola a qualche sperimento di quelli, che fra i molti nel particolare del moto delle ruote de' Mulini, abbiamo in varj tempi fatti, avendone fra questi scelti alcuni, che con tutta l' esattezza furono praticati nel 1721. 20. di Giugno sopra le acque della Tergola, fiumicello del Padovano. Stanno piantati questi Mulini non lungi da quel Canale detto propriamente *Taglio di Mirano* al sito chiamato volgarmente i *Mulinetti:* A questo edificio dunque fatta dar l' acqua nella più giusta quantità coll' aprire le portine ora di uno, ora di un altro di que' Mulini, trovandosi il Canale, che la somministrava alle misure ordinarie della sua acqua, fu osservato quanto quì fedelmente sarà registrato.

2. Fat-

2. Fatta chiudere la baſtarda, ed aprire due delle portine maeſtre acciocchè macinaſſero nello ſteſſo tempo due mulini, fiſſato prima un ſegno ben viſibile in una delle palmette della ruota del primo di eſſi, di quello cioè che rimane più verſo del ſoſtegno e contiguo al ponte di pietra che traverſa il canale, avendo preſo un orologio a minuti, ſi notò diligentemente che in ſei minuti primi in punto la ruota grande moſſa dall'acqua fece 40 giri, avendo deſſa un ſemidiametro di piedi 6. 7. 6 di miſura Veneta.

3. Parimente poſto il medeſimo ſegno alla ruota del ſecondo Mulino, ch'è collocato più verſo il Taglio, macinando ſempre due Mulini, come di ſopra ſi è detto, fu oſſervato che nel tempo di altri ſei minuti, girò la ruota maeſtra 57 volte, avendo queſta un raggio di piedi 6. 4. 4.

4. Fatto poi lo ſperimento nel primo Mulino verſo del Taglio, fu trovato, che nel tempo predetto delli ſei minuti, girò la ruota non più di 36 volte, eſſendoſi aſſerito da' Mugnaj, che le mole di queſto edificio erano ſtate di recente battute, e che però erano in qualche parte ritardate nel loro moto per tal cagione, dove le mole degli altri Mulini non erano ſtate battute da molti giorni; il ſemidiametro di queſta ruota fu trovato di piedi 6. 2. 4.

5. Finalmente fiſſato il ſegno al ſecondo Mulino verſo il ſoſtegno, queſto nelli detti ſei minuti girò la ſua ruota 46 volte, e miſurato il ſemidiametro di eſſa, fu trovato di piedi 6. 4 0.

6. Fatto il calcolo per lo ſperimento del primo Mulino col rilevare in piedi ed once la circonferenza della maggior ruota, ſi è trovato, che ſe l'acqua deſtinata ad urtar nelle palmette, foſſe camminata di pari paſſo col moto oſſervato nel giro di eſſa ruota, avrebbe fatto in un ora piedi di Francia 17322; Cadeva l'acqua da piedi 3, o poco più di altezza, al qual conto, ſe l'acqua foſſe ſempre camminata con la velocità dovuta a detta caduta, avrebbe dovuto fare in un ora piedi 46800 del Rè, e quando la macchina aveſſe prodotto il *maſſimo* effetto, ſarebbe dovuta camminare nel ſenſo di M. Pitot il triplo del numero predetto, cioè piedi 51966 in detto tempo, con differenza di piedi 5166 dall' oſſervazione: leggiero eceſſo in paragone della debole molitura, che faceva, e di cui molto ſi lagnavano i Mugnaj.

7. Più notabile è il riſultato del ſecondo ſperimento, in cui quan-

quando l'edificio fosse stato nella sua perfezione, attesi i giri che poteva fare, dedotti dall'osservazione per il tempo di un'ora, avrebbe l'acqua potuto camminare piedi del Rè 71250, quasi cioè che fosse caduta dall'altezza molto riflessibile di piedi 7, in vece delli 3, da' quali realmente cadeva a dare il moto alle ruote con eccesso di piedi 24450 rispetto alli 46800, che far doveva, e pure abbenchè eccedesse il giro della ruota il subtriplo del corso dell' acqua, il Mulino non era ridotto a far buona macina, come non la facevano nemmeno gli altri.

8. Si accosta assai al triplo moto della ruota, quello che faceva l'acqua del Mulino, che servì al terzo sperimento; mentre il calcolo ci dinota, che in tale supposizione l'acqua destinata a percuotere le palmette, avrebbe dovuto camminare in un'ora piedi 43875 dell'antedetta misura, per fare i quali avrebbe dovuto cadere dall'altezza di piedi 2 : 7, poche once di meno della vera caduta delli piedi 3, con differenza dalla vera di lei velocità, alla supposta, di soli piedi 2925 nel detto tempo di un'ora; ciò non ostante, questo Mulino era fra tutti il meno atto alla macina, e si cercava ogni mezzo per conciliargli maggior movimento.

9. Più di ciascun altro si avvicina il quarto sperimento alla ragione assegnata per la perfezione delle macchine mosse dall'acqua, avvegnachè, fatto il calcolo, si trova che l'acqua per camminar tre volte più della ruota farebbe in un'ora piedi 47498 cadendo da tre piedi per acquistare il grado di velocità capace a farglieli percorrere di moto equabile, pure non era per nulla ridotto a dar la molitura perfetta, volendo i Mugnai in tutti essi Mulini maggior caduta di acqua.

10. E' dunque da rintracciarsi da che possano derivare tali differenze per potersi ottenere la maggior perfezione delle macchine, unico oggetto delle nostre, e delle altrui ricerche, non sapendo per altro, se per avventura le osservate varietà proceder potessero dal considerarsi da noi i Mulini che macinano con caduta di acqua sensibile, dove quelli che hanno servito a Mr. Pitot sembra, che siano di quelli che giuocano sulla superficie de' gran fiumi, che noi diciamo Mulini a *Sandoni*.

11. Pare fuori di controversia, che la formola per dedurre il *massimo* effetto, nasca dall'espressione portata da Mr. Pitot, e di sopra da noi riferita $tx = Pu$, (tirata dall'equilibrio delli due momenti

menti della forza, e della resistenza ridotti ad una leva) nella quale t, come si è detto al numero 2. dell'articolo I, vale l'impressione dell'acqua, che muover deve la palmetta; x la sua velocità; come P il peso, o resistenza da muoversi, ed u la sua velocità, v. g. nel Mulino, quella della mola; come anco quanto basta chiaramente resta esposto nella Storia dell'Accademia Reale 1725. Quando dunque la cosa sia così, noi abbiamo una specie di equilibrio fra l'impressione, e la resistenza, a cui si giugne ogni qual volta la ruota urtata dall'acqua, e la mola siano ridotte ad uno stato *manente*, dimodochè, durando il tutto senz'alterazione, esse perseverino nel loro movimento, onde sarà l'impressione dell'acqua alla resistenza della mola, come reciprocamente la velocità di questa alla velocità della ruota.

12. Ecco dunque, che vengono per il calcolo considerate due velocità u, ed x, ma se ben si farà riflesso, si conoscerà, che l'una è sempre multipla, o submultipla dell'altra, vale a dire, una data per l'altra, essendo manifesto, che i giri della mola sono sempre dati per quelli delle palmette della ruota maggiore, ed in costante ragione, come $u = nx$, potendo n esser qualunque numero,

quindi $tx = nPx$, ovvero $t = nP$, ma $t = \frac{9 \times \overline{a - x}|^2 \times ss}{7}$ per il

numero 4. dell'Articolo I. di quest'Appendice, onde $\frac{9}{7} \times \overline{a - x}|^2 \times ss$ $= nP$, e volendosi da questa equazione il *massimo*, sarà $x = a$, il che dinota non esservi tal *massimo*, ma potersi la ruota accelerare di più in più, a misura che la resistenza vada scemando, fino a ridursi in nulla, oppure se la forza crescesse all'infinito, casi tutti e due impossibili, e inammissibile però questo *massimo*. L'aversi considerata la velocità u del peso mosso non data per x, ha fatto nascere il *massimo*, di cui si è detto, eguale ad $\frac{1}{3} a$, sarà però da rintracciar qualch'altra formola, che si adatti all'osservazione, e salvi i fenomeni.

1. Noi

III.

1. Noi dunque ci faremo a riflettere il moto di una ruota di un edificio quando ſia giunta ad avere una celerità tale, che non più nè ſi acceleri, nè ſi ritardi, ma duri invariata nel di lei movimento, e ſtia in una ſpecie di bilanciamento fra tutto ciò che ſerve a muoverla, e tutto ciò che al di lei moto può far reſiſtenza: e per meglio ſpiegarci, eſſendo che la reſiſtenza di tutti i membri che compongono l'edificio dev'eſſere eguale alla forza relativa, con cui realmente ſi muove la ruota, e queſta forza relativa eſſendo come il quadrato della differenza fra la velocità aſſoluta dell'acqua, e quella che attualmente tiene la ruota ridotta, com'è ſtato detto, allo ſtato di permanenza, moltiplicato nell'area della palmetta percoſſa dall'acqua; Se dunque ſi chiamerà R la detta reſiſtenza; le velocità dell'acqua, e della ruota, come ſopra reſpettivamente a, x; l'altezza dell'area della palmetta battuta b; la ſua larghezza M. Sarà $R = \overline{a-x}|^2 \times bM$. Per averſi poi il movimento effettivo della macchina, dovrà eſſer l'egualità fra la forza aſſoluta, o ſia il quadrato della velocità libera nell'acqua, moltiplicata nell'area percoſſa della detta palmetta, meno la reſiſtenza, e la ruota moltiplicata nel quadrato della ſua velocità, qual ruota dicendoſi r, ſarà $aabM - \overline{a-x}|^2 \times bM = rxx$, equazione, che ſi riduce ad $x = \frac{2abM}{r+bM}$.

2. Riferiremo, oltre gli antedetti, qualche altro ſperimento, che ſi è fatto a' Mulini del Dolo ſulla Brenta l'anno 1733, avendo voluto riconoſcere l'attività di quelle macine, che certamente ſono delle più perfette di tutto lo Stato. Feci dunque abbaſſare once 5 delle 14, che ha di apertura la portina del canale, che imbocca la gorna, detta da' noſtri Macchiniſti la *Sitella*, che la fanno per ordinario riuſcire inclinata ſotto dell'orizzonte della ſoglia di detta portina once 14, perchè poſſa con la neceſſaria forza portar l'acqua nelle palmette della ruota, onde l'apertura era di once 9, ed è la ſolita, che praticano i noſtri Mugnai, ed ivi, ed altrove; paragonato dunque il moto della ruota con un orologio a minuti, potei rilevare, che in cinque di queſti, dove eſſendo tutta aperta la detta portina per

le

le quattordici once mentovate, faceva 41 giri, con le once nove, non farne che 31 nel medeſimo tempo. La caduta dell' acqua, diligentemente livellata dal pelo ſuperiore all' inferiore de' Mulini, fu trovata di piedi 2. 7. di noſtra miſura.

3. Le ruote hanno di diametro piedi 13, e quella che fu preſcelta per lo ſperimento avendo fatto le 41 rivoluzioni, delle quali ſi è detto, nello ſpazio di cinque minuti, ne avrà fatte in un' ora 492; e ſe l' acqua impellente aveſſe camminato di pari paſſo con la detta ruota, avrebbe fatto un viaggio di 20172 piedi di Venezia in un' ora, e 21012 di quelli del Re; quando però l' acqua camminar doveſſe tre volte di più della ruota, avrebbe dovuto farne di queſti 63036, e per ogni minuto ſecondo 17 $\frac{15}{30}$, il che paragonandoſi ad un grave, che libero ſcendeſſe nell' aria, ſi trova, che per acquiſtar un tal moto, ſarebbe ſtato uopo che la caduta foſſe ſtata da un' altezza di piedi cinque e mezzo, quando certamente non cadeva, che per piedi 2. 9. 6. della miſura di Francia.

4. Allora poi che fu abbaſſata la portina per le dette cinque once non fece, come ſi è detto, più di trent' una rivoluzioni, ciò non oſtante, il corſo dell' acqua, ſe foſſe ſtato triplo di quello della ruota, avrebbe dovuto fare in un' ora piedi del Re 7661, ed in un minuto ſecondo piedi 13. 3; onde per tal moto avrebbe dovuto cader l' acqua dall' altezza di piedi 3. 1. 6, quando, come ſi è accennato, non cadeva che da piedi 2. 9. 6.

IV.

1. Prima di aſſoggettar la formola ſopraposta al paragone dello ſperimento, è neceſſario d' individuare l' effettivo ſtato del giuoco dell' acqua deſtinata a far muovere la ruota de' Mulini in quiſtione. Sia dunque PB (*Fig.* 21. *Tav. XI.*) una portina in profilo, inſerviente a portar l' acqua al canale inclinato SC, o ſia alla *Sitella*, e ſi concepiſca alzata dalla ſua ſoglia C per tutta l' altezza BC, che ſia nota, come pur ſia nota l' inclinazione del canale SC, cioè la CT, ed anco la lunghezza di queſto CS, e per con-

seguenza ancora la CL metà della CS, essendo che quivi all'incirca cade la palmetta per ricever l'acqua discendente per CL, ad angolo retto; saranno note pure istessamente ST, LE, e CE. L'acqua superiore trattenuta dalla portina sia AO, la quale si supponga durare inalterata a detta altezza; il centro della ruota dell'edificio sia X, a piombo in circa di S, termine inferiore della *Sitella*; XL sia un raggio della ruota, e KL una delle palmette, ed appunto quella porzione, che riceverà l'acqua discendente per il canale CS, che abbiamo di sopra nell'articolo precedente al numero 1, nominata *b*; e che resta quivi normalmente urtata dall'acqua: e perchè la Gorna, o *Sitella* CS è alquanto formata con le sponde convergenti, di modo che la larghezza della portina BC riesce maggiore della larghezza della *Sitella* in L, si dirà quella N, e questa M; Tale dunque essendo la meccanica con cui dal più al meno vengono fabbricati i Mulini di queste nostre parti, sia da ritrovarsi l'area di KL $\times$M, destinata a battere la palmetta, e che fuori di dubbio dev'esser minore dell'area, o sezione di BC$\times$N, di quella cioè, che soprasta alla soglia della portina C: intendasi descritta la parabola AFGHIV, che abbia il vertice nella superficie dell'acqua, che si accolla a PB, non alterabile nella sua altezza AC, e siano condotte le ordinate alla medesima BF, CG, come pure DH, EI, le quali rispondino alle rette KD, LE parallele ad AO, ovvero STV; Sia pur condotta la LM parallela ad AT = DE.

2. E' noto dalla dottrina delle acque correnti, che come le velocità competenti all'acqua ch'esce per BC possono esser rappresentate dall'area parabolica BFGC, così quelle, che sono dovute alla sezione KL possono dinotarsi per l'area della stessa parabola DHIE, e dovendo per tutte le sezioni del canale CL passar eguale quantità di acqua, sarà però l'equazione $BC \times N \sqrt{Ac} = DE \times M \times \sqrt{Ae}$ (prendendosi quì la media velocità competente alle altezze delle sezioni BC, DE, che si suppongono cadere ne' punti *c*, ed *e*) e però $DE = \frac{BC \times N \times \sqrt{Ac}}{M \times \sqrt{Ae}}$.

3. Sia BK la superficie dell'acqua discendente per CL, che si ristringe a misura, che si discosta dal punto B, onde KL < BC. Sono poi simili i triangoli KML, MLN, CLE, onde CL. LE ::

KL.

$$KL . LM = DE = \frac{BC \times N \times \sqrt{Ae}}{M \times \sqrt{Ae}}, \text{ e } KL \times M = \frac{CL \times BC \times N \times \sqrt{Ae}}{LE \sqrt{Ae}}$$

$= bM$, e la ragione di dette aree sarà, (facendo CL il seno tutto) come questo seno moltiplicato nella velocità media dell' acqua nella sezione BC, al seno dell' inclinazione dell' angolo che fa la *Sitella* con la perpendicolare CT, moltiplicato nella velocità media che risponde alla sezione che batte la palmetta.

4. Ponendo in numeri quanto concerne la prima osservazione, allora cioè che la ruota, essendo alzata la portina once 14 faceva 41 giri, sarà BC = 14 once (come tutti gli altri numeri esprimeranno pure le once) AE = 33, CE = 7, AC = 26, A c sito della velocità media si pone = 16, come A e altro sito della velocità media per KL si fa eguale a 25, N = 30, LE = 35 e mezzo, e la CL = 36. Ma per l' altra osservazione delli 31 giri allorchè la portina non fu alzata che 9 once dalla soglia, poste le denominazioni come sopra, saranno mutate le infrascritte quantità, cioè BC = 9, A c = 20, A e = 26, i quali numeri sostituiti nella formola $x = \frac{2a \times bM}{r + bM}$ facendo $r = 1$, comecchè ci siamo serviti della medesima ruota, provengono prossimamente questi numeri 82 e mezzo, e 65 e mezzo, i quali all' incirca sono nella ragione di 41 . 32; differenza che deesi rifondere nell' essersi presi i numeri prossimi, attesi gli irrazionali ch' entrano nel calcolo: Può dunque dirsi che la nostra formola salva i fenomeni, e si accomoda quanto basta alle osservazioni.

V.

1. Dopo che Mr. Pitot ha dimostrato nelle Memorie della Reale Accademia 1729, che due superficie di egual lunghezza, ma di larghezza ineguale presentate sotto varie inclinazioni alla corrente di un fiume, ricevono l' impulsione in ragione inversa delle loro larghezze, passa alla considerazione del vario operare dell' acqua corrente contro delle palmette, quando queste venghino costituite o secondo l' uso ordinario, partendosi dal centro della ruota, come raggi del circolo, ovvero quando venissero a formare tangenti della circonferenza dell' al-

bero, o sia timpano o fuso della ruota maestra, giacchè hanno preteso alcuni, che in tal maniera adattandole, meglio servir potessero al moto della macchina.

2. Quanto porta esso M. Pitot per provare che la palmetta, che è chiamata in *raggio*, sia da preferirsi, come migliore, all' altra che dice in *tangente*, è sì convincente e chiaro, che non abbisogna di ulterior disamina, contuttochè qualche macchinista creda di poter sostenere il contrario, onde nulla potendosi aggiungere in tal proposito, passeremo, sopra i principj posti da esso Mr. Pitot, a cercare il numero delle palmette, delle quali abbisogna una ruota da muoversi con l' acqua, acciocchè in riguardo di ciò, come cosa molto essenziale, non lasci di produrre il migliore possibile effetto.

3. Pare veramente, che le considerazioni, che il sopralodato Autore va facendo sopra la disposizione più vantaggiosa delle palmette, siano solamente per quelli edificj, che galleggiano sopra delle acque correnti, da noi detti, Mulini a *Sandoni*; noi per render la cosa più universale, stenderemo le nostre ricerche a qualunque macchina, ed a qualunque acqua, che scendendo per un piano inclinato, dia il moto alle ruote.

4. Sia dunque CBAF (*Fig.* 22. *Tav. XI.*) la ruota di un edificio, che debba esser mossa dall' acqua IFB, che scenda per il canale GB, nell' altezza GI, con inclinazione di GH, a percuotere nelle palmette MQ, DA; da quanto si è detto al numero XXXVI. di questo Capitolo resta manifesto, che allora l' impressione che sarà per ricevere la palmetta, sarà massima, quando questa sarà ridotta ad angolo retto con la direzione dell' acqua che ad urtarla discende, mentre se la palmetta si trova v. g. in MQ, non tagliando dessa in tal sito la corrente BI ad angolo retto, e ciò ch' è riflessibile, intersecando il corso e filamenti dell' acqua per quanto porta la porzione QO immersa, che non percuotino con tutta la loro energia la palmetta EA, e coll' impedir loro in somma il libero corso; ciò ha ridotto i pratici macchinisti di comporre le ruote in maniera tale, che quando una delle palmette come EA sia ad angolo retto con la corrente EI, la susseguente palmetta KF abbia allora e non prima a toccar la superficie dell' acqua, e l' altra palmetta corrispondente LB ad esserne uscita, dal che si ricava il modo di divider la ruota nelle sue competen-

ti

ti palmette, divenendo la porzione immersa EA della palmetta il seno verso dell' angolo ACF compreso dall' arco fra le due prossime palmette, e per conseguenza darà poi il numero di tutta la divisione da collocar esse palmette nella circonferenza LMKN.

5. Ciò supposto si dica CA $= np$ (p significa i piedi ovvero once, non quantità alcuna, n il numero di quelli o di queste) AE $= mp$, ch'è il seno verso, di cui si è detto, divendosi esso pure intendere diviso come il raggio in piedi, o once espresse per mp. Sarà $np . mp :: ft . fu$ (f si prende per la caratteristica del seno, onde ft vale *seno tutto*, fu, *seno verso*) sarà però l' equazione $fu = \frac{mpft}{np}$, e resterà in tal modo espressa la AE nelle parti 100000 del raggio; Sia dipoi il seno EF dell' angolo incognito, e che si cerca DCK, x, sarà per la natura del circolo $2ft - \frac{mpft}{np} . x :: x . \frac{mpft}{np}$, ed x

$= \frac{ft\sqrt{2np - mp \times mp}}{np}$, vale a dire, che il seno dell' arco ricercato per la distanza delle palmette sarà in ragione composta della diretta del seno tutto, e della dimezzata della differenza fra il doppio numero de' piedi o once, che esprime il raggio CA, e quello che ne espone la parte immersa AE della palmetta, da moltiplicarsi con questo ultimo numero, ed inversa del numero di piedi ed once di tutto il raggio CA.

6. *Esempio*. Si abbia un diametro per la ruota CBF di once $144 = np$; l' immersione massima che possa far la palmetta DA, cioè la AE $= mp = 9$ once, sarà $x = \frac{100000\sqrt{2511}}{144}$ $= \frac{5000000}{144}$ prossimamente, che dà 34722 per il seno EF dell' angolo ricercato ACF, numero che risponde a gradi 20. 19', quindi in tal deduzione si potranno prender i soli gradi 20 per la pratica, e per conseguenza porterebbe tal ruota diciotto palmette.

7. Resta poi manifesto, che a misura che la ruota crescerà di diametro, rimanendo inalterata la pendenza del Canale, e l' al-

altezza dell'acqua, che per esso scende, che si ricercherà maggior numero di palmette; Se la AE fosse minore, cioè meno restasse immersa, e fosse stato accresciuto il diametro della ruota, ancor maggior numero ne esigerebbe; ma se AE crescesse al crescer del diametro non tante ne domanderebbe, come col calcolo agevolmente si rilevano e le predette, e tutte le altre variazioni, che ne fossero per seguire.

8. E' da rimarcarsi, che come per lo più riesce incommensurabile l'arco, che nasce dal seno $x = EF$ rispetto a tutta la circonferenza della ruota, così in pratica basterà di prender il numero prossimo, senza volersi scrupolosamente accostare al preciso, poco o nulla ciò rilevando alla sostanza di quanto si ricerca.

9. Se l'immersione AE fosse di un piede, cioè $mp = 12$ once, ed il resto come sopra, allora x diverrebbe eguale a $\frac{100000\sqrt{3312}}{144}$

$= \frac{5900000}{144} = 40972$, numero, che risponde al seno di 24°. 11'. per il seno di EF, onde 15. sole palmette basterebbero a tal ruota.

10. La formola dunque soprapposta dà il modo facile di calcolare la divisione del giro della ruota per le palmette, come l'equazione $nnpxx = \overline{2np - mp} \times mpsst$ dà il metodo di conoscersi, e determinarsi qualunque altra quantità, che fosse in questo esame supposta incognita, cioè ovvero np, ovvero mp, allorchè x fosse data, e respettivamente mp, oppure np.

11. I nostri macchinisti per altro non stanno sì attaccati alle predette regole, abbenchè fondate sul più retto raziocinio, ma piuttosto abbondano nel numero delle palmette, in maniera che se AE sia nel sito da ricever l'acqua normalmente, ad essi non cale se sia già entrata sotto la superficie dell'acqua qualche poco la KF, nè che sia uscita la LB, il che succede nel porre maggior numero di palmette di quello indichi il calcolo: onde a quella ruota che in grazia di esempio porterebbe secondo il calcolo 18. in 20. palmette, essi ne darebbero 24. il che si ha voluto avvertire, perchè si sappia la latitudine che hanno le proposizioni, quando si adattano all'uso meccanico

canico, di modo che parrebbe assai meglio conformarsi alla pratica col prender l'immersione di AE non dal fondo della Sitella fino alla superficie dell'acqua discendente IB, ma dal fondo predetto fino al sito, ove cadesse la velocità media di tutti i filamenti dell'acqua destinati ad urtare la AE.

IL FINE.

TAVO-

TAVOLA ALFABETICA

Di quanto si contiene nell' Opera.

N B. *Il primo numero Romano indica il Capitolo, e quando è preceduto da un'* A. *significa l' Appendice di esso; Il secondo pur Romano, ma più minuto, mostra il numero del Capitolo; il terzo Arabico, quello della pagina; ed il* P *quando si trova, dinota Parte prima o seconda, a norma del numero che lo seguita: così* V. P. 2. xxiii. 122. *significa Capitolo quinto, Parte seconda, numero* xxiii. *carte* 122.

A

B

C

D

E

F

G

I

Lem-

L

M

N

O

P

Q

R

S

Spe-

Z

RELA-

RELAZIONE

PER LA DIVERSIONE DE' FIUMI

RONCO E MONTONE

DALLA CITTA' DI RAVENNA

Indrizzata del 1731.

All' Eminentiss. e Reverendiss. Sig. CARDINALE

BARTOLOMMEO MASSEI

ALLORA LEGATO DELLA PROVINCIA DI ROMAGNA.

AVVERTIMENTO
DELL' AUTORE.

Sin dall' anno 1731. *Sua Eminenza il Signor Cardinale* Massei, *in quel tempo Legato di Romagna, chiamò d' ordine del Sommo Pontefice allora Regnante* Clemente XII, *a se in Ravenna il chiarissimo fu Signor Eustachio Manfredi, e l' Autore di questo Trattato per la regolazione delle acque di quella illustre Città, e dopo l' esattissima visita che da' medesimi ne fu fatta, fu esibita al detto Signor Cardinale la Relazione seguente intorno a quanto credevano essi di doversi fare per liberarla da' gravissimi danni, che sempre maggiori le soprastavano dalli due fiumi Ronco, e Montone, correndo nelle loro piene più alti di qualche piede della sommità de' terrapieni, e della muraglia, di modo che restava come seppellita nella sterminata altezza delle arginature, che stranamente eransi dovute rialzare.*

Passato l' anno appresso il Progetto a Roma sotto l' esame di una particolar Congregazione a tale oggetto dalla Santità Sua deputata, restò dalla stessa approvato sotto li 11. *Marzo, decretando, che* Ultimam lineam Zendrini, et Manfredi demandandam esse executioni, *e nello stesso anno li* 17. *di Novembre fu rilasciato il Breve dalla Santa memoria dell' antedetto Pontefice, onde quanto prima fosse data mano all' opera, esprimendosi, che* avendo *il Sig. Cardinale Massei,* fatti venire in detta nostra Città il Zendrini Primario Matematico di Venezia, ed il Manfredi della nostra Città di Bologna, i quali dopo esaminate tutte le circostanze, e riconosciuti i luoghi con misure, livellazioni, e scandagli formassero una nuova linea distinta dalle altre due, *di già in passato esibite,* ed essendosi poi questa esaminata in una Congregazione particolare da Noi deputata, e composta di sette Reverendissimi Cardinali, e quattro Prelati, ne emanasse ec. *dava poi facoltà esso Breve agli Eminentissimi Legati* pro tempore *di approvare qualunque correzione, o aggiunta da farsi secondo alle emergenze o da noi due assieme, o da uno di noi, dichiarando, che tali correzioni, o aggiunte si dovessero intendere come inserte ed espresse nel Chirografo, che allora veniva rilasciato.*

Fu dunque cominciata l' anno 1733. *l' impresa, di cui certamente l' Italia da gran tempo, in tal materia, non ha veduta la simile, o*

 si

ſi riguardino gli alvei profondati di nuovo attraverſo delle Campagne ſino al mare, o le fabbriche di muro che ſopra di eſſi è ſtato neceſſario di piantare, o finalmente il grave diſpendio impiegatoſi, ſomminiſtrato e dalla generoſa munificenza del defonto Pontefice, e dalla carità verſo la Patria di quei diſtintiſſimi Cittadini, per nulla dire, perchè quanto ſi diceſſe, troppo poco ſarebbe, del zelo, attenzione, e fatiche impiegate dagli Eminentiſſimi Legati, che nel tempo delle reſpettive loro Legazioni hanno con la loro autorità, prudenza, e cognizione, ſaputo dirigere, e moderare la grand' opera, ormai ridotta aſſai vicina all' ultimo ſuo termine.

Conveniente dunque mi è paruto di render per la ſeconda volta pubblica queſta noſtra fondamentale Relazione, che potrà ſervire in gran parte di modello e norma per molti titoli a quelli, che nuove inalveazioni di fiumi, o di altri canali comunicanti col mare aveſſero ad intraprendere: Perchè poi tutto il progreſſo non ſolamente delle operazioni fatte ſi veda, ma ciò che moltiſſimo importa, ponderare ſi poſſino i di loro effetti, il che agevolmente ſi può ormai fare dopo due anni, che i fiumi corrono nel nuovo letto, e dopo che hanno ſoſtenute furioſiſſime eſcreſcenze; ſi è la detta Relazione corredata di note, e di oſſervazioni, con le quali meglio ſpiegandoſi i paſſi, vengono poi additati i cangiamenti ſeguiti, ed ogni altra coſa inſerviente ad illuſtrar quanto concerne le circoſtanze tutte della gran diverſione.

EMI-

EMINENTISSIMO E REVERENDISSIMO PRINCIPE.

PResentiamo all'EMINENZA VOSTRA il nostro riverente parere sopra la Diversione de' Fiumi Ronco, e Montone, e sopra il generale regolamento delle Acque, che scorrono ne' dintorni della Città di Ravenna. I fondamenti, su' quali l'abbiamo stabilito, sono le osservazioni fatte, e le misure prese da noi stessi sopra i luoghi per lo spazio di un Mese, delle quali si sono lasciate in iscritto alla stessa Città le memorie. Molti sono i capi de' disordini, a' quali doveva provvedersi, ed altrettante l' intenzioni, che dovevano aversi in vista, per giudicare, quale fra diversi partiti fosse il migliore, ed il più adattato al bisogno. Liberare la Città dal presente, e manifesto pericolo di restare sommersa, e devastata da' Fiumi, nell' angolo de' quali è compresa: provvedere alla necessità de' Mulini per lo sostentamento del Popolo: risanare l'Aria, che resta sepolta fra un laberinto d'Argini, ed infetta dal ristagno, e dal puzzo delle cloache: regolare i canali di scolo per modo, che le Campagne perfettamente si asciughino dalle Acque delle piogge: mantenere, anzi migliorare il Porto oggimai perduto a cagione degl' interrimenti, dandogli una spedita comunicazione colla Città stessa: in fine conservarle il comodo della vicinanza dell'Acqua del Montone ad uso di bevanda, per supplire o alla scarsezza, o alla rea qualità di quella de' Pozzi. Il concepire un progetto, per cui si uniscano in un perfetto accordo tutte le predette massime, e che possa mandarsi ad effetto con una tollerabile spesa, è quello, che ha sempre renduta difficile una tant' opera. Ci sono state comunicate molte proposizioni fatte a tal fine da un secolo in quà da rinomati, e abilissimi Uomini. Da tutte abbiamo presi dei lumi, ma in tutte qualche cosa abbiamo desiderata. Si sono specialmente esaminate con particolar cura le due celebri Linee dell'

Az-

Azzoni, e del Nadi (1), ſopra le quali ſono uſcite da alcuni anni in quà alle ſtampe diverſe Scritture. La prima di queſte Linee, anche dopo tutte le correzioni, che le ſono ſtate fatte, non ci è paruto, che provvegga baſtantemente nè all'intereſſe del Porto, nè alla ſicurezza della Città, la quale ne conoſce, e ne teme le conſeguenze. Molto più volentieri ci ſaremmo appigliati all'altra del Nadi, ſe non aveſſimo avvertito poterſi, ſenza perdere alcuno degli avvantaggi di eſſa, migliorare la condizione del Porto, traſportandolo altrove, ed inſieme diminuire la ſpeſa. L'Eminenza Voſtra, al cui riverito giudizio ſottomettiamo il preſente parere, ſaprà meglio di noi ſteſſi diſcernere, ſe nel Partito, che proponiamo, ſi ſoddisfaccia a tutte le predette intenzioni: il che ſe per le difficoltà della materia non avremo forſe ottenuto, non avrà almeno Voſtra Eminenza da deſiderare nè la noſtra diligenza, nè la noſtra fede nell' obbedirla.

Per maggior chiarezza eſporremo prima in compendio tutto il ſiſtema del regolamento da Noi diviſato. Paſſeremo poi a ſpecificare l'ordine, la forma, e le miſure di ciaſcuno de' Lavori da farſi, con diſtinguerli in più capi ſecondo la relazione, che avranno, o alla diverſione delle Acque de' Fiumi, e degli Scoli, o all'uſo de' Mulini, o all'intereſſe del Porto, o al miglioramento dell'Aria. Nell'ultimo diremo alcuna coſa della ſpeſa, con

(1) Le due linee Azzoni, e Nadi; La prima delle quali divertiva il Montone prendendolo poco ſuperiormente alla Chiavica inſerviente al Mulino vecchio, e portandolo aſſai vicino alla Città nel Ronco, laſciava con ciò tutte le acque alla deſtra, onde ben lungi che queſta linea provvedeſſe alle eſigenze, che anzi maggiori ſarebbero ſtati i pericoli, mentre i rigurgiti molto ſenſibili ſi ſarebbero reſi, allorchè uno de' fiumi foſſe venuto pieno prima dell'altro. E ciò che merita tutto il rifleſſo ſi è, che le eſcreſcenze nè poco nè molto ſi ſarebbero abbaſſate in tal diverſione e per la ſoverchia larghezza del letto de' fiumi uniti dalla Senſeda al mare, e per l'inſenſibile abbreviamento del cammino; il Candiano poſcia ſarebbe riuſcito ſempre più pregiudicato, atteſa la vicinanza dello sbocco de' fiumi riſpetto alla di lui foce.

Quanto alla linea del Nadi, oltre che impegnava in alvei ſoverchiamente lunghi, paſſando deſſa per Claſſe di fuori incontrava terreni aſſai baſſi, paluſtri, e difficili da ricever buone arginature, ed il Candiano in tanta vicinanza dello sbocco de' nuovi fiumi, ancorchè foſſe reſtato tagliato a Tamariſi, non avrebbe potuto certamente ſoſtenerſi.

con cui stimiamo potere a un dipresso condursi a fine tal Bonificazione; e tanto stimiamo, che possa bastare, per fare intendere le ragioni, che ne hanno indotti a presceglierla, e per dileguare quelle difficoltà, che potessero insorgere sopra di essa.

CAPO PRIMO.

Compendio, ed Idea Generale del Regolamento.

IL Regolamento, che proponiamo, si riduce ai seguenti Articoli, che distingueremo con numeri, per riportarci ad essi nel proseguimento del Discorso. Le Linee punteggiate segnate nella Mappa generale Tavola A. XII. la quale esibiamo annessa a questi Fogli, meglio faranno intendere i luoghi delle derivazioni delle Acque, e quelli degli altri lavori. Questa Mappa è ricavata da quella, che fu fatta anni sono coll' assistenza, e sotto la direzione del Nadi. (2) Noi l' abbiamo riscontrata con diverse riprove, e trovata molto esatta.

I. Si divertirà il Montone su la destra nel Punto K due quinti di miglio in circa sopra la chiavica del Canale del Mulino vecchio, sostenendo in C con Chiusa di muro il fondo superiore, (3) e si condurrà a traverso la Regione di mezzo ai due fiumi ad unirsi

(2) Almeno per quello riguarda quelle Campagne per le quali aveva dessa a passare, non così verso della Pialassa, Baiona, e Fossina, che come di queste situazioni niun uso ne voleva fare il Nadi, non sono state con l' accuratezza necessaria descritte; esatte però quanto basta le dimostra la TAV. A, che in questa parte si è voluta riformare.

(3) L' andamento di questa linea è stato eseguito, se si eccettua che il canale Panfilio, il quale doveva restar per molto tratto sulla destra della nuova linea, fu fatto entrare nel mezzo di essa, e fu levato con ciò quell' uso, che se ne avrebbe potuto fare per la di lui cotanto necessaria navigazione fino alla Voltazza nel tempo che duravano i lavorieri. Nella mia Relazione 1733. a stampa, intitolata *Sopra alcune modificazioni per la diversione de' fiumi di Ravenna* a carte 15, resta espresso, come segue: *Considerando pertanto, che quasi in tutto il tempo dell' escavazione può rimanere intatto il Canale Panfilio, che dovrà, come si è detto, restar sulla destra del nuovo alveo da allargarsi però e profondarsi soltanto, quanto porta il bisogno della terra da prendersi per le arginature alla sinistra; quindi le barche potranno egual-*

unirsi col Ronco alla Casa Taffinari in E. I due fiumi congiunti, si faranno imboccare nel Canal Panfilio all'angolo di questo, chiamato la Voltazza in L, e proseguiranno per lo detto Canale fino al Passo de' Tamarisi in M, dove uscendo per un altro Taglio alla sinistra, si porteranno al Mare in F, dugento pertiche in circa sopra la foce del Candiano.

II. L'Alveo OI, (4) per cui corrono di presente uniti il Ronco, ed il Montone, si escaverà a mano dalla confluenza in giù fino al Mare due piedi sotto il pelo basso di questo, e si proseguirà la medesima escavazione dalla confluenza in su, nel Montone fino al Ponte Canale in P, e nel Ronco fino allo sbocco

c... almente che adesso, passare verso Ravenna per esso Canale, e quando si verrà ad intestare alla Voltazza, si fermeranno a questa, e dipoi intestato successivamente a Porto, fino a questo sito arriveranno allora i Navigli, per esser poi le merci, il rimanente del viaggio per lo Stradone di Porto carreggiate fino alla Città, e vicendevolmente da questa verso del Candiano.

Ma tagliato che sia il Ronco, e derivata l'acqua nel nuovo alveo, dovendo per qualche spazio di tempo correre esso fiume diviso al mare, senza che più il Panfilio, ed il Candiano possino dare altra navigazione, che la brevissima dal presente Porto fino al passo di Tamarisi, allora, abbenchè la nuova foce de' fiumi non fosse resa profonda quanto basta, non essendo però credibile, che sì presto si ricolmi l'alveo del Panfilio per stabilirsi la nuova cadente, si potrà per un tempo, e benissimo, con barche che arriveranno al passo predetto di Tamarisi tragittare le merci in altre barche che fossero nel nuovo alveo, da esser con esse tradotte fino alla Voltazza, e poi carreggiate a Ravenna.

Onde assolutamente parlando, abbenchè con qualche difficoltà, vi sarà sempre, o quasi sempre una tal quale comunicazione tra il mare e la Città, che se anco restasse affatto intercetta non durerà però l'interrompimento del commercio, che per due mesi, o poco più, che si consumeranno nella escavazione dell'alveo abbandonato de' fiumi, onde ridurrà il nuovo naviglio all'uso della navigazione.

Il che sia detto perchè si comprenda, che quando fossero state eseguite le predette disposizioni, che furono fin dal principio alterate, la Città non poteva restar priva della navigazione, che per pochissimo tempo, e pure si è questo punto fatto passare per il più forte motivo di aver cangiato il Porto, coll'idea di sostituire quello della Pialassa, come sarà esposto più innanzi.

(4) Questo capo di regolazione non è stato eseguito, ma mutata la linea in quella del Pontecanale e scolo della Città, essendosi creduto di risparmiare molta spesa, rispetto a quella che sarebbe importato il da noi proposto cavamento nell'alveo abbandonato da' fiumi uniti QOI: abbenchè il fatto abbia poi mostrato di essere stata molto maggiore, non ostante che molto ancora vi manchi quando si voglia rendere il Porto della Pialassa compito e perfetto.

co della Chiavica della Lama in R (5). Quest' alveo escavato servirà di Porto, dandosi per interamente perduto quello del Candiano, che fin'ora ha servito.

III. Si taglierà il Canal Panfilio alla sinistra nella rivolta della Darsina in Q, (6) e li si darà comunicazione con l' alveo presente del Ronco.

IV. Le acque, che scolano nel Panfilio per lo Fosso vecchio, invece di correre verso Mare, si obbligheranno a voltar all' indietro al passo de' Tamarisi, e ad isboccare con Chiavica nel nuovo Fiume (7). Quando l'acqua di questo sarà torbida, si chiuderà la Chiavica, e se ne aprirà un' altra da costruirsi nella parte inferiore del Panfilio di sotto allo sbocco del Fosso Vecchio, acciocchè l' acqua vada allora per la presente strada al Mare.

V. Quelle dell' Arcabologna (8), e l' altre, che ora mettono capo nel Panfilio a destra di sotto alla Voltazza, si manderanno per un solo Canale a seconda del nuovo Fiume ad isboccare in esso con Chiavica poco sopra il passo de' Tamarisi.

VI. Le altre di scolo, che entrano nel Panfilio parimente a destra (9), ma di sopra alla Voltazza per la Chiavica Mazzolini, seguiteranno ad andarvi, ma per esso Panfilio correranno all' indietro, riuscendo nel Ronco abbandonato per lo Taglio fatto alla rivolta della Darsina.

VII. Quelle poi, che sboccano nel Panfilio alla sinistra, o so-

(5) Si dava per perduto il Porto del Candiano, essendosi da noi potuto osservare, che anche avanti di por mano nella regolazione, i fondi di quella foce erano scarsissimi per il bisogno della navigazione, comecchè rimanevano atterrati dalla vicina foce de' fiumi vecchi I.

(6) Il Taglio della Darsina vecchia si farà quando resti effettuata la regolazione da me ultimamente proposta, essendo rimasta inesequita quella, che in questo numero si è indicata.

(7) La Chiavica di cui quì si parla non è stata fatta, scolando le acque di quelle basse Campagne verso del Fosso vecchio.

(8) Anco le acque dell' Arcabologna, ed altre sono state condotte verso dell' abbandonato Panfilio oltre del passo di Tamarisi.

(9) Quelle poi ch' entravano nel Panfilio superiormente alla Voltazza per la Chiavica Mazzolini, anderanno in ora con l' acqua destinata alla macina del Molino nuovo, a scaricarsi nella nuova linea alla di lei sinistra per la Chiavica ivi costruttasi, detta della Mattamolla, e qualche volta potranno pure essere indrizzate per il Taglio della Darsina nel Ronco abbandonato, e verso il nuovo Porto.

ſopra, o ſotto alla Voltazza, ſi potranno recapitare con Chiavica o nel Ronco abbandonato, o nel Panfilio ſteſſo fra la Voltazza, e la Darſina, o finalmente nel nuovo Fiume verſo il paſſo de' Tamariſi, ſecondochè l'uno, o l'altro di queſti termini ſarà più comodo ai Terreni, che le tramandano.

VIII. Quanto alle acque della Regione di mezzo a'due Fiumi ſi rivolterà (10) il condotto della Lama dal punto S a paſſare per Botte ſotto il vivo della chiuſa del Montone in C, e quindi ad unirſi nel punto T alla Canaletta, e con ciò le acque dell'uno, e dell'altro Scolo ſi ridurranno a isboccare nel Ronco a foce aperta per la Chiavica, per cui ora vi sbocca la Lama verſo R, la cui ſoglia ſi dovrà abbaſſare, come ſi dirà a ſuo luogo.

IX. Lo ſcolo della Città, il quale paſſa di preſente per Botte, chiamata il Ponte Canale (11), ſotto il letto del Montone, ſi recapiterà nello ſteſſo Montone abbandonato, ed eſcavato come ſopra, e per eſſo andrà al nuovo Porto.

X. Nel medeſimo Porto ſi potranno recapitare il Dirittolo, la Via Cupa, il Valtorto, ed altre Acque chiare fra il Montone, e il Lamone, che ora vanno nella Foſſina, come ſi ſpiegherà, parlando in particolare del Porto.

XI. Il Mulino vecchio ſeguiterà a macinare come di preſente coll'Acqua del Montone, condottavi per un Canale da farſi dentro

(10) La Botte formataſi nel vivo della gran Chiuſa deſtinata a ſoſtenere le acque del Montone per la molitura del Mulino vecchio, non ha ſervito per lo ſcolo della Lama, e Canaletta, come eraſi da prima diviſato, ma con Chiavica appoſta le acque di eſſi ſcoli ſi ſono fatti sboccare nel nuovo Montone poco ſuperiormente al ponte di legno, che lo traverſa, e la Chiavica che rimane ſenz'altro uſo ſul Ronco abbandonato, ſervirà poi, quando ſi effettui l'ultimo progetto, per l'acqua deſtinata alla macina del Mulino nuovo, da prenderſi al Chiavicone Spadoni alla ſiniſtra di eſſo Ronco, e da paſſarſi per Botte ſotto della Lama ivi dirimpetto, e condurſi poi per alveo ſeparato alla Botte della Chiuſa, onde paſſando ſotto al vivo di eſſa, e ſotto al Montone, ſervir poſſa all'effetto predetto a norma della Relazione 1740.

(11) Non ſi è alterato l'andamento dello ſcolo della Città, ma in vece di recapitarlo nel Montone abbandonato, ſi è laſciato nell'antico ſito, e coll'allargarſi, e profondarſi ſotto il pelo baſſo del mare, ſi è fatto ſervire al nuovo Naviglio, e Porto della Pialaſsa, e queſto canale fino a' Fenili de' P. P. di S. Vitale potrà ſervire ad ogni altro ricapito, che dar ſi voleſse alla navigazione.

tro all' Alveo abbandonato di questo, il qual Canale riuscirà alla Chiavica presente del Canal del Mulino, e con questo si unirà (12). Il fondo superiore del Fiume sarà sostenuto dalla Chiusa, come si è detto, e sopra di questa se ne alzerà il pelo quanto basta nella maniera, che si esporrà, parlando dell' esecuzione del Progetto, ma non si dovrà giammai far macinare, che con Acqua chiara, la quale avrà scarico nel Ronco abbandonato per la strada presente.

XII. Il Mulino nuovo potrà seguitare parimente a macinare senza alcuna mutazione colla sola Acqua chiara, che vi si condurrà dal Montone (13), e dal Ronco uniti, sostenendo il pelo de' due Fiumi all' altezza, che si dirà, e l' acqua di esso si scaricherà come ora nel Panfilio, e quindi per lo taglio della Darsina nel Ronco abbandonato.

XIII. Il Mulino del Macello potrà regolarmente macinare ad Acqua chiara, ma non dovrà macinar mai con la torbida. Si potranno abbassare le Soglie superiori di questo Mulino once quattro, ed altrettanto i Catini. L' Acqua, che avrà servito alla Macine, avrà libero scarico nel Ronco abbandonato per la solita sua strada.

XIV. Se l' esperienza mostrerà esser indispensabile il macinare tal volta con Acqua torbida, si deriverà con Chiavica un Canale a destra dal Montone mezzo miglio in circa sopra il punto della sua Diversione, la cui Acqua rientrerà nel Montone stesso disotto alla Chiusa da farsi nel detto luogo, passando per Ponte Canale sopra la Lama non lungi dal punto C (14). Su questo

(12) Il Mulino vecchio stato interrotto nel suo uso, macinerà come faceva prima, quando s' inalzi 5 once il ciglio della Chiusa stato tenuto nell' esecuzione più basso delle prescritte misure; il detto ciglio dunque, quando resti più basso della coltellata della Chiavica di esso Mulino, che esiste sul Montone al principio del condotto, che vi porta l' acqua p. 8 : 3 : 8, e restino pure abbassati i suoi Catini piedi uno e mezzo, si potrà far Botte, o sia l' ingorgo dell' acqua, come faccvasi prima della diversione, e potrà macinare egualmente con l' acqua chiara, che con la torbida.

(13) Il Mulino nuovo coll' acqua cavata dal Ronco al Chiavicone Spadoni, e condotta, come si è detto al num. 10., potrà macinare ad acqua parimente chiara e torbida, e quando si volesse ravvivare anco quello del Macello in supplemento del nuovo, non vi può esser difficoltà di rimarco per ridurlo ad un conveniente uso.

(14) Quindi si fa affatto inutile a pensare alla fabbrica di verun altro mulino da macinare ad acqua torbida.

ſto Canale ſi fabbricherà un Mulino verſo il ſuo sbocco, e volendo farvene due, ciò ſi potrà, tenendo il Canale più ampio, e diramandolo in due sbocchi, e queſti Mulini riuſciranno lontani poco più di due miglia dalla Città, e potranno macinare amendue ad un tempo, quando l'Acqua del Montone ſia torbida.

XV. Per accoſtare l'Acqua di queſto Fiume alla Città in ſupplemento di quella de'Pozzi, ſi farà una piccola Chiavica nell' argine ſiniſtro del Canale, che condurrà l'Acqua ſoſtenuta del Fiume al Mulino vecchio, e ſi farà rientrare parte di eſſa nell' Alveo abbandonato, e ciò a certi tempi, che ſi ſtabiliranno col riguardo di non portar pregiudizio al macinare (15). Con queſt' Acqua ſi empirà l'Alveo preſente del Montone dal punto della Diverſione fino a Porta ſerrata a quel ſegno d'altezza, che parrà ſufficiente, riſtagnandola con un piccolo Cavedone di ſotto a Porta ſerrata. Quando ſi vorrà darle ſcolo, acciocchè non imputridiſca, ſi aprirà un altra Chiavichetta, che ſarà in queſto Cavedone, e ſi laſcerà ſcorrere l'Acqua per la parte inferiore del Montone abbandonato, fino a ſcaricarſi nell'alveo del nuovo Porto.

(15) Nè vi ſarà biſogno alcuno di condurre l'acqua del Montone per bevanda della Città, potendo a ciò eſser ſupplito e con buche profonde, da eſcavarſi dagli abitanti nell'alveo abbandonato di eſſo Montone, come pure il condotto per l'acqua chiara, che ſi farà per eſſo Mulino potrà ſuffragare dall' altro lato della Città ad una tale eſigenza.

CA-

CAPO SECONDO.

Dell' ordine, e della forma de' lavori da farsi per la diversione de' Fiumi, e per lo recapito degli Scoli.

PRemesso in universale il sistema del regolamento di queste Acque, soggiungeremo ora in quali precise forme, e misure, e con qual ordine stimiamo, che si debba mandare ad effetto in ogni sua parte. A tal fine presentiamo all' Eminenza Vostra, oltre la detta Mappa generale de' Luoghi, la Pianta speciale delle linee di diversione de' due Fiumi, da' quali si dovrà dar principio all' opera.

Questa Pianta specifica la condizione de' Terreni, per li quali passano le dette linee di diversione, le fabbriche, ch' esse incontrano, le strade pubbliche, che attraversano, i condotti maestri, che intersecano, ed ogni altra appartenenza, fuor che i nomi de' Possidenti de' Terreni, de' quali non abbiamo stimato necessario prender notizia.

Aggiungiamo alla detta Pianta un profilo delle Campagne, tra le quali passeranno gli Alvei progettati de' Fiumi, secondo le Livellazioni da Noi fatte; avvertendo, che sebbene i punti di Campagna Livellati non cadono tutti su le precise Linee, che proponiamo, ci siamo tuttavia accertati, che poca differenza di altezza possa correre tra quelli del profilo, e quelli delle predette Linee in distanze eguali dallo sbocco.

Nel medesimo profilo sono notate le Linee cadenti de' nuovi Fondi e degli Argini, stabilite sopra le osservazioni delle pendenze presenti degli uni, e degli altri, tanto nel solo Montone, quanto ne' Fiumi uniti, le quali cadenti non abbiamo alcun luogo di temere, che possano alzarsi, ma piuttosto abbassarsi dopo fatta la diversione (16), per lo meno fino a tanto, che siegua un

(16) Rimane a tutti palese l'abbassamento seguito del Ronco dopo che fu sboccato nella nuova linea, anche maggiore di quello potevasi concepire, non arrivando adesso le piene superiormente al punto della diversione gran fatto oltre della metà de' rivali, e sì forte è la velocità che in tale incontro concepisce l'acqua, che anco nelle parti più lontane ne risentono per le corrosioni essi rivali, senza loro pericolo però, attesa la moderata altezza a cui in ora salgono le piene,

un notabil prolungamento della Linea nel Mare, il quale ſtimiamo non poterſi evitare con qualunque Arte, ma ſolo diminuirne gli effetti, con mantenere retto, e riſtretto al poſſibile l'Alveo del Fiume.

Dovrà dunque prima d'ogni altra coſa fabbricarſi nel ſito eſpreſſo di ſopra all'Articolo primo la chiuſa del Montone, e nel vivo del Muro di eſſa la Botte, per dar paſſaggio alla Lama, acciocchè queſto edificio abbia tempo baſtante a conſolidarſi prima di eſſer eſpoſto al tormento dell'Acqua.

L'uſo della Chiuſa predetta dee eſſere di dar caduta al Mulino, o ai Mulini dell'Acqua torbida(17), quando ſi riſolva di volerli, come all'Articolo decimoquarto; di alzare più facilmente, e più ſollecitamente l'Acqua chiara del Montone a comodo del Mulino vecchio, ſecondo l'Articolo undecimo; e di tradurre dalla deſtra alla ſiniſtra del nuovo Letto del Montone gli ſcoli della Regione di mezzo a tenore dell'Articolo ottavo.

Si rimette a chi avrà la ſopraintendenza all'eſecuzione, lo ſtabilire le fondamenta, e il regolare lo Stramazzo, le Ale, i loro attacchi con gli Argini, e tutto il maſſiccio di queſta fabbrica colle avvertenze neceſſarie per la ſua ſuſſiſtenza, atteſo maſſimamen-

ne; così il Montone limitato dal labbro della Chiuſa il fondo ſuo naturale, ſe non ha potuto abbaſsarſi riſpetto ad eſſo, tiene certamente le di lui eſcreſcenze aſſai più baſſe di prima a cauſa della forte chiamata della Chiuſa medeſima; quando poſcia farà ſeguita una molta prolungazione della nuova linea in mare, allora il fondo avrà ad elevarſi, ma la rettitudine del cammino, e lo sbocco in ſito aſſai vantaggioſo, fanno ſperare, che mai ſiano per giungere alle eſorbitanti altezze alle quali giungevano nel tempo che correvano alle mura di Ravenna, e quando andavano al mare per l'alveo vecchio de' fiumi uniti eccesſivamente alla loro eſigenza largo; di modo che io ſono perſuaſo, che chi aveſſe da principio avuto attenzione a tenerli più riſtretti con le arginature, difficilmente ſi ſarebbero veduti sì ſconcertati, e fatti sì incapaci tanto nelle ſuperiori, che nelle inferiori parti a contenere le loro eſcreſcenze.

(17) Quando le ultime propoſizioni 1740 da me fatte debbano aver luogo, ſervirà la Chiuſa per dar l'acqua al Mulino vecchio, trattenendolo col ſuo ciglio alla diviſata altezza, e la Botte fabbricata nel vivo delle di lei muraglie non più ſervirà a dare il paſſaggio, almeno per adeſſo, alle acque della Lama, e Canaletta, come portava il noſtro primo Progetto, ma a tradurre ſotto del Montone un condotto di acqua tirata dal Ronco per ſervizio del Mulino nuovo, prendendola e chiara, e torbida ſenza diſtinzione alcuna.

mente qualche abbaſſamento, che dovrà ſeguire del fondo del nuovo Alveo di ſotto alla medeſima.

Per quello, che a noi preſentemente appartiene, baſterà dire, che la luce, o larghezza del piano ſuperiore di eſſa per cui dovrà paſſare tutta l'acqua del Montone, deve eſſere di Pertiche otto (18); Che il piano predetto nella ſua parte più alta, o ſia nella creſta, o ciglio della Chiuſa deve eſſere più baſſo piedi 8. 5. della Coltellata verſo il Fiume, della Chiavica, che dà l'Acqua al Canale del Mulino vecchio; Che il Mulino dell'Ala ſiniſtra ſuperiore della Chiuſa, deve ſervire per facciata d'avanti alla Chiavica d'un Canale da derivarſi ad uſo del detto Mulino, la cui Acqua deve paſſare a traverſo il detto Muro, come ſi dirà, parlando de' Mulini; E finalmente, che la Soglia della Botte per la Lama, che paſſerà ſotto la Chiuſa, deve reſtar baſſa ſotto il detto Ciglio, o ſommità di queſta piedi 7, e la larghezza della detta Botte nel ſuo fondo, o Soglia deve eſſere di piedi 6.

Nello ſteſſo tempo, che ſi farà la Chiuſa ſi coſtruiranno ne' debiti luoghi le Chiaviche (19) di ſcolo mentovate negli Articoli 5, e 7, acciocchè ancor eſſe abbiano tempo di ſtabilirſi prima di eſſer poſte in opera.

Allora ſi potrà venire all'eſcavazione dell'Alveo, che deve ſervire alle Acque unite del Ronco, e del Montone. La larghezza

(18) Le miſure di eſſa Chiuſa, ſono poi ſtate dal Signor Manfredi, e da me in varie volte regolate nel ſeguente modo: La larghezza del labbro di 46 piedi Agrimenſorj di Ravenna, che ſono di Venezia 76 $\frac{2}{3}$, eſſendoſi fatta minore di luce ſull'eſempio di quella di Matellica, avuto riguardo alla portata dell'acqua del Savio, ed a quella del Montone. La ſommità del di lei ciglio ſecondo le riforme doveva eſſer più baſſa della coltellata verſo il fiume della Chiavica, che dà l'acqua al canale del Mulino vecchio, piedi 8. 4. 7. di Ravenna, come di queſta miſura ſono tutte le altre, ma da chi ha ſoprainteſo alla fabbrica è ſtata tenuta più baſſa dello ſtabilito oncc 4, e punti uno; di maniera che viene eſſo ciglio a riuſcir più baſſo di detta coltellata p. 8. 8. 8. per due terzi della di lei larghezza, e per l'altro terzo aggiacente al fianco ſiniſtro reſta più baſſa p. 9. 3. 8. così regolata dal Signor Manfredi, come ne fui avviſato con ſue lettere 4. Ottobre 1735, laſciandoſi cioè un terzo dell'apertura, come fu ſtabilito del 1733, e gli altri due terzi rialzandola un piede, ed un'oncia. La ſoglia della Botte rimane più baſſa piedi 16 in punto del detto ſtabile.

(19) Circa alle Chiaviche per gli ſcoli veggaſi quanto ſi è detto a' numeri 7. 8. 9.

za di queſt' Alveo da Argine ad Argine, cioè dal ciglio interiore dell' uno a quello dell' altro, ſi farà di Pertiche 15. Quella del Fondo dev' eſſere di Pertiche 10.

Non giudichiamo neceſſario fare tal eſcavazione a mano a tutta la larghezza predetta, fuorchè per un tratto di 100. Pertiche incirca all' origine del detto Alveo (20), ma ſi potrà dopo quel tratto diminuire a poco a poco la larghezza, riducendola ad una Cunetta di 3 pertiche incirca, con poca, o niuna ſcarpa, acciocchè l' Acqua poſſa più facilmente dilatarla. Si debbono eccettuare que' ſiti ne' quali, atteſa la baſſezza della Campagna, la terra eſcavata non baſtaſſe a formare gli Argini nelle dovute miſure, intendendoſi, che per tutto ſi eſcavi in larghezza almeno tanto quanto baſta per compire l' Arginatura, e quando a ciò fare foſſero ſoverchie le tre Pertiche di larghezza, ſi eſcavino ciò non oſtante le ſuddette tre Pertiche.

Si crede bensì neceſſario, che l' eſcavazione ſi faccia per tutto alla profondità della cadente ſegnata nel detto profilo. E perchè il Canal Panfilio deve per lungo tratto ſervire a queſto Alveo, ed eſſo è già più baſſo della cadente predetta, e la ſua larghezza è di una Pertica (21) e mezzo in circa, baſterà dilatarlo altri 15. piedi, la metà da una parte, e l' altra metà dall' altra, eſcavando queſti 15. piedi ſolo alla profondità della predetta cadente. La Terra, che ſi trova in forma d' Argine irregolare ſu le Ripe di queſto Canale, ſi dovrà traſportare ſu le linee degli Argini reali da coſtruirſi.

L' altezza di queſti ſi regolerà ſu la loro cadente ſegnata nel Profilo, ſopra la quale reſta aſſai di franco dalle maggiori Piene (22). La groſſezza in ſommità ſarà di piedi 5. Per al-

(20) Si è poi dovuto dopo l' immiſſione del Ronco nella nuova linea ſcavare a mano molta parte dell' alveo nuovo de' fiumi uniti, e ciò pur ſi è fatto per tutta la linea del Montone, per eſſerſi incontrato ne' fondi un terreno troppo reſiſtente, che certamente l' acqua non avrebbe potuto corrodere, e ciò tanto meno, quanto che contemporaneamente al Ronco, o poco dopo non ſi è sboccato il Montone ad accreſcer forza, e momento all' altro fiume.

(21) Il Panfilio è ſtato, come ſi è detto, preſo nel mezzo dell' alveo in vece di laſciarlo alla deſtra, come eraſi determinato del 1733.

(22) Fu anco riformato il profilo col tenerſi l' arginatura più alta di prima.

altro si rimette, a chi avrà la direzione del lavoro, il dare agli Argini la dovuta scarpa, e bisognando, il munirli di banca in campagna, come pure il dar le scarpe alle Ripe, o Golene nei luoghi, dove tutta la larghezza dovrà farsi a mano; l'alzar queste Ripe, e il fortificarle, e sostenerle con lavori, dove o la bassezza soverchia della campagna, o la condizione del Terreno lo richiedesse; il difendere le concavità delle piccole piegature delineate nella Pianta, per prevenire le corrosioni, e le tortuosità del Fiume, e di usare in somma tutte le necessarie cautele secondo l'Arte.

Fatta l'escavazione nel modo predetto, tutte le Acque di scolo, che dovranno recapitarsi per li Articoli 5, e 7 in quest'Alveo, si condurranno alle Chiaviche loro destinate, e potranno avere per esso il loro corso.

Quando i nuovi Argini saranno rassodati, e aderbati, e si giudicheranno in istato di resistere al corso dell'Acqua, si farà una forte Intestatura, o Cavedone attraverso il Canal Panfilio alla Voltazza nella Linea dell'Argine sinistro del nuovo Alveo, ed un'altra pure attraverso il Panfilio a destra al passo de' Tamarisi, ed aspettando una Piena del Ronco, si taglierà l'Argine destro di esso dirimpetto all'Alveo preparato. L'Acqua del Fiume non mancherà di prender corso per questo Alveo, come quella, che vi troverà una caduta di 3. piedi in circa da fondo a fondo, e comincerà a corroderlo, e a dilatarlo. Si lascerà nulladimeno sul principio aperto l'Alveo presente, il quale a poco a poco si verrà atterrando a misura, che il nuovo si renderà più capace. Ma dopo qualche Piena, si potrà chiudere affatto il vecchio con una intestatura (23), acciocchè tutta l'Acqua si riduca nel nuovo, e allora si farà il Taglio accennato all'Articolo 3. alla rivolta della Darsina, che darà comunicazione al Canal Panfilio coll'Alveo, che il Ronco avrà abbandonato.

Allora le Acque della Chiavica Mazzolini mentovata all'Articolo 6, e le altre, che secondo l'Articolo 7. dovessero entrare o nel Panfilio fra la Voltazza, e la Darsina, o pure nel Ronco abbandonato, cominceranno a sfogarsi per questi Alvei, ma lo sca-

(23) La Darsina non fu allora tagliata, perche è stata mutata l'idea del Porto, ed il recapito degli scoli, come si anderà a suo luogo indicando.

ſcarico di eſſi non ſi renderà affatto libero, ſe non dopo fatta l' eſcavazione del nuovo Porto, come ſi dirà a ſuo luogo.

Intanto ſi dovrà voltare il Condotto della Lama, per la Linea notata nella Mappa generale alla Botte preparatale ſotto la Chiuſa, e quindi a trovare la Canaletta, e con eſſa andare alla Chiavica comune del ſuo sbocco nel Ronco (24). Si toglierà la comunicazione della Canaletta coll' Acqua, che viene dal Mulino vecchio, acciocchè tutta vada alla detta Chiavica, la cui luce potrà dilatarſi alquanto, e la Soglia ſi dovrà abbaſſare piedi 2. 7, per darle tutto lo ſcarico poſſibile, con che reſterà ancora alta un piede ſopra la baſſa Marea. I Foſſi, e ſcoli, che mettono acqua nella Lama, o nella Canaletta, ſi dovranno condurre a queſta nuova Linea del di lei corſo, e ſarà anche neceſſario eſcavare il fondo della Canaletta fino al piano della detta Soglia abbaſſata. Le due Chiaviche ſuperiori, per le quali parte della Lama ha sfogo nel Ronco, non ſi ſtimano più neceſſarie, ma volendoſi aprire, ſe ne potranno abbaſſare le Soglie due buoni piedi.

Ad un medeſimo tempo dovrà eſſerſi preparato l' altro Alveo nuovo da condurre l' Acqua del Montone al Ronco, il quale Alveo ſi dovrà anch' eſſo eſcavare per le prime cento Pertiche di ſotto alla Chiuſa a tutta larghezza, la quale ſarà per queſto Fiume di 6 (25) Pertiche in fondo, e poi ridurſi alla Cunetta di 3. Pertiche, facendo per tutto gli Argini diſtanti fra loro Pertiche 10, e regolandoſi in ogni altra coſa ſecondo la Pianta, ed il Profilo, e ſecondo le avvertenze, che ſi ſono date nel parlare de' Fiumi uniti, e colla ſteſſa groſſezza d' Argini in ſommità. Si taglierà finalmente l' Argine deſtro del Montone, e ſi fa-

(24) Non fu rivoltata la Lama alla Botte, ma con Chiavica propria fabbricata nella deſtra del nuovo Montone fu recapitata in queſto; quindi la Botte rimaſe chiuſa, perchè ſenz' uſo. Ma quando reſti effettuata la regolazione 1740, reſterà aperta per ſervizio del Mulino nuovo, ed in ogni caſo che il letto del nuovo Montone dalla Chiuſa al Ronco ſi alzaſſe, e perdeſſero la Lama, e Canaletta lo ſcolo, potranno ſempre con l' acqua di detto Mulino eſſer paſſate per la detta Botte, e ſotto il vivo della Chiuſa verſo il Mare, ſecondo le prime idee della regolazione.

(25) Eraſi veramente preparato il nuovo alveo del Montone dalla Chiuſa alla confluenza come quì veniva preſcritto, ma eſſendoſi da me oſſervato dal 1739. la tenacità della terra del fondo, ſi è fatto da per tutto eſcavare a tutta larghezza.

si farà scendere l' Acqua di esso nell' Alveo nuovo per la Chiusa già preparata, per cui avrà caduta intorno a 5. piedi dal fondo superiore all' inferiore, e contemporaneamente avendo tagliato l' Argine sinistro del Ronco all' unione del nuovo Alveo del Montone con esso, confluiranno le Acque dell' uno, e dell' altro per l' Alveo destinato ad amendue, le quali nelle prime Piene finiranno di corroderlo (26), e stabilirlo alla misura proporzionata alla forza dell' uno, e dell' altro. Si starà avvertito sul principio nell' impeto delle Fiumane, per impedire le Rotte, che potessero forse temersi, e per accorrere al riparo.

Le Linee della proposta diversione sono in ogni loro parte sepolte fra terra, tanto rispetto al fondo, che al pelo basso. Gli Argini di moderata altezza, e con grossezza in sommità di piedi 5 (27). Il corso delle Acque quasi affatto retto, e bastantemente lontano dalla Città, perchè in caso di Rotte a sinistra, non possano queste accostarvisi, se non molto dilatate, e dopo aver perduto l' impeto: circostanze, che non concorrevano nella Linea Azzoni, onde in caso di Rotte a sinistra, o resteranno trattenute dall' alto della Campagna, o frenate dagli Argini del Canale del Mulino vecchio, o da quelli dello stesso Ronco presente, o al più avranno per esso Ronco lo sfogo, onde la salvezza della Città ci pare stabilita con tutta la sicurezza possibile.

L' Alveo vecchio del Montone di sotto alla diversione, si chiuderà con Argine, o Intestatura ben robusta (28), e con buona Banca esteriore, e forte palificata interiore, acciocchè resista agli sforzi, che facesse il Fiume per tornare a rivolgersi a quella parte. Stabilito l' Alveo nuovo comune ai due Fiumi, si potranno fabbricar le due Chiaviche dell' Articolo quarto per lo

(26) Sboccati che furono tutti e due si proporzionarono secondo alla loro natura il fondo, e sono corsi con la più desiderabile felicità al mare.

(27) Non arrivano veramente da per tutto alli divisati piedi 5, ma la terra di cui sono composti è di sì buona qualità, e restano le piene di sì moderata altezza, che non è da temersi nemmeno per ciò danno alcuno.

(28) L' intestatura è stata bensì fatta, ma senza banca esteriore, nè la palificata è stata piantata come portava il progetto: sarà però rimessa opportunamente nella più valida forma.

lo Foſſo vecchio (29), e indirizzare ſecondo l' Articolo ſettimo quelle Acque di ſcolo, che non aveſſero per anco avuto ricapito.

E' ſoverchio avvertire, che pendente il tempo di queſti Lavori, reſterà interrotto l'uſo del Canal Panfilio, che ora ſerve al Porto, e quello del Mulino nuovo, e del Macello, e finalmente anco quello del vecchio (30); Onde converrà ſupplire il meglio, che ſia poſſibile al difetto del Porto, valendoſi di quello della Foſsina, e prevenire la mancanza delle Farine, con raccoglierne prima quantità baſtevole per tutto il tempo de' lavori predetti.

L' interſecazione, che il nuovo Alveo farà delle Strade pubbliche (31) obbligherà anch' eſſa a far un paſſo ſopra barche, almeno alla Strada Romana, finchè vi ſi provvegga ſtabilmente colla coſtruzione di un Ponte.

Immediatamente dopo la chiuſura del vecchio Alveo del Montone, ſi metterà mano alla eſcavazione del nuovo Porto, di cui

(29) Le Chiaviche non ſono ſtate fatte, ma ſi è procurato di ſupplire in altro modo a' predetti ſcoli.

(30 Quando ſi aveſſe tenuto il Panfilio alla deſtra, ſi avrebbe avuta una navigazione baſtevole ſino a tanto, che il nuovo naviglio ſi aveſſe fatto; ma all' improvviſo uſcito un altro Progetto per il Porto, non più ſi è penſato al primo da noi propoſto, e circa a' Mulini è rimaſta la Città, attesſo il detto cangiamento, per molti meſi priva affatto della molitura de' grani, con molto incomodo, e danno principalmente del minuto popolo.

(31) Il numero de' Ponti fu poi coll' intervento della Deputazione della Città ſtabilito del 1733. con particolar Relazione a ſtampa, diretta al Sig. Cardinale Maſsei, intitolata: *Sopra il Mulino ad acqua torbida con il Progetto del numero de' Ponti ſopra de' nuovi alvei ec.* in queſta a carte 9. ſi dice: *Quattro vorrebbero eſſer i Ponti, uno cioè ſopra de' Fiumi uniti alla Voltazza per la comunicazione della Regia ſtrada di Roma. Il ſecondo alla Taſſinara ſopra del nuovo Montone poco ſuperiormente al punto della nuova confluenza per Forlì, e Forliveſe. Il terzo nel Ronco in faccia alla ſtrada detta della Cella, e ſupplirà alla ſtrada del Diſmano, che nell' Inverno principalmente reſta affatto impraticabile. Il quarto ſi coſtruirà ſopra della Chiuſa, e ſi farà di pietra, e ſervirà per la Regione di mezzo li fiumi, ſenza obbligare quelli che abitano verſo del Montone a paſſare al Ronco per venire a Ravenna.*

Tutti queſti Ponti ſono ſtati fatti a riſerva di quello ſopra della Chiuſa. Quello poi alla ſtrada Romana dalla magnanima idea dell' Eminentiſſimo Cardinale Alberoni è ſtato fatto fabbricare di pietra cotta, e di marmi, diviſo in cinque arcate vive,

ve, e due morte vicino a' fianchi: fabbrica veramente fuperba, e degna della grandezza del Pontefice fotto di cui è ftata inalzata, e dell'animo fublime di chi l'ha fatta efeguire. L'Iscrizione che l'adorna collocata fopra di un eminente piediftallo è la feguente:

CLEMENS. XII. PONT. MAX.
BEDESIS. ET VITIS. AQVIS
RAVENNÆ. VTRINQVE. IMMINENTIBVS
CORRIVATIS
MAGNIFICO. PONTE. SVPER. IMPOSITO
ROMANAQVE. VIA. RESTITVTA
VRBEM AB ALLVVIONE. IMMVNEM
REDDIDIT
VIATORVM SALVTI. ET. COMMODO
PROSPEXIT
A. S. MDCCXXXVI. PONT. VI.
OPVS. CVRANTE
IVLIO. CARD. ALBERONO FLAMINIAE
LEGATO
S P Q R.
PRINCIPI. BENEFICENTISSIMO. P.

E dirimpetto in altro piediftallo:

INCHOAT.
DIE VIGESIMA. SECVNDA. IVLII
ANNI M. DCCXXXV
ABSOLVT.
DIE VIGESIMA DECEMBRIS
ANNI. M. DCCXXXVI.

In qualche parte della Relazione prefentata l'anno 1739. al Sig. Card. Alberoni predetto in propofito di quefto Ponte, diffi, e quì lo voglio ripetere: *Di non poterfi negare che chi giunge la prima volta al magnifico, e fontuofo Ponte, che il nuovo, e grand' alveo traverfa per la continovazione della ftrada Romana, che dalla condotta de' fiumi ne reftava interrotta e divifa, non debba reftar forprefo e dalla mole di quefta Regia fabbrica, e dalle nuove linee de' fiumi, che a perdita di vifta di quà e di là fi eftendono, e che non abbia a concludere, che tal opera fia ben degna dell' animo Augufto di Clemente XII. Sommo Pontefice, e fia per efsere, fra i moltiffimi altri del fuo Pontificato, un eterno monumento della fomma fua Providenza, ed infieme della faggia ed ottima direzione di V. Eminenza, e concludere con giuftizia, che impresa fimile, terminata che fia, farà da equipararfi in materia di condotta di acque, alle maggiori che da' maggiori Principi fiano ftate fatte.*

E' fembrato a taluno quefto Ponte troppo alto, ma circa a ciò aggiunfi in altro §. i feguenti fenfi in detta Relazione. *Di quefto Ponte efpor-*

cui si parla all' Articolo secondo (32), e all' introduzione in esso delle Acque del Ponte Canale, ed altre di scolo, come agli Articoli 9, e 10, ma noi differiremo di parlarne all' ultimo, per le molte ispezioni, che sono annesse a tal materia.

esporrò, che l' aversi fatto tenere all' altezza, in cui si trova, farà un giorno benedire la saggia di Lei previdenza, mentre dovendosi fuori di dubbio, il nuovo fiume prolungar la linea nel mare, è poi inevitabile il rialzamento del proprio fondo, e per conseguenza della portata dell' acqua, ed allora si vedrà se soverchio, o affatto necessario sia stato l' averlo costrutto ad una tale altezza, che finalmente non eccede, che di once sei, ed un punto quello del Ronco a Porta Sisi.

Non è piaciuto ad alcuni il sito sceltosi per esso Ponte, come che fuori della dirittura della strada Romana, e più verso della confluenza de' nuovi fiumi; L' aversi da' Periti detto al Signor Cardinal Legato, che il fondo alla detta strada non si trovava consistente quanto era uopo, ha fatto risolvere il formarsi la fabbrica nel luogo antedetto. Che poi tal cattivo fondo vi sia veramente nell' accennato sito, niun saggio avendone fatto, nulla potrei di certo affermare; certamente che il trasporto ha costato all' impresa somme grandi, non che nell' attuale grandiosa fabbrica, ma nel formarsi le necessarie salite, e nella comunicazione della nuova strada tanto a destra, che a sinistra per unirla alla Romana, essendo ivi bassissima la Campagna, e di un instabile terreno.

(32) Cangiatasi l' idea del Porto, non fu proseguita l' esecuzione del Naviglio da noi progettato, ma dato mano a ridurre lo scolo della Città in un canale atto alla navigazione.

CAPO

CAPO TERZO.

De' Lavori da farsi per l' uso de' Mulini.

NEll' Ala sinistra superiore della Chiusa del Montone, si aprirà la luce d' una Chiavica con Soglia più bassa un mezzo piede del ciglio della predetta Chiusa, per la quale luce munita di Cateratte, entrando parte dell' Acqua del Fiume, riuscirà in un piccolo Canale, che poco più sotto si farà rientrare nell' Alveo vecchio di quello, e si condurrà per esso a canto alla Ripa, o Golena destra, fiancheggiandolo con Argine a sinistra fino alla presente Chiavica, onde esce il Canale del Mulino vecchio, lunghezza di un quarto di miglio incirca.

L' Argine, che accompagnerà il Canale, si potrà far alto sopra il fondo di esso piedi 3. La larghezza sarà eguale a quella del presente Canale del Mulino vecchio, e il fondo si spianerà da Soglia a Soglia delle predette due Chiaviche, alzando però prima quella della Chiavica presente un piede incirca. L' Acqua, che si prenderà dal Montone per la nuova Chiavica, passerà per l' altra presente, e verrà al Mulino per lo solito Canale, il cui fondo ora interrito, si dovrà escavare orizzontalmente al piano della Soglia di quest' ultima.

Qualora l' Acqua del Montone sarà torbida, si terranno chiuse le Porte della nuova Chiavica, dovendo in tale stato il Mulino vecchio onninamente cessare dal suo uso, nè ricever giammai Acque torbide, se non si vuole rovinare affatto il Porto (33). Anzi

(33) Con la mutazione del Porto, avendosi per necessità dovuto variar molte altre cose stabilite, si è proposto altro Progetto per i Mulini l'anno 1740, quando d'ordine di Sua Santità Benedetto XIV. felicemente Regnante, fui a riconoscere, servendo S. E. il Sig. Cardinale Marini, tutto ciò che concerner poteva il termine di questa grande Impresa: Secondo dunque a quanto ho lasciato in iscritto a Sua Eminenza, potrà il Mulino vecchio macinare egualmente e con l'acqua chiara, e con la torbida, mentre il progetto è di fare all' uscire della Chiavica di questo Mulino sul Ronco abbandonato, due mediocri Chiaviche, e due canali, che in esse ponghino capo, il destro avrà a servire per l'acqua quando torbida sia, la quale mediante un taglio verso la Darsina vecchia del Panfilio sarà portata a sboccare in questo, per-

Anzi farà bene, che ſtieno parimente chiuſe le Porte dell' altra Chiavica preſente, acciocchè, penetrando qualche poco di torbidi per le prime, non ſi eſtenda, che nel piccolo tratto del Canale nuovo, e ſe ne poſſano levare facilmente a mano gl' interrimenti.

In tempo poi di Acque chiare, ſi aprirà l'una, e l'altra Chiavica, e ſi darà il corſo all' Acqua ſino al Mulino, la quale potrà talvolta, cioè in tempo d'abbondanza d' Acque, eſſer forſe baſtevole al macinare, ſenz'altra manifattura.

In tempo di ſcarſezza d' Acqua ſi dovrà ſoſtenere il pelo del Fiume, affinchè entri in ſufficiente altezza per la nuova Chiavica. A tal' uſo potrà qualche volta baſtare, riſtringer la larghezza della ſezione del Fiume immediatamente di ſotto alla nuova Chiavica, e di ſopra al Ciglio della Chiuſa co' ſoliti Tavoloni, i quali dal fianco ſiniſtro della Chiuſa ſi eſtendano ad un pilone di Muro fabbricato a tal' uſo ſopra la ſommità di eſſa, ed alto piedi 4. in circa, entrando il gargame nell' uno, e nell' altro ſtabile (34). Ma perchè il più delle volte non riuſcirà col ſolo riſtringimento di alzar l' Acqua abbaſtanza, ſi potrà per ora ſeguitare a praticare il ſolito Argine, o Cavedone di terra. Per altro ci riſerbiamo di ſuggerire con maggior comodo un provvedimento più ſtabile, e più ſpedito, che ſi va diviſando per tal' effetto, e con ciò riſparmiare la ſpeſa del detto Argine, e il ritardo al macinare.

Se-

perchè vada alla Chiavica della Mattamolla a Tamariſi ne' nuovi fiumi, ed il ſiniſtro da tenerſi aperto, ed uſarſi nel ſolo tempo delle acque chiare. il qual condotto dovrà aprirſi a canto alla muraglia della Città fino al nuovo navi glio.

(34) Eſſendoſi tenuto, com' è ſtato notato al numero 18. il ciglio della Chiuſa più baſso della coltellata della Chiavica nel Montone abbandonato inſerviente al Mulino vecchio p. 8. ſ. 8, cioè once 4 ed un punto. meno dello ſtabilitoſi nelle ultime riforme fatteſi dal Sig. Manfredi, ſi dovrà fare un alzamento ad eſso ciglio di once cinque, indi ſi avranno ad abbaſsare i catini del Mulino da un piede ſe non più, potendoſi ciò ben fare da che il Ronco dopo la diverſione è rimaſto del tutto vuoto di acqua, ed in tal maniera ſenz'altro argine o Camminelli, che vorrebbero eſser fatti nell'alto del labbro della Chiuſa, ſi renderà macinante il Mulino vecchio, e quando in vece di un tal provvedimento, che ſi reputa il più facile, ſi voleſse introdurre i Camminelli, ſaranno da piantarſi alcuni ſtanti di marmo per i medeſimi, e diſporvi un ponticello di legno per chiuderli ed aprirli ſecondo il biſogno.

Secondo le Livellazioni da Noi fatte, e riſcontrate con ogni eſattezza, baſterà ſoſtenere il pelo di queſt' Acqua piedi 1. 7. ſopra il ciglio della Chiuſa, perchè il Mulino poſſa macinare a Botte; perocchè in tale ſtato il pelo riſtagnato dalle portine del Mulino, ſi equilibrerà in un medeſimo livello con quello del Fiume alla nuova Chiavica, e queſto pelo ſarà alto piedi 2. 5. ſopra la Soglia delle dette portine, ch'è quell' altezza maggiore, a cui poſſono contenerla gli Argini del Canale ſuperiore al Mulino.

Atteſo ciò, baſterebbe, che l'Argine da farſi attraverſo il Fiume foſſe alto ſopra il ciglio della Chiuſa piedi 1. 7, ma per ogni impenſato accreſcimento d'acqua, e ſempre chiara, che poteſſe darſi, ſi potrà fare alto piedi 2. 2, e dandoſi tal caſo, il Mulino macinerà ſeguitamente, e dovrà aprirſene lo sfogatore, affinchè l'acqua non ſormonti gli Argini del Canale, oppure abbaſſar di nuovo il pelo del Fiume, con levar d'opera uno, o più dei Tavoloni predetti.

Nè quì, per accreſcer l'altezza del detto Argine, avrà più luogo il riguardo di poter ſoſtenere una piena mezzana del Fiume, che ſopraggiungeſſe, perchè non dandoſi piene ſenza torbida, dovrà in tal caſo il Mulino aſſolutamente ceſſare dal macinare, e dovrà chiuderſi la nuova Chiavica, laſciando, che l'acqua demoliſca l'Argine; anzi ſi dovrà eſpreſſamente proibire, che queſto non ſi faccia mai più alto de' predetti piedi 2. 2. acciocchè venga toſto ſormontato, e aſportato da qualunque principio di piena; il che toglierà eziandio le querele degli Adiacenti ſuperiori, i quali ora con qualche ragione ſi dolgono (35), che per la grande altezza, che al preſente ſi dà al detto Argine, ſtieno in collo le Fiumane, e poi nel demolirlo, che fanno, tirino ſeco colla gran caduta acquiſtata, le ripe ſuperiori.

Pare a prima viſta, che togliendoſi al Mulino vecchio l'uſo della torbida, ſia per averſene più ſcarſo ſervigio di quello, che ora ſe ne abbia, ma queſto timore non ſi troverà ben fondato, ſe attentamente ſi paragonerà lo ſtato nuovo col preſente.

(35) La quale altezza della Chiuſa non potrà mai pregiudicare a' riguardi de' poſſidenti ſuperiori, avvegnachè riuſcirà all'incirca di livello col fondo vecchio del Montone, e col vantaggio della chiamata del declivio della Chiuſa, eſſendoſi oſservato, che dopo la diverſione le piene di molto non arrivano agli antichi ſegni.

te. Venendo torbido il Fiume, ſuppoſto, che l' Argine reſiſta alla Fiumana, che ſpeſſe volte non vi reſiſte, oppure che, ſquarciandoſi, reſti ancora tanto d' acqua da ſervire alla Macine, non però in tale ſtato ſempre ſi può macinare, mentre baſta, che il Ronco, in cui queſt' acqua ſi ſcarica, corra nel ſuo letto in altezza di 3. piedi, per annegar il Mulino, il qual caſo ſi può credere, che ſpeſſe volte ſucceda, maſſimamente in Inverno, e più in Primavera allo ſcioglierſi delle Nevi, le quali mantengono alle volte per ſettimane, e meſi una mezza piena perpetua. Inoltre nel preſente ſtato di coſe, neppure ſempre ſi macina, ove le acque ſieno chiare a cagione del lungo tempo, che convien perdere a fabbricar l' Argine. Noi ſteſſi lo abbiamo veduto nel noſtro ſoggiorno in Ravenna, diſtrutto da una piena di Agoſto, non poter eſſere interamente riparato, che li due Ottobre, onde il Mulino ceſsò più d' un Meſe dal ſuo officio; e appena lo ripigliò nel predetto giorno, che l' Argine per poco non fu di nuovo aſportato da un' altra piccola piena, che ſopraggiunſe. Di queſti caſi ſi può conſiderare quanti ogni anno ne accadano, onde, computando il tutto, il Mulino non macina aſſolutamente per la metà dell' anno, nè forſe per la terza parte.

Nel regolamento, che ſi propone, non dovendo farſi che un Arginello di piedi 2. 2., ſi potrà perfezionare l' opera in uno, o due giorni, e toſto ripararla, quante volte ſarà diſtrutta dalle piene, nè vi ſarà più timore, che altre acque inferiori facciano peſcare il Mulino, perchè queſto ſi ſcaricherà ſopra un pelo d' acqua poco più alto di livello del Mare, onde egli macinerà quante volte il Montone avrà acque chiare, che vuol dire per la maſſima parte dell' anno (36), e ſi

(36) E circa alla facilità della molitura, ſeguirà queſta anche meglio di prima, eſsendoſi anche abbaſsata la Chiavica di ſfogo di detto Mulino al Ronco, di modo che potrà quaſi ſempre macinare a ſoce aperta.

Prima di laſciar la conſiderazione di queſto Mulino, che è di una inſigne, e ragguardevole fabbrica, ſi vuole quì addurre certa quanto lepida, altrettanto ſenſatiſſima iſcrizione, fatta da Girolamo Donato, celebre Soggetto fra i rinomati Letterati del ſuo tempo, e Preſidente della Provincia della Romagna per la Veneta Repubblica, che nel Secolo decimoquinto ne era in poſſeſso. E' ſteſa deſsa in marmo nella facciata dell' edificio a fianco della Porta maeſtra, e contiene in una ſpecie di Legge, e d' avvertimento circa a' Mugnai, quanto ſegue:

HIE-

e si potrà abbassare a piacere la soglia della Chiavica di sfogo di esso Mulino del Ronco, anzi lasciarlo sboccare a foce aperta.

Aggiungasi, che quando questo Mulino macinerà a Botte, come per lo più succede, il pelo superiore non si abbasserà così sollecitamente, come ora fa all'aprirsi delle portine, attesa l' ampiezza del Vaso, che gli farà Botte, e sarà tutto il tratto del Canal presente, tutto quello del nuovo, e quello finalmente dell' Alveo superiore del Montone per la lunghezza di oltre un miglio di sopra alla Chiusa: laddove al presente il ristagno fatto dalle portine fino al detto livello, neppure arriva per lo Canal superiore fino alla Chiavica sul Montone: attesi gl' interrimenti, che inevitabilmente egli soffre, per darsi adito alla Torbida. Potrà dunque durarsi a macinare prima di votare la Botte per molto più lungo tempo, che ora non si fa, oppure si potrà macinare a 3. e 4. poste con quell' altezza di Botte, con cui ora si macina ad una, o due. E sebbene in ricompensa più tempo vi vorrà ad empire il Vaso predetto, si potrà fare tal riempimento nelle ore della notte, e macinar seguitamente le intere giornate, buona parte delle quali si spende ora nell' aspettare, che si riempia la Botte, la quale ogni 3. ò 4. ore è vuota.

Passando al regolamento de' due Mulini, Nuovo, e del Macello, compita la diversione de' Fiumi, dovrassi nell' Argine sinistro dell' Alveo comune di essi un poco di sotto alla confluenza fab-

HIERONIMVS. DONATVS. PRÆSES
A. FVNDAMENTIS. RESTITVIT.

INSTITOR. MOLENDINARIVS. DILIGENTER. MOLAS. ET. RELIQVA. INSTRVMENTA. CVRATO. FRVMENTA. CITRA. DOLVM. ET. SVPINAM. INDILIGENTIAM. SERVATA. ET. MOLITA. RESTITVITO. PRETER. CVPVLAM. NIHIL. EXIMITO XL. NVM. EXSOLVITO. COLLVM. ET. MANVS. AMBAS. IN. COLVMBARI. CONCLVSAS. PER. DIEM. LEGITIMAM. TENETO. SED. HEVS. TV. QVI. MOLENDA. FRVMEN. CONTVLERIS. EDICTO. NE. FIDITO. MANVS. OCCVLATAS. HABETO. ET. SCITO. INSTITORES. MOLENDINARIOS. EX. EDICTO. PVNIRI. POSSE. NON. CORRIGI.

1493.

fabbricare altra Chiavica (37), e derivarne un Canale della larghezza del Canal superiore di essi Mulini, il quale si farà rientrare poco dopo nell' alveo abbandonato del Ronco, e si condurrà per esso a canto alla ripa destra fino alla presente Chiavica de' Mulini, continuandolo col Canal superiore di questi, che dovrà espurgarsi dagl' interrimenti. La Soglia della Chiavica da costruirsi, si potrà fare alta un mezzo piede piu di quella del-

(37) Al cangiamento del sito del Porto, si è cangiata anco l' idea di condur l' acqua dalla confluenza per il Ronco abbandonato al Mulino nuovo, o sia stato per la spesa, che importava, oppure perchè disegnandosi allora di non più servirsi de' Mulini ordinarj della Città, o al più del Vecchio, e volendosene uno da macinare in ogni tempo ne' Prati della Lama oltre delle nuove linee, è restata affatto giacente la nostra proposizione; ma sboccato che fu il Ronco nel nuovo alveo, ha macinato bensì il Mulino vecchio per molti mesi, attesa l' umida stagione corsa, quanto poteva bastare per la Città; ma divertito poi anche il Montone, nè regolato il ciglio della Chiusa, nè abbassati i Catini del detto Mulino, sono rimasti tutti e tre i Mulini immacinanti con grave danno della popolazione; finalmente dal zelo dell' Eminentissimo Sig. Cardinale Marini Legato, è stato riposto in un conveniente moto il Mulino nuovo coll' acqua del Montone presa alla Chiusa, e fatta passare nel Ronco abbandonato, ed in ora con la regolazione 1740, quando resti effettuata, può sperarsi rimessa anco in tutti e tre i Mulini, la molitura nel modo che segue: Si vuol prender l' acqua del Ronco al Chiavicone Spadoni, collocato sulla sinistra di questo fiume in distanza di sei miglia da Ravenna, dovendosi fermar prima l' acqua di detto fiume con lavoriere amovibile all' altezza di piedi 2. e mezzo in circa, conducendola poscia con canale proprio fino a passar sotto la Lama con Botte, indi con alveo a questo parallelo portarla sotto alla Chiusa nella Botte ivi esistente; tradotta poscia alla sinistra del nuovo Montone si porterà al Mulino nuovo, ed in tal modo la detta Botte della Chiusa, che servir doveva per lo scolo della Lama, e Canaletta, servirà a quest' altro essenzialissimo uso del Mulino nuovo, ed occorrendo anco, com' è stato detto al num. 24. in ogni incontro di crescimento del fondo de' nuovi fiumi, anco il detto scolo potrà sempre esser sotto di essa Botte recapitato, non ostante quell' acqua, che all' uso predetto venisse derivata dal Chiavicone Spadoni; quest' acqua poscia così condotta, se torbida, dopo avere animato il Mulino nuovo, dovrà passare alla Chiavica della Mattamolla a Tamarisi per il vecchio Panfilio ne' nuovi fiumi, e se chiara, col mezzo di certo Taglio da munirsi con Chiavica, si farà passare attraverso del Ronco abbandonato, come bastantemente lo esprime la Mappa annessa, al nuovo Porto, e pertantò il detto Mulino sarà ridotto a macinare in tutti i tempi: vantaggio che non si aveva, eseguendo le prime idee da noi concepite.

della presente Chiavica sul Ronco all' uscir dell' acqua nel Canale, e con ciò riuscirà a un dipresso eguale in altezza al fondo stabilito del nuovo alveo. Si darà al Canale la cadente del predetto mezzo piede dall' una all' altra Soglia, e gli argini, che dovranno contenerne le acque, si faranno alti piedi sei sopra il fondo di esso.

Si avrà per massima inviolabile di non far mai entrare in questo Canale acqua torbida, e perciò in tempo di Fiumane, o sien del Montone, o del Ronco, staranno chiuse le Porte tanto della nuova, quanto della presente Chiavica; anzi sarà cura de' Custodi il chiuderle, qualunque volta si avrà probabilità, che sopraggiunga nell' uno, o nell' altro Fiume qualche elevazione di torbida.

In acque chiare si potranno queste condurre ai due Mulini, sostenendole ad un' altezza non minore di piedi 5. 2. sopra la Soglia della nuova Chiavica, tanto richiedendosi per far giungere l' acqua su le Soglie de' due Mulini all' altezza necessaria per macinare a Botte. L' acqua così alzata rigurgiterà nel Ronco per 5. miglia in circa al disopra, e nel Montone ancora fino alla Chiusa, senza però sormontarla, ma con restare più bassa della sommità di essa un piede, e 3. once in circa.

Per ottenere il predetto alzamento si potrà continuare per ora l' uso de' Tavoloni, e dell' Argine, o Cavedone nella maniera poc' anzi detta (38), non permettendoci ora l' angustia del tempo di

(38) Fu progettato da me nel 1733. nella Relazione a stampa indrizzata al Sig. Cardinale Maffei, col titolo di *Metodo esecutivo di tutte le operazioni*, al §. *Ma perchè una volta finalmente ec.* quanto ricercavasi per sostituire un valido, benchè amovibile riparo all' argine, ch' era solito farsi nelli due fiumi a motivo delle macine, dovendosi per queste inalzar l' acqua fino ad un certo segno; consisteva il ripiego nel *piantar 9 piloni di buona muraglia con sua platea, e battenti, da' quali restando divisa tutta la larghezza del fiume in dieci vani, di larghezza una pertica e mezzo per ciascuno, dovessero ricevere i Tavoloni per i Camminelli*: dichiarando che a maggior facilità si avrebbe potuto porre de' Tavoloni verticali, o bolzoni ordinarj ne' 4. vani a canto le rive, cioè due per parte, e negli altri sei porvi la travata, o pianconatura distesa orizzontalmente, da essere e questa, e quelli levati prontamente ad ogni piena, ed avendo nella Relazione 1739. versato di nuovo circa alla formazione di tali piloni, ordinai al Capo maestro, quello stesso, che formato aveva il gran Ponte, di minutare la spesa, il quale dopo fatte le necessarie osservazioni calcolò, che ogni pilone sarebbe costato Scudi 494. 62, e fra tutti Scu-

di digerire quanto si va pensando intorno ad altro modo più facile, e più sicuro di questo. Ma quì l' Argine dovrà avere almeno la detta altezza di piedi 5. 2. sopra il fondo del Fiume, anzi di piedi 6. per ogni buon fine, e più ancora, se si desse caso, che il fondo de' Fiumi uniti s' abbassasse sotto la cadente del Profilo; onde sarà questa opera di maggior manifattura di quella, ch' e necessaria per l' altro Mulino, ma non però maggiore di quella, che ora si fa per questi due, de' quali parliamo, tenendosi ora l' Argine anco più alto, per resistere a qualche escrescenza del Ronco, e per condurre eziandio la torbida al Mulino del Macello, il che nel nuovo regolamento non dovrà più aver luogo.

Il gran Vaso, che dovrà empiersi d' Acqua, per farla giungere alla detta altezza, richiederà lungo tempo, ma siccome oltre l' Acqua del Ronco, la quale è quella sola, che oggi serve a questi due Mulini, qualche parte ve ne sarà di quella del Montone avanzata all' altro Sostegno del Mulino vecchio, così il tempo non dovrebbe riuscire troppo più lungo di quello, che ora s' impiega per far Botte a questi stessi Mulini, massimamente ove i Tavoloni, che si metteranno in opera per fare il ristagno, si spianino, e si combacino uno con l' altro esattamente, nè lascino uscire dal vaso alcuna notabile quantità di acqua.

E' da avvertire, che sebbene nel fondo superiore del Ronco stabilito alla bassezza, a cui dovrà ridursi, rigurgiterà l' Acqua oltre a 5. miglia, come si è detto, e con ciò giungerà a parti più lontane di quelle, alle quali giunge di presente (ch' è poco oltre la Colonna di Gastone di Foix) nulladimeno l' altezza assoluta del livello di quest' Acqua ristagnata, sarà la medesima, a cui ora si ristagna, nè i Possidenti superiori dietro al Ronco potranno, come ora, dolersi della troppa altezza dell' Argine, mentre quello, che si farà non eccederà il puro bisogno de' Mulini, nè dovrà stare a prova delle Fiumane, anzi giungendo que-

Scudi 4450, e la Chiavica e fianchi alla destra altri Scudi 4000, che sommavano in tutto 8450. Scudi, ma per varj incidenti nulla essendosi dipoi fatto, e sboccatosi anco il Montone nel nuovo alveo, si è poi ridotta l' esecuzione di simil progetto e troppo difficile, e di assai maggior dispendio; quindi si è pensato alla presa dell' acqua al Chiavicone Spadoni: operazione assai più facile, di moderato dispendio, e sicura.

queſte, ſi dovrà, per quanto ſia poſſibile, cooperare a demolirlo.

Coll'acqua così ſoſtenuta macinerà a Botte non ſolo il Mulino nuovo, ma in parte eziandio quello del Macello, abbaſſandone le ſoglie ſuperiori (39), e i Catini once 4, come ſi è detto all' Articolo 13. mentre l' acqua contenuta in un sì gran Vaſo, non potrà che lentamente vuotarſi, ancorchè oltre le Portine del Mulino nuovo, s' aprano quelle del Macello.

Nè dovrà riputarſi di pregiudizio per queſti due Mulini, che quello del Macello, il quale altre volte macinava colla torbida, debba, non meno che il Nuovo, ceſſare in tal caſo dal ſuo officio; Imperocchè da una parte ſi compenſa queſto difetto dal poter egli nel regolamento, che ſi propone, macinare ad un tempo ſteſſo, che il Nuovo, con acqua chiara, il che non mai, o rariſſime volte faceva per l' addietro; e dall' altra parte il caſo, che egli macinaſſe colla torbida, non era che aſſai raro, per l' impedimento, che trovava al ſuo ſcarico nello ſteſſo Ronco, il cui pelo anche baſſo dirimpetto al Mulino (come dalle Livellazioni abbiamo riconoſciuto) per l' alzamento ſeguito del fondo, ſi ſoſtiene a tanta altezza, che baſta per renderlo immacinante, annegandone i Catini, ſeppure l' altezza dell' acqua nel Canal ſuperiore non foſſe tanta da vincere la reſiſtenza dell' inferiore; caſo, che non può darſi, ſe non viene una Fiumana, e allora per lo più ſi ſquarcia l' Argine, e il Ronco dirimpetto al Mulino piucchè mai ſi alza, e totalmente lo affoga. Noi abbiamo oſſervato quanto ſia facile il ceder dell' Ar-

(39) Quanto al Mulino del Macello, non riputandoſi in ora neceſſario, ſi potrà laſciare ſenz' alterazione, da poterſene ſervire, quando pur anco ſi credeſse, che i due Mulini Vecchio e Nuovo non ſuppliſsero al biſogno della Città; nel qual caſo avrà ad eſſer abbaſsato ne' ſuoi Catini, e ſi ricercherebbe una piccola botte ſotto il canale dell'acqua torbida del Mulino vecchio, che gli paſserà a canto, onde portarſi la chiara di eſso Macello verſo il nuovo Porto, ed in tal modo ſarebbe ridotto a macinare e con acqua chiara, e torbida; Che ſe ſi vorrà con queſta ſola ſua di lui molitura, non ſi avrebbe che ad abbaſsare i Catini, potendoſi ciò ben fare, rimanendo ſenz' acqua il Ronco, ed il canale dell' acqua torbida del Mulino vecchio, convenientemente baſſo in ogni ſtato di acqua, ſe pure non ſi amaſse meglio di ridurlo a ruote verticali, come ſi coſtuma in tutto lo Stato Veneto, ed altrove ancora, ed allora macinar potrebbe con aſsai meno corpo di acqua.

Argine ad ogni mezzana piena, in occasione di quella del dì 9. corrente, che portò un'accrescimento di Acqua nel Ronco non più che per due piedi, e ciò non ostante l'Argine, il quale dopo più d'un mese di lavoro era stato pochi giorni prima compito, si rilasciò nel suo attacco al Pilone, e convenne, che il Mulino nuovo cessasse dal servigio poco prima ripigliato, finche la rottura fosse saldata.

Stimiamo dunque, che col presente progetto non solo non venga diminuito, ma resti vantaggiato l'uso di tutti e tre i Mulini, non ostante, che niuno di essi debba macinare ad acque torbide. Ma perchè la Città assolutamente desidera, che non si cessi in tale stato dal macinare (40), abbiamo nell'Articolo 14. proposto di supplire a ciò coll'edificio di uno, o due Mulini, da costruirsi al Montone; quando l'esperienza ne faccia conoscere la necessità. La distanza di essi dalla Città non sarà più, che 2. miglia, ch'è quanto si può ragionevolmente desiderare, e quanto noi troviamo di poter accordare colla salvezza del Porto, e con tutto il sistema del regolamento proposto.

L'acqua per questi Mulini si dovrà prender con Chiavica dalla destra del Montone, mezzo miglio incirca superiormente alla nuova Chiusa, e farà rientrare nel medesimo Fiume, con altra Chiavica inferiormente a quella, passando, come si è detto, per Ponte Canale sopra il Condotto della Lama, e i Mulini si collocheranno a 25, o 30 pertiche dallo sbocco. La caduta del pelo del Fiume tra quelli due termini sarà intorno a 5. piedi, ch'è sufficiente per lo macinare d'un Mulino, o pur di due, se si vuol prender l'acqua per un più largo Canale, e dividerla in due rami. Non ci diffonderemo nelle misure appartenenti alle Chiaviche, nè al Canale, o agli Edificj, perchè niente può occorrere in ciò, che comunemente non sia noto, e che non se ne vegga l'esempio in altre simili fabbriche, o su questi medesimi Fiumi, o su gli altri della Romagna. Durante il colmo delle Piene maggiori, dovranno star chiuse amendue le Chiaviche d'imbocco, e di sbocco, non potendosi allora macinare per lo troppo impeto dell'acqua superiore, e per la troppa altezza della inferiore.

I me-

(40) Ridotti i due Mulini della Città a macinare e con la torbida acqua, e con la chiara, rimane superfluo il pensare alla fabbrica di alcun altro Mulino, com'erasi progettato in questo paragrafo.

I medesimi Mulini si potrebbero far macinare, quando anche l'acqua del Montone fosse chiara, ma stimiamo, che allora si vorrà piuttosto condurla al Mulino vecchio, come più comodo alla Città, sostenendola, come di sopra si è spiegato; onde in tale stato dovrà diligentemente serrarsi la Chiavica all'imbocco, acciocchè entrandone qualche parte nel nuovo Canale, non si ritardi l'elevazione di quella, che si vuol condurre al Mulino vecchio.

Benchè la Chiusa da noi proposta sia in tale altezza da non far elevare sensibilmente il fondo superiore del Montone, nulladimeno avendone noi osservati gli Argini superiori molto bassi, e molto deboli, stimiamo indispensabile alzargli intorno a un piede, e ingrossarli debitamente; lavoro necessario a farsi anche prescindendo dall'impresa della Diversione.

Intorno al condurre l'acqua del Montone presso alla Città (41), come Bevanda sperimentata più salubre di quella de' Pozzi, niente abbiamo da aggiugnere a quello, che se n'è detto all'Articolo 15, ove abbastanza si è spiegato ciò, che dovrà praticarsi.

(41) Non è stata condotta l'acqua del Montone per bevanda della Città, nel dubbio, che dalla gente disattenta non restasse coinquinata col servirsene per altri usi, ma viene supplito a tale esigenza con certe buche, che si formano nell'alveo abbandonato di esso Montone, che danno acqua quanto basta, e di buona qualità per l'uso predetto.

e CAPO

CAPO QUARTO.

Alcune notizie circa i Porti di Mare, con il modo più ſicuro di formarne uno alla bocca de' Fiumi in luogo di quello del Candiano, che ſi dà perduto.

IL Porto del Candiano, unica ſtrada, per cui ſi mantiene aperta la comunicazione col Mare, ed il qualunque Commercio, che pur gode la Città di Ravenna, eſſendo egli da qualche anno in quà con ſenſibili deterioramenti; ha chiamato tutte le noſtre applicazioni, per rintracciare ed il vero di lui ſtato, e le cagioni degli accaduti ſconcerti, onde poterſi nel miglior modo provvedere all'eſſenzialità di che ſi tratta.

E perchè nulla più abbiamo creduto, che illuminar ci poſſa, che il vivo, e fedele eſempio degli altri vicini Porti di queſta Spiaggia; quindi ſi ſono voluti viſitare tanto quegli ſopra, che ſottovento di queſta Foce, perchè dalla varietà degli accidenti, che ci ſi ſono preſentati d'avanti, poteſſimo trarre ſicuro argomento, onde porre eſſo Porto nel migliore poſſibile ſiſtema; perſuaſi, che la di lui conſervazione tende direttamente ad accreſcere il luſtro alla Città, l'erario al Principe, e la dovizia a tutta la Provincia.

Coſtantemente dunque ci è accaduto di oſſervare quanto coll' intelletto, ſul fondamento dell'eſperienza, ci andavamo già figurando, vale a dire, che nulla più può contribuire all'atterramento de' Porti, che le torbide de' Fiumi, e che mai Fiume torbido, non reale, e che abbia del torrente può da ſe formare, e mantenere Foce aperta ai Naviganti ſul Mare; e che per lo contrario anche poche acque chiare, che ſieno o dolci, o ſalſe, e più queſte di quelle, godono ſempre di un tal privilegio, e vagliono a conſervarſelo, ſe la natura, od altro non ſturbaſſero ſovente il loro operare.

Eſporremo brevemente a Voſtra Eminenza quanto ci pare poter eſſer ſufficiente, perchè ſi comprenda l'idea generale dell' affare in quiſtione.

Tre movimenti ſenſibili, e potiam dire coſtanti, hanno nel Golfo Adriatico le acque del Mare, cioè di fluſso, e rifluſſo, e di radente il Lido. Coſpirano i due ultimi inſieme ſu le bocche

de' Porti di acque salse, o dolci, ma chiare: Il primo del flusso incontra il terzo radente ad angolo quasi retto, e lo sospinge al Lido, senza che sensibilmente lo debiliti, onde ne nasce, che come alternativamente vanno i due primi di crescente, e di decrescente succedendosi, così l'ultimo con forza costante sussiste sempre.

Da ciò ne deriva, che le sabbie del Mare, o tirate da' propri cupi fondi dalle burrasche, o portate da' Fiumi, sieno sempre spinte da Tramontana in Ostro, dirimpetto le Foci predette de' Porti falsi, o dolci, ma però d'acqua chiara.

Quanto a quelli di acqua torbida de' Fiumi, o ch' essi sono reali, o perenni, oppure temporanei; se della prima specie, non mai valendo il moto ordinario del flusso del Mare a far rivolgere in contrario senso il loro corso, ne proviene, che solo ritardano in tal tempo la propria velocità, e s' ingrossano a qualche distanza dalla Foce nel proprio Alveo; ma se l'energia del loro corso vale a superare il momento della crescente, molto più riescono a portata di tagliare, e sostenere il moto radente; che però restando il Mare alla loro destra con niuno, o pochissimo moto, hanno campo le torbide di quivi deporsi, e ne sorgono prestamente gli scanni, ed alla loro sinistra fermano solamente le arene ordinarie del Mare, seppure alcun'altro Fiume superiore non somministra nuova materia anche a questa parte. Ma essendo sempre in minore quantità la naturale torbida portata dal Mare lungo i Lidi, di quella portata dal Fiume nelle piene, e mezze piene, maggiore anche per necessaria conseguenza esser deve lo scanno sotto, che sopravvento, cioè a destra, che a sinistra, ed a misura della forza del corso del Fiume, maggiore succede la protrazione di esso scanno verso il Mare.

E perchè laddove l'acqua corrente del Fiume trova minor resistenza, ivi si volge, perciò sorgendo lo scanno a destra più alto, e più lungo, e prima del sinistro, però le Foci de' Fiumi rivolgono per ordinario su questa nostra spiaggia a sinistra il loro corso, che nella decrescente viene poi fatto più vegeto dall' alzamento delle proprie sezioni acquistate durante l'alta Marea.

Quanto al radente, è questi forzato a scostarsi dal Lido per quel tratto, che dura l'energia del riflusso, facendo questi in tal tempo l'uficio di un vero ostacolo alla detta correntìa, passato il quale ritorna poscia ad accostarsi piucchè può alla spiaggia.

Ma se un tal Fiume avesse per avventura lo sbocco di un altro torbido sopravvento, e verso Tramontana, in tale stato, potendosi da questo contribuire molta sabbia alla parte sinistra dell' inferiore, potrà per un tal'accidente accadere, e che lo scanno superiore sia o maggiore, o eguale all' inferiore, o pur anche assolutamente più dilatato, ed avanzato verso il Mare, e che il Fiume in vece di volgere lo sbocco sopravvento, lo rivolga ad Ostro, e sottovento, come è accaduto a tutte le bocche del Po grande dal Cammello in giù, e specialmente a quella di Goro, ed allo stesso Lamone nelle vicinanze di questi Lidi, benchè il ravvolgimento della Foce allo Scirocco di quest' ultimo, possa anche esser accaduto dall' asciuttarsi, che fa, o del tutto, o quasi del tutto esso Lamone nel proprio Alveo, e così durare molto tempo, dando luogo al Mare di occupar la di lui Bocca, e di rivolgerla a suo talento sottovento secondo le leggi degli sbocchi delle acque salse, che sempre si rivolgono verso Ostro a rovescio de' Fiumi predetti.

Accade ciò, perchè lo scanno non si potendo formare, che dalle sabbie del Mare provenienti da Tramontana, e non potendo esse oltrepassare nel riflusso la correntìa di queste acque, le depongono a sinistra (42). Così va succedendo in tutti i Porti formati dalle Lagune salse, o dolci che sieno, come accade alla Bajona, ch' è un Porto, che prende le acque, e non in poca quantità dalle Valli, alla destra del Lamone, e questa stà rivolta con la sua Foce allo Scirocco.

La Fossina, altro Porto di questa spiaggia, guarda il Levante, restando in essa dalla detta Bajona, che le stà troppo vicina, ed a cavaliere, alterati gli effetti, che produrrebbe. Il Savio, Fiume torbido, ed impetuoso, seguendo la legge, che a lui compete, si è trovato con lo sbocco assai prolungato, e volto a Tramontana. In somma, se particolari circostanze non intervengono, non mai scorgesi alterato il detto sistema, anzi costantemente osservansi adempite le leggi, che dalla combinazione di molti fenomeni si è fissata la natura.

Dalle

(42) Del 1731. così stava rivoltata la bocca della detta Bajona, esaminatasi da noi con la diligenza maggiore col mezzo di ottimo ago calamitato, in ora attesi i molti lavorieri praticatisi dopo il 1737, tiene lo sbocco verso Greco, e la Fossina si è fatta unire con opere di palificate alla detta Bajona, formandosi di due, un solo Canale.

Dalle considerazioni generali discendendo alle particolari, a motivo di concretar poscia la proposizione, che ci siamo presa a maneggiare, si sono vedute le Bocche sì antiche, che moderne de' due fiumi Ronco, e Montone, per le quali, dopo aver corso quattro miglia uniti, tributano al Mare le proprie acque. Questi, che prima di dieci anni sboccavano sopravvento verso certo Porto chiamato Pialassa, furono con breve taglio di sole 60. pertiche gettati sottovento, coll'aversi loro accorciato il cammino per ben due miglia, colla lusinga di un gran sollievo alle loro escrescenze, ridotte intollerabili, il che non essendo succeduto, che per poco tempo, n' è poi derivato altro essenzialissimo disordine, cioè l'atterramento del Porto del Candiano, malgrado tutte le acque chiare, che in esso cadono, e le palificate con grave dispendio mantenute alla bocca del medesimo.

La natura, che collo sbocco de' fiumi verso la Pialassa, e con i gran banchi, che aveva stabilmente piantati sottovento di quelle Foci, era venuta a formare una vera, e reale difesa al Candiano, che restava a coperto dalle sabbie portate da essi Fiumi nell' escrescenze, col nuovo predetto taglio, ridotto più vicino al Porto lo sbocco, e quel ch' è peggio, lasciati in balìa del Mare gli scanni dai fiumi dilatatamente formati, sono stati questi dalla corrente del Mare disfatti, e portati sottovento in tutto il tratto, che giace fra quello sbocco, ed il Candiano predetto, ed hanno sì fattamente assediata la di lui bocca, che in bassa di acqua appena ve ne resta tanta da coprire sottilmente lo scanno, che gli stà a fronte.

E vaglia il vero, riconosciuto da noi lo sbocco de' fiumi, oltrechè lo abbiamo ritrovato ne' soli dieci anni antedetti, protratto per lo spazio riflessibile di dugento e trenta pertiche; quello che poi ci ha fatto toccar con mano la vera origine della perdita del Candiano, si è lo sfacimento degli scanni della gran punta sopravvento, ridotta adesso quasi in retta linea col Lido della Pialassa, quando per lo innanzi sporgeva più di questa da un miglio in Mare.

Nè contenti di aver visitati questi siti, abbiamo voluto vedere anche la spiaggia, che fino al Porto predetto si distende, e questa pure l' abbiamo trovata a proporzione ingrossata, cosicchè in tal luogo il Mare adesso non arriva che a 100. pertiche lontano, da dove prima di dieci anni batteva il Lido.

Se tali dunque sono a nostro credere le indubitate cagioni della ro-

rovina di questo Porto, dopo fatte le più mature ponderazioni, ed accurati esami di tutte le più rimarcabili circostanze, non ci è stato possibile di pensare a rimedj tali, cosicchè lasciando il Porto nel sito in cui adesso si ritrova, si possa dal nostro ossequio proporre il di lui ristabilimento in modo che sia durevole, ed abbia nell'avvenire a rendersi anche migliore di quello era in passato, tale essendo e la pubblica giustissima premura, e l'esigenza di questa Città, cui abbiamo l'onore di servire.

Innanzi però, che ci interniamo di vantaggio nell'individuale del progetto, siaci lecito di spiegarci, che per Porto in tutta la spiaggia dal Po sino in Ancona, non può intendersi se non quel Canale, o Bocca che arriva ad aver quattro piedi in circa di profondità a comune, nascendo ciò da doppio motivo; il primo per la mancanza di corpo di acqua interna comunicante col Mare, che agisca alternatamente col flusso, e riflusso; ed il secondo per essere essa spiaggia con la faccia volta al Greco, e Levante, ed obbliquamente allo Scirocco, ed Ostro, proprietà de' quali è il zappare il Lido (per parlare con la frase della Marina) ed asportare le sabbie, dove i primi le spingono alla spiaggia, e le addensano: per tacere di molte altre circostanze, e fra le altre di quelle ben rimarcabili, che nascono dal Po, che ne' tempi addietro ha potuto con le proprie torbide ridurre Ravenna in Terra ferma, levandola dal Mare, ove maestosamente sedeva.

Per aversi dunque un Porto di tal natura, rendesi necessario, che abbia le seguenti condizioni:

Prima, che sia egli di acque chiare, e che le salse in deficienza, o scarsezza delle dolci possano liberamente entrare ne' Canali, che con esso comunicar dovranno, ed abbia internamente il maggior corpo possibile d'esse acque chiare.

Seconda, che non abbia alcun fiume torbido sopravvento almeno per la distanza di 7. in 8. miglia.

Terza, che sottovento non abbia Fiumara torbida in distanza, che non sia minore di 3. miglia.

Quarta, che le acque influenti di esso Porto sieno ne' proprj canali tenute ristrette ed unite, nè possano divagare per Paludi di poco fondo, o per alvei soverchiamente larghi.

Quinta, che sia munita la bocca del Porto con le opportune palificate, o Guardiani, stabilito che sia, che vagliano con le loro lunghezze a coprirlo da' venti nocevoli, e lascino luogo a' favorevoli

revoli di poter coadiuvare allo ſpurgo delle materie lezzoſe (43), che poteſſero eſſervi depoſte.

Con tali vedute, eſſendoſi da noi eſaminato collo ſcrupolo maggiore, quale foſſe veramente quel ſito, che le prime tre condizioni fondamentali perfettamente ſalvaſſe, giacchè le altre due dipendono poi dall' Arte ſola, niun' altro luogo ci è occorſo di ritrovare più a propoſito, fuori che quello della preſente bocca de' fiumi, e ci è ſembrato ſenza comparazione il più adattato, per ottenere il fine che ſi deſidera, mentre il fiume torbido più vicino, ch' egli avrà ſopravvento, ſarà il Lamone, la bocca di cui gli ſarà diſtante poco meno di 8. miglia, e con un breve (44), e facile taglio, che in certa gombiata, che ha verſo il Mare, gli ſi può dare nel di lui alveo, oltre un qualche non iſprezzabile miglioramento, che potrà ricevere almeno per qualche anno, ſi verrà ancora ad allontanare di un altro miglio dalla Foce del nuovo Porto.

Colla nuova Diverſione de' fiumi, che ſi progetta dovere sboccar dirimpetto al paſſo de' Tamariſi in Mare, non eſſendo men diſtante queſta bocca di quattro miglia in circa, ſi ſalva perfettamente la nuova foce di queſto Porto anche da qualunque timore,

(43) Una ſeſta condizione ſe gli può aggiungere, ed è (come mi ſono eſpreſſo in altre Relazioni poſteriori) che il Porto non ſia ingolfato, cioè, che tanto ſopra, che ſotto vento non abbia ſpargimenti di banchi di arena, che venghino a coſtituire le foci ritirate, e non nell' aperto mare. Ingolfato certamente è quel ſeno, che forma la Pialaſſa con le acque proprie della Bajona, e Foſſina, onde le ſabbie provenienti dal ſopravvento, trovano quivi da largamente depoſitarſi, e queſto fu il vero motivo dell' averſi da noi tal ſito eſcluſo per il porto, e di eſſerſi attenuti allo sbocco de' fiumi vecchi, ſito aſſai ſporto verſo il mare, ed in cui ſalvavanſi quanto baſta tutte le antedette condizioni: L'eſſerſi atterrato l'antico Pirotolo, che altre volte in queſto ſteſſo ſeno poneva foce, e che era un Porto non che capace di piccoli legni, come in ora ſono tutte le foci di queſte ſpiagge, ma di Galee, ed altri Baſtimenti groſſi, ſa una prova aſſai convincente della poca durabilità della bocca della Pialaſſa.

(44) E' ſtato effettuato il detto Taglio del Lamone, ma un tal ripiego quanto utile per ſollevar le parti ſuperiori ecceſſivamente caricate dall' acque di eſcreſcenza di queſto Torrente, altrettanto può pregiudicare al Porto della Pialaſſa, mentre oltre il trovarſi anco troppo vicino a queſta foce, dove prima gettava le ſue torbide verſo terra ſopra gli antichi ſcanni, adeſſo le va diſtendendo a ſeconda del moto radente nell' aperto mare, e da queſto poi nel fluſso ſono portate a danni di detta foce.

more, che dalle torbide fottovento a caufa de' Venti aver fi poteffe.

Ma perchè le fabbie hanno di molto elevato il fondo di queft' alveo de' fiumi, cofícchè levata l'acqua di effi, ancorche nel loro alveo fi volgeffero e le acque chiare de' Mulini, e lo fcolo della Città, e qualch' altra acqua, che con utiliffimo ricapito poteffe quivi avere un felice efito, non potrebbefi per anco dire formato il Porto, mentre la forza di effe acque in un alveo foverchiamente dilatato, farebbe troppo fcarfa per ifmuovere le depofizioni da molto tempo ftabilite: per tanto, fecondo quello che fi è detto nell' Articolo fecondo del Capo primo, farà da fgombrare a mano gli atterramenti, con formare nell' Argine abbandonato da Porta nuova al Mare (45), o per dir meglio, avuto riguardo alla maggior cadente da darfi al Mulino vecchio, giufta il contenuto nel Capo terzo, dalle Chiaviche della Lama ful Ronco fino al Mare, un Canale di larghezza piedi 30, e che il di lui fondo riefca più baffo del pelo baffo del Mare da piedi due in circa, e dal più al meno come ftà, o ftar dovrebbe il fondo del Canale Panfilio.

Nè tale efcavazione, come l' Eminenza Voftra colla fua grande cognizione può facilmente vedere, farà per riufcire di molto impegno, trattandofi di efcavare un Alveo già fatto, con fola fabbia (46), e lezzo, ed in poca profondità, non arrivando

(45) Tal condotta di acqua per il nuovo Naviglio non fi è poi fatta, effendofi foftituito un cavamento nello fteffo fcolo della Città, dilatandolo, e profondandolo fino alla Foffina, ed indi col mezzo di lunghe linee di palificate fi è procurato d'incaffar le acque di quello ftagno fino alla bocca, come refta efpreffo per l'HG nella Mappa: venendo limitato effo ftagno dallo fcanno formato da' fiumi vecchi fopravvento della loro bocca, e da quello del Lamone, fottovento di quello sbocco, che prima del nuovo Taglio aveva, ma lo fece G ful mare; abbenchè l'interno de' canali fia con buoni fondi, rimane con sì poca altezza di acqua, che nelle baffe del mare non vi pofsono entrare nè meno le barche afsai mediocri.

(46) Tale efcavazione che fi era propofta ha fpaventato gl' Imprefarj, di modo che col farla comparire poco meno che impoffibile, tanto fi fono maneggiati, che in quel mezzo ufcita la propofizione di poterfi fare il Naviglio alla Pialafsa con poca fpefa, e fenza perderfi per un fol giorno la comunicazione con la Città, fi è intraprefo il progetto della Foffina, e Bajona, abbenchè tre miglia più lungo, e di pari, fe non di maggiore impegno, e certamente di maggiore fpefa e nel formarlo, e nel confervarlo.

do oltre i piedi 4 e mezzo sotto il presente fondo, e più verso il Mare anche meno, come si anderà a suo luogo esponendo, ed apparisce dagli esibiti profili.

All'obietto che da taluno potrebbe esser fatto, che la sabbia fosse per ricadere nell'alveo escavato, e render frustraneo il travaglio, che s'intraprendesse; si risponde, che potendosi, anzi dovendosi tenere il nuovo Canale sempre accanto una delle rive, non resterà dunque, che sostenere nella opposta la sabbia, che non sdruccioli, il che agevolmente si potrà fare in quello stesso modo, che fu praticato nella formazione del Canale Panfilio, cioè a dire collo impianto delle viminate lungo la nuova riva, la qual difesa poi col tempo si seppellisce, e la stessa sabbia forma il cotico, e s'assoda.

Tutta la linea non oltrepasserà le pertiche 1550, che sono 50 pertiche più di 6. miglia, ma non per tutto si ha da operare; ma solo ove l'acqua bassa de' Fiumi corre adesso incassata, cioè sino all'origine in circa del taglio nuovo, mentre farà il rimanente la natura, cospirando insieme con le acque del Mare, quelle che di sopra perennemente saranno quivi incamminate.

Prima però di prendere in esame, quali debbano essere queste acque, ci sarà permesso d'indicare le variazioni, che succeder probabilmente dovranno alla bocca presente de' Fiumi, rimossi che questi sieno, e ridotta che sia alle acque salse, e dolci sopravenienti.

Secondo tutte le osservazioni, una gran parte della nuova prolungazione seguita dopo il mentovato Taglio nuovo, dovrà corrodersi (47), ed asportarsi, in quella guisa appunto ch'è succeduto ai due sbocchi superiori degli alvei abbandonati, che come si è espresso, si sono ben più di un miglio riconosciuti adesso più brevi di quello erano, allorchè i Fiumi vi correvano.

Le acque correnti, Eminentissimo Signore, laddove nel Mare

(47) Puntualmente sino a quest'ora è seguito quanto quì si era preveduto, mentre otturatasi la bocca, e corrososi lo scanno, che per molto tratto l'accompagnava in mare, se n'è disteso un altro sottovento, che lascia verso la riva ferma interna una nuova Pialassa di buoni fondi, e sicura da tutti i venti, essendosi diretto il lido per Tramontana, col Levante dirimpetto ad angoli retti.

re metton Foce, non ſolamente depongono le ſabbie, e la terra che ſeco portano, ma ancora del lezzo più ſottile ſi ſpogliano, il quale ſerve poſcia di un legamento sì forte, e tenace alli ſabbioni, che i banchi faciliſſimamente ſorgono, e durano a fronte della furia del Mare; anzi corre tanta differenza fra le depoſizioni gettate dal Mare, e quelle de' Fiumi, che baſta ai Pratici vederle per riconoſcerle.

All' oppoſto, ſe viene levato il fiume da quel tale sbocco, col laſciarſi che il Mare liberamente agiſca, egli col ſuo ſalſo ſcioglie in breve tempo il legame predetto, onde poi le ſabbie fatte libere obbediſcono facilmente ad ogni movimento di eſſo Mare, e reſtano per la maſſima parte aſportate ſottovento.

Quando dunque ſieno ridotti altrove i Fiumi, non potrà che ſuccedere l' accorciamento di queſta linea: tanto perſuadendo la ragione, il fatto, e la coſtante oſſervazione.

Ma come ogn' altro naturale effetto, anche un tale accorciamento avrà i ſuoi limiti, a' quali, quando ſiaſi giunto, allora e non prima, converrà ſeriamente penſare a munire con palificate, o Guardiani la bocca del nuovo Porto, dirigendoli per quel Vento, che la combinazione di molte circoſtanze allora ſarà per additarci, e chi adeſſo voleſſe diſegnarle, darebbe ſenza dubbio in molti equivoci (48), non eſſendo lecito nella materia ſempre contingente dell' acque, e ſpecialmente di Mare, di potere a capello prevedere gli effetti, che ne ſono per derivare.

Paſſeremo adeſſo alla conſiderazione di quelle acque ſuperiori, e chiare, che dovranno derivarſi nella nuova Navigazione.

Corre una maſſima appreſſo tutti i Pratici di Mare, che gran Laguna fa gran Porto, e che poca Laguna di poco fondo lo produca. Ne' tempi andati, allorchè queſta illuſtre Città godeva la prerogativa di eſſer cinta dalle acque ſalſe, e di avere a ſe

(48) Nella Pialaſſa ſopravvento non ſi è ſeguita queſta legge di attendere gl' indicj della natura, ſe ſin dal principio ſi ſono incaſſate le acque perchè uſciſſero in mare a norma del concepito Progetto; ma è poi ſucceduto, che aſportatiſi dal corſo delle acque fatto maggiore per il detto incaſsamento, ſpecialmente nel tempo del riflusso, molti ſabbioni, gli ſcanni ſi ſono gettati più a largo con ſenſib le incomodo di quella navigazione.

se vicine immense Lagune, non vi ha dubbio, che il Porto suo non dovesse esser felice. Durano ancora i nomi di Porto, e di Classe, ove gli antichi Romani avevano la stazione della loro Armata Navale, ma nell' avanzarsi de' secoli barbari, sconvolto affatto il sistema di queste acque, la Città si è ridotta in Terraferma, non comunicando adesso col Mare, che con la stentata, e dispendiosa Navigazione del Canale Panfilio, formata gli anni addietro dalla magnanimità de' Pontefici allora regnanti, e sostenuta adesso con grave dispendio di questa Città.

Nel Canal predetto, e nel Porto del Candiano vi vanno oltre l' acqua chiara, che cade dal Mulino nuovo, le acque temporanee di molti scoli collocati lungo esso, e spezialmente quelli, che vi mettono capo per lo Fosso vecchio, e Candianazzo, che prende le acque di molti altri scoli dal Fiume Savio in quà, e riesce un corpo tale, che per dir vero (49), se altre cause non fossero concorse a rovinare il Porto, sarebbe stato ben valevole a conservarlo aperto, ed abbastanza felice.

Dovendosi dunque, secondo quanto ci siamo onorati di esporre, mutar adesso la Navigazione, egli ha da cercarsi, Eminentissimo Signore, di rivolgere nel nuovo ideato Canale la maggior quantità possibile di acqua, purchè sia chiara, secondo i principj, che di sopra abbiamo posti, ed esaminati.

In due modi può provvedersi ad una tale esigenza; e con preparar un Canale tanto basso di fondo, che contener possa una insigne quantità di acqua, cosicchè il Mare istesso somministrar la potesse in caso, che mancasse la superiore, e col prendere, e da' Fiumi divertiti, e dagli scoli vicini una congrua quantità di acqua, che sia anzi maggiore, che minore di quella, che presentemente nel Candiano per lo Panfilio influisce.

Noi, che col ristagno del detto Panfilio abbiamo potuto dare

(49) Le cause per le quali si è rovinato, e perduto il vecchio Candiano di già sono state bastantemente indicate; fra le principali si contano quelle della vicinanza de' fiumi vecchi, da che con certo Taglio furono portati a sboccare più ad esso Candiano vicini, avendo in quelle vicinanze da per tutto inalzata la spiaggia, e tolto il fondo alla foce di detto Candiano.

re una base sicura a tutte le nostre Livellazioni, abbiamo anche potuto perfettamente conoscere tutti i Fondi di questo Canale di comunicazione, il quale benchè riceva dentro le proprie rive la Navigazione anche di Barche grosse, l'abbiamo però ritrovato non eccedere ragguagliatamente piedi 2. 8. 4., ridotto a comune, o sia al pelo dell'alta marea ordinaria, e secondo le nostre osservazioni, calando il Mare per il riflusso parimente ordinario, once 12., e punti 3, ne nasce, che ogni qualvolta si abbassasse sotto del pelo basso del Mare il nuovo Canale once 16. e punti 1. ragguagliatamente, sarebbe esso alla stessa presente condizione del Panfilio.

Con tutto ciò a studio di maggiormente felicitare questa Navigazione, ci siamo determinati di profondarlo dappertutto piedi 2. sotto del Mare basso predetto (50), e tenerlo sempre di Livello a questa altezza, non essendovi necessità veruna di darli pendenza, acciocchè il Mare vi agisca nel miglior modo possibile, e le acque superiori con innalzar l'altezza delle proprie sezioni, abbiano da loro stesse ad acquistare quella cadente, di cui fossero per abbisognare.

A tal'oggetto col mezzo delle Livellazioni, che si sono prese, si è anche esteso il detto esibito Profilo del preciso Cavamento, che si averà a fare nell'Alveo abbandonato de'Fiumi, e si è trovato, che la maggior escavazione nelle vicinanze della Città sarebbe di piedi 4. e mezzo per pertiche 500. poi di piedi 3. per pertiche 760. e piedi 1. e mezzo per il rimanente fino al Mare.

Faremo un divoto cenno a Vostra Eminenza circa la maniera, con cui tali escavamenti senza molta difficoltà praticar si potranno. Sarebbe dunque da intestarsi una partita di Alveo di 50. Pertiche, ed ancor meno, se si vuole, allorchè il Fiume fosse già divertito, e per conseguenza quasi senz'acqua, da levarsi ancor questa, gettandola con gli opportuni Strumenti di sotto della Intestatura inferiore, poi celeremente escavare la detta partita alla divisata altezza, col porre la materia, che ne uscisse sulla riva, da stabilirsi di nuovo, e da assicurarsi poscia con la Viminata, di cui si è detto di sopra (51). Compi-

(50) E sopra tali misure si è anche formato il nuovo Naviglio dentro lo scolo della Città. Si avverte, che tutte le misure enunciate in questa Relazione sono le Agrimensorie di Ravenna.

(51) La Viminata, di cui tanto fu dubitato dagli Appaltatori di porla in opera, è stata poi senza tema veruna di sua buona riuscita adoperata nel Naviglio del Pontecanale, e questa in tutto quel tratto di lavoriere in cui furono trovate le rive con la sabbia.

pita che farà la prima partita, dovrà farsi divenire superiore l'intestatura inferiore, e piantarne una nuova altrettante pertiche più sotto, e così successivamente fino ove il bisogno lo ricerchi, avvertendosi, che il travaglio vorrebbe essere sollecito e per gl'incidenti, che potrebbero nascere, e perchè i Mulini non avessero a stare lungamente senza agire, e perchè la Navigazione, che sarebbe intercetta già per il Candiano dalla nuova Linea de' Fiumi, potesse avere prontamente il libero accesso a Ravenna.

Minutata così l'esecuzione del nuovo Canale, ci onoreremo di avanzare le nostre ricerche, per provvedere l'acqua superiore, che vaglia ad impinguare questo Canale.

Perchè dunque cura nostra particolare fu fra le altre cose di non cangiare lo stato presente de' Mulini, bensì di trarli possibilmente dalla inazione, in cui con grave detrimento e pubblico, e privato se ne giacciono per molto tempo dell'Anno inofficiosi, così tutta quell'acqua chiara, che adesso va nel Panfilio (52), allorchè macina il Mulino nuovo, sarà da rivoltarsi nell'alveo abbandonato del Ronco, vale a dire nel Nuovo proposto Canale di Navigazione, essendochè, secondo quanto si è detto nel Capo terzo, tanto il Mulino del Macello, che il Nuovo, mediante la comunicazione da aprirsi fra la Darsina presente, ed il detto alveo abbandonato del Ronco, dovranno con detta acqua chiara, e non altrimenti dar il moto alle proprie Macine.

Parimente il Mulino Vecchio, non avendo esso pure a macinare, che con acqua chiara, giacchè un nuovo Mulino nel detto Capo terzo si progetta, da farsi, occorrendo, dalla parte destra del Montone per la sola acqua torbida, ecco dunque, che dove prima il Panfilio non aveva di acqua superiore, che la sola chiara del Mulino nuovo, in questa nuova regolazione tanto il Mulino del Macello, che il Vecchio daranno acqua alla nuova Navigazione con molto di lei profitto (53). In ol-

tre

(52) A motivo del seguito cangiamento del Porto, saranno da recapitarsi le acque chiare de' Mulini Nuovo e Vecchio nel nuovo Naviglio, che dovrà accostarsi alla Città dalla parte del Montone, come ne' numeri antecedenti si è spiegato.

(53) Le acque degli Scoli Lama e Canaletta essendo state portate nel nuovo Montone, come si è detto al num. 10, e non sotto alla Chiusa,

tre avrà il Porto le acque della Canaletta, e Lama, che per Ponte Canale saranno portate sotto la Chiusa del Montone nel Ronco per l' antica Chiavica, ma abbassata di soglia, che stà sopra del Ronco medesimo.

Se poi un tale, benchè notabile accrescimento di acque chiare fosse conosciuto pur ancora scarso pel mantenimento del nuovo Porto; in tal caso perciò appoggiandosi alla massima, che abbiamo piantato, cioè, che maggiore quantità di acqua fa migliore il Porto, ci avanziamo a dire a Vostra Eminenza, che con molta facilità gli scoli di Diritollo, Via Cupa, Valtorto, Fiunetto, e forse ancor parte delle acque delle Valli adiacenti di Palazzuolo, e di Savarna, che adesso vanno ad iscaricarsi parte nella Fossina, e parte nella Bajona, con breve, e diritto cammino dietro alcuna delle strade, che portano al Montone, ed alla Città, cioè o di Canalazzo, o della Rotta, o del Ronco, o finalmente della Chiavica, portare si potrebbero a profitto della nuova Navigazione, con la sola avvertenza di lasciarle venire, quando sieno chiare, e farle passare per i loro vecchi Condotti, quando torbide venissero.

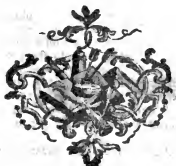
Accresciuta di tal maniera la Mole delle acque superiori, vi sarà tutta la probabilità di aversi la conservazione del Porto, e il di lui miglioramento a vantaggio del Commercio ora assai languente della Città, e Provincia.

Ci resta finalmente da avvertire, quando venisse risoluto di abbracciare questa nostra ultima proposizione, d' incamminarsi cioè gli scoli per alcuna delle accennate strade, che per non confondere le acque di essi, che hanno del palustre, con quelle del Montone, che vicino alla Chiusa di esso, secondo il tenore del Capo terzo, dovranno esser estratte in limitata quantità, perchè abbiano a discorrere per l' Alveo abbandonato di quel fiume fino a Porta ferrata, ove sarà da piantarsi una bassa intestatura, come parimente resta espresso nel medesimo Capo (54); però a motivo di conservar queste acque da bere in-

sa, potranno, sempre che il bisogno vi sia, esser portate alla Botte, come pure si è notato al numero 24, anche se essa Botte sarà obbligata a ricever quelle del Chiavicone Spadoni per servizio del Mulino nuovo.

(54) Ogni altra mutazione, benchè di leggier momento è derivata da quella del Naviglio, mentre il siste-

incontaminate, converrà condurre l'acqua de' predetti fcoli inferiormente alla predetta inteftatura nell'alveo del Montone, da ricavarfi in una conveniente larghezza per un giufto Condotto fino alla confluenza che farà allora del Canale della navigazione con quefte acque, delle quali fi è detto: e con ciò fi lufinga il noftro rifpetto di aver umiliato all'Eminenza Voftra il men difettofo fra tutti i Progetti circa il Porto, che fi poteffe fare, avuto riguardo alle fpinofe circoftanze di quefta fpiaggia, sì per rapporto al Mare che la bagna, che ai fiumi che la fendono.

fiftema della noftra regolazione era talmente concatenato, che non poteva alterarfi un membro, fenza che altri ancora non dovefsero reftarne diverfificati.

CAPO

CAPO QUINTO.

Stato presente dell' Aria di Ravenna, e recapito dello Scolo della Città, con altri provvedimenti per la pubblica salute.

UNo de' punti, che ci siamo proposti a ventilare, si è quello di ridurre migliore lo Scolo della Città, che adesso con viaggio assai lungo va a metter capo in Mare per il Canale della Fossina: e come che dipende molto dalla felicità di questo scolo anche la salubrità dell' aria della Città, così, Eminentissimo Signore, ci facemo lecito di toccare, almeno di passaggio, le affezioni generali di quest' Aria, e quale effetto ne sia per derivare dal regolamento progettato di queste acque, da quello dello scolo, e da altri utili provvedimenti diretti al medesimo fine.

Ben vediamo, che sarebbe questa sola abbondante materia di un intiero Trattato, non chè di un semplice Capitolo di questa nostra divota Relazione. Per non uscire però da' limiti, che ci siamo prefissi, non produrremo a Vostra Eminenza che i sommi Capi di questa proposizione dello stato dell' Aria, e senz' altro impegno d' internarsi nella natura di questo Elemento, ci restringeremo a dire, ch' è un fluido in se stesso omogeneo, che a misura delle terrestri evaporazioni si va alterando col declinare dallo stato di quel perfetto universale, ed incessante alimento, a cui dalla natura fu destinato per lo sostentamento della umana vita.

Ci diedero gli Antichi molti documenti, perchè fossero fabbricate le Città, e le abitazioni in ottimo sito per la migliore salute de' Cittadini, e fra gli altri Vitruvio al libro 1. c. 4. de' suoi libri d' Architettura ci lasciò scritto, che Ravenna, ch' egli chiama Città grandissima, fosse fra le meglio collocate, e più salubri . . . . *Exemplar autem huius rei Gallicae paludes possunt esse, quae circa Altinum, Ravennam, Aquileiam, aliaque, quae in eiusmodi locis municipia sunt, proxima paludibus, quod his rationibus habent incredibilem salubritatem.*

Così Ipocrate ristoratore della medicina de' suoi tempi, o altro,

tro, che si fosse dottissimo Filosofo, che il celebre Trattato *de Aere, Aquis, & Locis* scrivesse, tanti precetti ci dà, per conoscere la salubrità dell' Aria, che facilmente da chicchessia, ogni circostanza, che vaglia ad alterarla, agevolmente si potrà intendere.

Quanto a noi diremo, che l' Aria può restar contaminata dalle esalazioni o prodotte immediatamente in un dato sito, o portate da parti rimote. Contribuiscono alle prime, le qualità terrestri, sieno o di minerali, o di acque stagnanti e palustri, le immondizie, ed altre materie che vagliono a promuovere la corruttela de' misti, onde separandosi il più dal meno volatile, l' Aria se ne imbeve.

Ma le rimote qualità pullulano bensì dagli stessi principj, ma i venti portandole più in un luogo, che in un altro, rendono quel tal sito soggetto ai mali effetti della contaminazione. Una terza causa interviene ancora a render men pura l' Aria, quando cioè quel tal luogo sia meno esposto ai venti sani, di quello sia ai nocivi.

Quindi ne deriva, che sempre udiamo dire doversi ventilar l' Aria, se si vuol sana; anzi perchè la corrente de' Fiumi è creduta mezzo assai idoneo per un tal vagliamento, quelle Città, e Luoghi, che collocate sono su le rive delle acque correnti, ò sul Mare sempre inquieto, vengono riputate d' Aria molto salubre.

Siede Ravenna, dacchè le alluvioni l' han ridotta ben cinque miglia distante dal Mare, con il fiume Montone a Ponente, e Tramontana, e con il Ronco a Mezzogiorno da Porta Samammo fino a Porta nuova, ma a Levante ha i due suddetti fiumi, che con angolo assai acuto in distanza dalla muraglia di 350. Pertiche formano la loro confluenza, e resta solamente dalla parte di Libeccio senza esser circondata da' Fiumi, cioè verso la Regione detta di mezzo i Fiumi.

La elevazione seguìta del fondo de' Fiumi predetti ha obbligato, perchè non restasse ad ogni piena sommersa, a stranamente innalzare le arginature, che passando vicinissimo all' orlo di uno stretto, ed angusto Fosso, che per regola militare si è lasciato al recinto, sono ridotte le muraglie, i rampari, e tutto il piano della Città sì basso, che da' tre lati predetti si può dire affatto sepolta.

Si aggiunge a ciò, che il piede dell' argine, stante la di lui

 molta

molta altezza, cotanto ſi è avanzato verſo il Foſſo, che lo ha in tal luogo all'eſtremo anguſtiato, onde e le acque vi marciſcono, ed alcune delle braccia dello Scolo pubblico che quivi rieſcono, incontrando molti intoppi di erbe che l' ingombrano, immondizie, e frantumi di pietre, ſi può dire, che la Città viene per la maſſima parte circondata da una ſentina la più putrida e nocevole ch' eſprimer ſi poſſa. Ci ſiamo abbattuti ſul cader del Sole fuori di Porta Serrata, ed abbiamo veduto con noſtro ſtupore una denſa nebbia, che ſorgeva dal predetto cupo fondo del Foſſo, ſegno manifeſtiſſimo della grave eſalazione, che ne va uſcendo, a manifeſto danno della ſalute degli Abitanti.

Quanto alla parte verſo la confluenza de' fiumi, e verſo la Senſeda, è vero, che l' Arginatura de' fiumi, ſcoſtandoſi ivi ſenſibilmente dalla Città, dovrebbe l' Aria avere più libero campo di traſcorrere, e muovere anche l' interna della ſteſſa Città; ma è anche vero, che talmente quel fertile angolo di terreno reſta occupato dal foltiſſimo arboramento della campagna, che la neceſſaria comunicazione reſta pur troppo intercetta, ed impedita.

La ſola parte verſo il Libeccio ſi ſtà aperta, ſe non quanto anche queſta ingombrata non poco dalle piante, non può godere affatto del libero movimento, che dallo ſpirare di quel vento, verrebbe talvolta a ricevere. Contuttociò infatti l' aria migliore della Città ſi è dall' Arciveſcovado a Porta Siſi, e nelle parti adiacenti, coadiuvando anche a ciò il ſito più elevato che quivi ha la Città ſteſſa.

A' tempi di Strabone, come egli ſi eſprime nel libro 5. della Geografia, paſſava l' aria di Ravenna, per una delle ottime d' Italia tutta, e ne adduce in prova l' educazione, che quivi de' Gladiatori, ed Atleti ſi faceva. *Hoc pacto igitur ſaluberrimus comperitur locus. Unde Gladiatoribus educandis, ac exercitatione erudiendis hunc idoneum magiſtri locum deſignaverunt.* Il che tutto naſceva dal coſpirar che facevano le acque del Mare con quelle de' Fiumi al vagliamento dell' aria, ed a purgarla da' nocevoli vapori delle Paludi: dove adeſſo lontano il Mare, avendo dovuto di molto innalzarſi i Fiumi per andarlo a trovare, ha perduto Ravenna con la bontà del clima il mezzo più reale della propria felicità.

Ma poſto anche, che il ſito della Città reſtaſſe da molte parti eſpo-

esposto a i venti, che valessero a togliere ogni rea influenza, che sorger potesse nel di lei circondario, egli è da esaminarsi se quei tali venti in vece di asportare le nocive evaporazioni, non ne portassero delle peggiori, od equivalenti.

I venti in ordine alla loro qualità relativamente all'alterazione dall'aria, ed alla salute degl'Uomini devono considerarsi non come una semplice mozione di questo elemento, sbilanciato o dalla rarefazione, o dalla condensazione, che in qualche lontana parte va seguendo, ma bensì deesi aver in riflesso la loro direzione, e tendenza: così in grazia di esempio lo Scirocco, che in queste parti è umido, e rilassante, tale non è nella costiera boreale dell'Africa, ch'è asciutto, dove per lo contrario la Tramontana è umida, e mal sana; in somma la varia costituzione delle Paludi, de' Mari, e delle Terre, per le quali passano i venti, loro contribuisce or l'una, or l'altra qualità, o giovevole, o nociva.

Avendo dunque Ravenna il fianco, ove il Montone la copre, esposto ai venti che spirano dalla Tramontana al Maestro, passando questi col loro soffiare per la grande estesa delle Valli di Comacchio, Longastrino, Savarna, e Palazzuolo, si renderanno essi, che in altre parti sono sani, non tali in Ravenna; mentre se si faranno sentire principalmente in certi tempi, ne' quali le esalazioni sono copiose, l'aria della Città ne potrà restar pregiudicata, e tanto più, quanto che trovando l'obice degl'alti Argini del detto Montone, resta l'aria dentro le mura senza il necessario movimento, ed in istato di ricevere l'effetto nocivo delle dette esalazioni.

Meno pregiudiziali, benchè umidi, dovranno essere i Venti di Greco, e di Levante, per provenire direttamente dal Mare, e dall'alpestre Dalmazia, quando bene gl'impedimenti della Senseda, e forse anche quelli della Pigneta a quella parte piantata, non levassero molto alla loro salubrità. Lo Scirocco, che attraversa parte del Golfo, e le Valli di Masullo, e Candiana, dovrà annoverarsi anch'esso fra i venti nocivi, tanto più, che come il Maestro, e la Tramontana nel Montone, incontra l'altezza degli Argini del Ronco nella linea, che si estende da Samammo a Porta nuova.

L'Ostro, seppure non resta contaminato da altre Paludi più lontane, dovrebbe non esser pregiudiziale, se non fosse soggetto allo impedimento sopraddetto delle linee del Ronco, sicchè rimane

g 2 il

il folo Libeccio, o Garbino proveniente dagli Apennini da numerarfi fra i falutevoli, il quale però non fi potra contrapporre al pregiudizio che recano gli altri, fpirando egli sì rare volte, dove quelli frequentemente fono in azione.

Circa all' acqua corrente de' due Fiumi in ordine alla ventilazione dell' aria diremo, non poterfi negare, che il corfo di quefti movendola, non la fpurghi dalle vaporazioni, delle quali va inzuppata; ma farebbe defiderabile, che un tal moto per una Città affai eftefa, e sì baffa di piano foffe ben più fenfibile di quello va fuccedendo, non già che l' inclinazione de' due Fiumi non fia molta, ma avuto riguardo al loro corpo di acqua, che per ordinario dopo la piena in pochi giorni fi riduce a niente, effendo, fi può dire, momentaneo il loro corfo, e l' aria per l' ordinario in tal incontro sì umida, che l' effetto non può effere di gran lunga pari al bifogno, ma fopra tutto le Arginature, e Rivali sì alti, che l' aria dietro di effi non può rifentire che troppo fcarfamente del vantaggio, che dal corfo delle piene può nafcere. Ciò non oftante farebbe ancor peggio per l' aria di Ravenna, fe Fiume alcuno, o folo molto lontano, non aveffe. Quindi noi, uniformandoci anche al dotto parere di quefti Signori Medici, abbiamo creduto di migliore pubblico fervigio il non ifcoftare gran fatto i Fiumi dalla Città in quefta noftra regolazione, non oltrepaffando la diftanza della noftra Linea trecento pertiche dal prefente Alveo del Ronco preffo alla Porta di Sifi.

Oltre di ciò quando fi rifletta all' acqua perenne, e chiara, che da' Mulini nel nuovo Canale della Navigazione farà per effer portata, refta affai manifefto, che la lontananza de' Fiumi non farà per recare il minimo pregiudizio alla Città, anzi la di lei condizione molto fi verrà a render migliore, fe alcuno di quei rimarcabili impedimenti farà tolto di mezzo (55), dopo fatta la Diverfione, e fpezialmente quello delle Arginature, che adeffo, come fi è detto, tenute per neceffità ad una sì infigne altezza,

(55) Non fono ftati per anco abbaffati gli argini, abbenchè tutti e due i fiumi fiano divertiti, e vadino per i nuovi alvei felicemente da più di due anni il Ronco, e da più di uno il Montone; quando fi voglia ridotta l' aria di Ravenna ad effere a mifura del bifogno ventilata, dovranno effere ridotte le antiche arginature meno alte del ciglio della pubblica muraglia.

za, rendono la Città con l'aria troppo ſtagnante a grave danno de' Cittadini.

Tale altezza dunque de' rivali, dopo la Diverſione non più ſervendo ai Fiumi, potrà di molto abbaſſarſi, e ridurſi di qualche piede inferiore alla ſommità della Muraglia, e Rampari, ed in tal modo col laſciar aperto l'adito al moto dell' aria ſi rimoveranno di molto i pernizioſi effetti delle evaporazioni.

Ma poco ancora ſi farebbe riſpetto all'urgenza del biſogno, ſe non reſtaſſe anche provveduto allo ſcolo della Città. Fu egli con ottimo conſiglio tirato col mezzo di una grande, e capace ſotterranea cloaca di ſodo muro dall'uno all'altro capo della Città, e con la moltiplicità delle braccia, che ſtende, va ricevendo da ogni angolo le immondizie, che doverebbero poi eſſere aſportate al Mare dalle acque della pioggia, che pure in eſſa cloaca hanno il loro recapito.

E perchè l'altezza del fondo del Montone ſi oppone al libero paſſaggio di eſſo ſcolo, ſi è traverſato l'alveo di queſto con un curvo Ponte Canale, che ha ancor dato il nome al condotto ſteſſo, la di cui Foce è al preſente la Foſſina, che colle alluvioni del Lamone, talmente ha prolungata la Linea in Mare, coſicchè molto ha perduto anche eſſo ſcolo della primiera cadente: contuttociò conſta dalle noſtre livellazioni, che il pelo di queſto al ſito del Ponte Canale, reſta più alto un piede once 8. punti 3. del Mar baſſo: dimodochè alzandoſi il Mare un piede, due once, e tre punti dalla baſſa all'alta Marea, reſta pure con caduta di ſei once anche ſul Mare, ridotto al comune; inclinazione, che non ſi potrebbe dire ſcarſa, ſe l'alveo dello Scolo foſſe ſgombrato; ma troppo è mancante, avuto riguardo agl'impedimenti, e riſtrettezza, ch' egli nel ſuo alveo ritiene.

In vece dunque di recapitarſi eſſo ſcolo alla detta Foſſina. con viaggio molto più breve, e ſicuro, e ſenza la ſoggezione de' tanti impedimenti, che ha dal Ponte Canale al Mare (56), ſarà

(56) Nella mutazione del Porto, uopo è ſtato pure di cangiar anco le coſe al medeſimo anneſſe, e fra queſte il recapito dello ſcolo delle Cloache, e ſogne della Città, che ſecondo l'ultima regolazione 1740. avrà ad eſſer unito al naviglio quanto più poſſibilmente diſcoſto dalla Darſina per il puzzo che produce ne' meſi dell'Eſtate ed Autunno con in-

farà da rivolgersi, come si è proposto all'articolo nono del Capo primo, per l'alveo del Montone ad unirsi, ove è presentemente la confluenza de' Fiumi, senza più servirsi del Ponte Canale. Sarà però da derivarsi questo Condotto o nell'alveo abbandonato di esso Montone, prendendosi poco superiormente al detto Ponte Canale, oppure, tenendo la detta origine, condurlo nell'alveo del Ronco, o sia nella nuova predetta Navigazione per l'alveo antico da quasi un secolo abbandonato dello stesso Montone, che piega a traverso della Senseda ad infilare direttamente l'argine sinistro di esso Ronco.

Nientedimeno, benchè reale fosse un tale recapito, sarebbe pur ancora scarso al bisogno, se due cose non si facessero: la prima di levare tutti gl'impedimenti di esso scolo, e specialmente quello degli alberi, frascumi, ed altri materiali, che ora con danno troppo sensibile fra le Mura della Città, e gli argini de' Fiumi dappertutto ingombrano con pessimo esempio quell'alveo: la seconda di aprire di quando in quando, senza stare ad attendere il solo, e molte volte troppo scarso soccorso della pioggia (57), la Chiavichetta opportunamente piantata poco superiormente al Mulino vecchio, l'acqua della quale vaglia ad asportare sollecitamente le immondizie, che con tanto pregiudizio dell'aria, e della pubblica salute impediscono, e dentro, e fuori della Città dappertutto lo Scolo predetto.

Tali sono i sentimenti, che presentiamo al zelo di vostra Eminenza intorno lo stato dell'aria, ed intorno quei ripieghi, che per renderla migliore crediamo senza eccezione necessarj.

incomodo delle genti di mare, e danno dell'aria: al che tutto in detta regolazione viene provveduto, come viene provveduto allo stesso Porto, nel progetto di levarlo dalla Pialassa G, e da' Fenili di S. Vitale condurlo direttamente al mare, secondo la linea HI, col farlo sboccare in sito non soggetto alle sabbie provenienti dal sopravvento. e dove i fondi del mare sono tali, che qualunque Bastimento vi naviga anche vicino alla riva, essendovi molto vivo il moto radente, e potendosi con assai brevi palificate, o Guardiani tener sempre quella bocca in fondi convenienti alla più libera, e sicura navigazione, per nulla dire della brevità della linea fino a Ravenna da 3. miglia in circa più corta di quella della Fossina, e Pialassa, e del comodo della Pialassa T così opportuna al ricovero de' naviganti in tempo di burrasca.

(57) Il condotto che serviva a detta Chiavica in tal luogo della Città ha mostrato di non poter contenere le proprie acque; quindi se n'è quasi del tutto tralasciato l'uso.

CAPO

CAPO SESTO.

Della spesa occorrente per le divisate operazioni del nuovo Progetto, con alcuni rifle'li intorno lo stato infelice della Città di Ravenna.

BEnchè il produrre il calcolo della spesa non appartenga realmente che ai Periti, ed a quelli destinati in specie a soprantendere alla esecutiva, nientedimeno per servire Vostra Eminenza nel migliore possibile modo, che ci ha permesso il nostro debole talento, ci siamo anche internati nell' esame di tal' essenziale requisito, preso avendo prima da questi Pratici sufficienti notizie del valore quì nel Paese delle opere, e del costume de' pagamenti, e con nostro molto contento scandagliato a parte l' importare d' ogni capo, col porre anche prezzi assai alti, ed ai quali non crederessimo, che una cauta economia dovesse mai giungere; contuttociò non ascendono le nostre somme per i cavamenti, sì della nuova Linea de' Fiumi, che del Porto ed alveo abbandonato de' Fiumi, oltre agli Scudi 30 mila, cioè per la prima partita 22 mila Scudi, ed 8 mila per la seconda, cosicchè unendo a questi, Scudi 7 mila che potessero valere i Beni, sopra de' quali passerà il nuovo Alveo de' detti fiumi, benchè di poca cultura, e per la maggior parte vegri, ed in tal sito di niuno, o pochissimo valore (58), non oltrepasserà però in tutto a Scudi

(58) Il calcolo della spesa esteso l' anno 1732. coll' intervento del Signor Manfredi, computato sulla faccia de' luoghi, e con la maggiore precisione possibile ogni capo del Progetto, ascese in tutto a Scudi 99790, fra i quali 15242. pel solo acquisto de' terreni, e Case, che andavano distrutte; sommavano le escavazioni tutte de' nuovi alvei, compreso anco il Naviglio, e le necessarie arginature, Scudi 45865, il rimanente era assegnato per i lavorieri di palificate, ed altre opere di legno, e di muro, che ricercava l' impresa, senza essersi però computata la fabbrica del gran Ponte di pietra alla Strada Romana. Gli appalti per tutti i predetti cavamenti, ed arginature furono presi per Scudi 44500, con tutto ciò la vastità de' lavorieri ha assorbito una somma assai maggiore del doppio, di quanto erasi tassato, abbenchè pur anco per ridurre alla perfezione necessaria i Mulini, ed il Naviglio non poco danaro vi si ricerchi; ma tale è il destino delle

Scudi 37 mila . E per la fabbrica della Chiusa , Chiavica per il Mulino vecchio, Botte per il trasporto della Lama , cavamento della stessa , e Chiavica al Ronco, taglio della Darsina , Ponti di legno, che anderanno sopra alcune strade principali , ed anche le altre Chiaviche , e condotti di scolo che resteranno alla destra della nuova Linea dalla strada Romana in giù , si calcola in somma di Scudi 15 mila , la quale partita aggiunta all' altra degli Scudi 37 mila , monta in tutto a Scudi 52 mila incirca ; ciò non ostante volendo aver riguardo ai casi , che non si possono prevedere , ed anche alla risoluzione quando si stimasse necessaria di fare un Mulino ad acqua torbida , secondo il progetto esaminato nel Capo terzo , si potrà porre un piano di Scudi 60 mila , il che per dir vero, non sarebbe molto , se si trattasse di solamente formare ad una Città un Porto per il commercio: ma sarà molto poco, quando si rifletta trattarsi di salvare positivamente una Città, che senza esagerazione può perire sommersa dall' acqua ad ogni piena di questi fiumi , che fatalmente la circondano. Se dunque , Eminentissimo Signore , con prezzo sì moderato si può ottenere e la salute , ed il commercio, non può cader in dubbio, che la di lei paterna carità non sia per dar la mano, perchè dalla Santa Sede resti concretata una quanto necessaria , altrettanto del tutto indispensabile impresa .

Non abbisogna il zelo di Vostra Eminenza , e ben lo conosciamo, di essere infiammato, animate che sono le di lei premure dall' intima , e vera cognizione del pericolo, in cui sempre più giace questa Città . Contuttociò ci doni generosa licenza la di lei bontà di dirle con quella candidezza , ch' è dovuta al venerato di lei Carattere, ed alla onoratezza di nostra puntualità , che non mài siamo passati in questo nostro soggiorno alla visita di questi fiumi, principalmente dietro il recinto della Muraglia , senza molto meravigliarci , e dire , che ben convien credere , che tanti Santi Protettori , e Cittadini di Ravenna non cessino mai d' intercedere dal Sommo Dio una spezie di rinno-

le grandi opere di non potersi mai, atteso i moltissimi accidenti, che ne emergono , limitare il dispendio, qualunque diligenza venga praticata da chi assiste, o da chi sopraintende; contuttociò trattandosi della preservazione di una Città in ogni secolo sì illustre e per le Divine, e per le umane cose, ogni prezzo è bene impiegato , ed inferiore senza paragone dell' utile che ne deriva ed al Principe, ed a' Cittadini.

novazione di quel grande miracolo, di cui Mosè fu il Ministro colà nel Mar rosso, essendo che in tempo di piena, se i segni, dove questa arriva, e che ci furono mostrati, e da noi veduti con orrore, non fallano, si cammina per Ravenna coll'acqua di molti, e molti piedi più alta del piano della Città, e non già da un solo lato, ma da tutte le parti, coiccchè le Porte perdendo in tal'incontro il loro uso di dare il passo a chi va, e viene, restano con ben'alti, e doppj tavoloni trincerate all'altezza di più di mezzo Uomo. E guai se rompessero, sendochè gli effetti d'una rotta sono quivi affatto straordinarj rispetto agli altri Fiumi, mentre rompendo questi di Ravenna se lo fanno dalla parte della Città, e della Regione di mezzo li fiumi, e possa l'acqua superare quel miserabile, e solo Cavedone, che attraversa la Fossa al Turrione Zancano (59), la Città resta in un'istante con le acque all'altezza della metà delle Case, ed esposta al lagrimevole caso dell'inondazione seguita del 1636., che nel solo rammemorarla innorridisce l'animo, per tacere del danno, che recò all'infelice Città, valutato in un milione, e 100. mila Scudi.

Se il Pò, il maggiore de' Fiumi d'Italia si apre una rotta, la di lui acqua estravasata trova lo scarico al Mare; così se gli altri Fiumi di minor portata squarciano le proprie Arginature, restano le Campagne bensì inondate, ma in altezza tale, ed in tanto tempo, che almeno gli Uomini salvano la vita: ma la Città di Ravenna, se l'acqua vi penetra, resta, si può dire, in brevissimi momenti sommersa affatto, giacchè alcun idoneo sfogo da veruna parte, stante quel fatale angolo, in cui si uniscono i Fiumi, non può ella ricevere. Alla inondazione succede poi il diroccamento delle Case, la miseria degli Abitanti nell'inopia del vitto, e la confusione di tutte le cose umane, e Divine, salendo l'acqua di più piedi sino sopra l'auguste Mense degli Altari, in somma

(59) Prova di quanto si è detto nel numero precedente, sia l'inondazione seguita del 1636, e descritta come cosa affatto straordinaria, e lagrimevole da varj Autori, ma più al vivo di ogni altro dal Cavaliere Luca Danese.

ma pericolo eguale, nè circoſtanze più lagrimevoli non poſſono immaginarſi, che quelle, che deriverebbero da una ſimile inondazione. che Dio tenga lontana.

Se una volta finalmente dopo un ſecolo di eſami di varj Progetti per il ricapito di queſti Fiumi avranno col mezzo della preſente progettata regolazione il fine i giuſti timori di queſti Cittadini, benediranno eſſi, ed i loro nipoti la magnanima riſoluzione (60), e clemenza del regnante loro Sovrano, e riconoſceranno l' Eminenza Voſtra come il pri-

(60) Concluderò queſte notazioni col riferire l' iſcrizione, che ſotto alla Statua di marmo collocataſi nella maggior Piazza della Città, rappreſentante il defunto Sommo Pontefice CLEMENTE XII, è ſtata da' Cittadini ad eterna memoria di un tanto beneficio, fatta incidere.

CLEMEN. XII. P. M.
QVOD. AD. AVERTENDAS. AB. RAVENNA. EIVSQVE
AGRO. INVNDATIONES. BEDESIM. FLVVIVM CATARACTA
MVLTIPLICIS, VSVS, EXTRVCTA. IN. NOVVM. ALVEVM
DEDVXIT.
IN, EVNDEMQVE. VITIM.
IMMISIT.
QVOD, ROMANAM. VIAM EO ALVEO INTERRVPTAM.
MAGNIFICI. OPERIS. PONTE
COMMISIT.
QVOD. AB. VRBE. AD. MARE. PER. SEPTEM. MILLIA. BIS. CENTVM
SEXAGINTA. OCTO. PASSVS. FOSSAM
PERDVXIT.
IN, EAMQVE. CORRIVATIS. AQVIS. FACILIORI
MERCIVM. TRANSVECTIONI
PROSPEXIT.
S. P. Q. RAV.
PROVIDENTISSIMI. PRINCIPIS MVNIFICENTIAE. DEVOTVS
STATVAM. P.
ANNO. SALVTIS. MDCC. XXXVIII.
INCHOATA. CATARACTA ET ALVEIS. BART. MASSEO
ABSOLVTA. OMNIA. IVLIO. ALBERONIO
S. R. E. CARDINALIBVS. FLAMINIAE. LEGATIS.

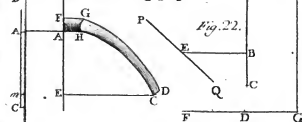
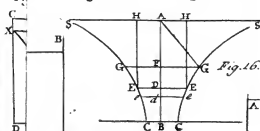
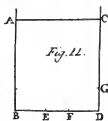
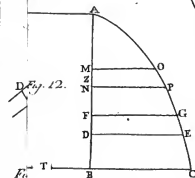
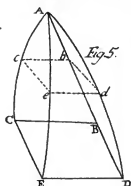
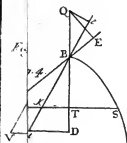
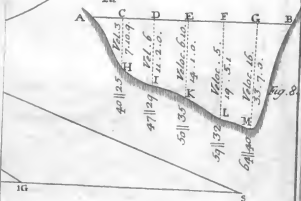
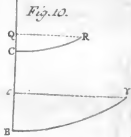
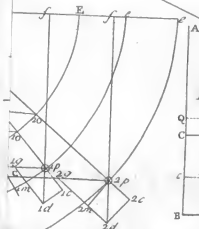
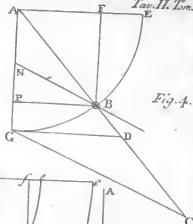
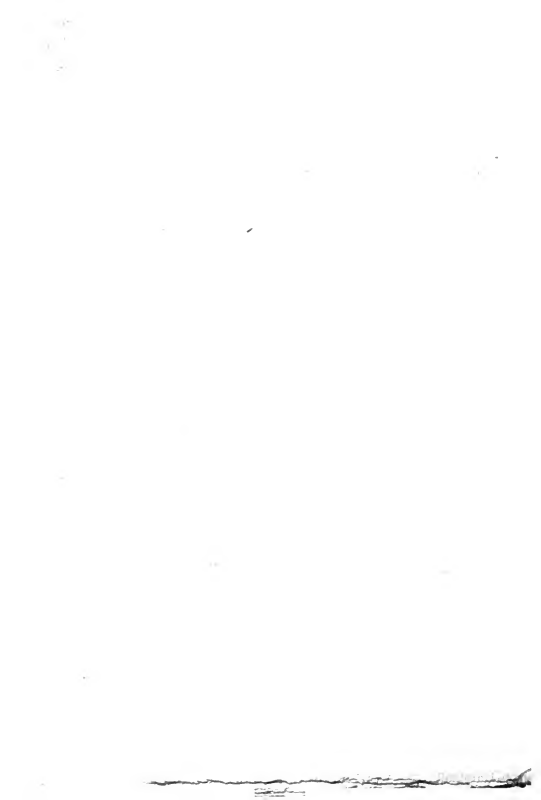
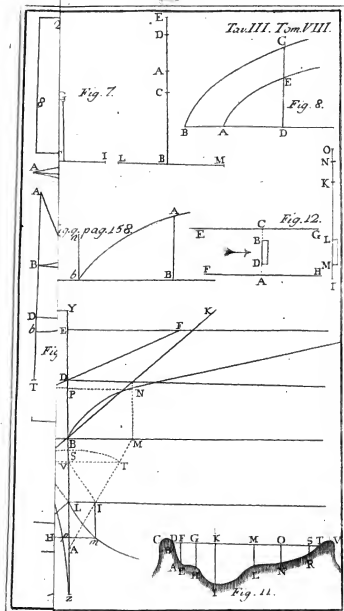
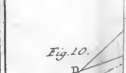
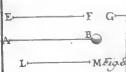
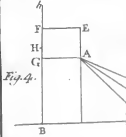
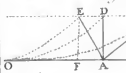
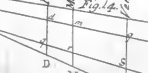
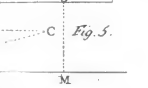
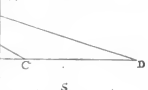
prino mobile di quella felicità, a cui certamente anderanno incontro dopo il regolamento, e ricapito di queste acque.

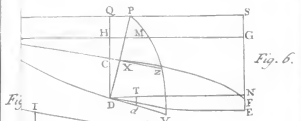
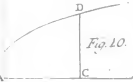
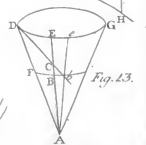
Ravenna questo dì 18. Ottobre 1731.

BERNARDINO ZENDRINI *Matematico della Serenissima Repubblica di Venezia.*

EUSTACHIO MANFREDI *Matematico di Bologna.*

Tav. II. Tom. VIII
Fig. 48 1/3
Fig. 4.
Fig. 10.
Fig. 8.
Vel. 3. 7. 10. 9.
Vel. 6. 11. 2. 0.
Veloc. 6. 10. 14. 1. 0.
Veloc. 5. 19. 5. 1
Veloc. 16. 33. 7. 3.
40‖25
47‖29
50‖35
59‖32
64‖40

Tav.III. Tom.VIII.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9. pag. 158.
Fig. 12.
Fig. 11.

Tav. IV. Tom. VIII.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Papozze
Mazzorno
Veniera
Mare
Fig. 14.
Fig. 10.

Tav. V. Tom. VIII.
Fig. 4.
Fig. 6.
Fig. 8.
Fig. 10.
Fig. 13.
Fig. 17.

Tav. VI. Tom. VIII.
Fig. 4.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.

Tav. VII. Tom. VIII.
Fig. 5.
Fig. 9.
Fig. 7.
Fig. 10.
Fig. 13.
Fig. 15.

Tav. VIII. Tom. IIII.

Fig. 3.

Fig. 11.

Fig. 12.

3-2-394

Tav.IX.Tom.VIII.

Fig. 9.

Fig. 12.

Fig. 13.

Fig. 14.

Tav X Tom VIII
Fig. 4.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 14.
Fig. 16.
.17.

Tav. XI. Tom. VIII
Fig. 22.
Fig. 7.
Fig. 9.
Fig 13
Fig. 21.
Fig. 15.
Fig. 17.
Fig. 16.

Mappa della Diuersione dei due Fiumi Ronco e Montone, con la condotta dell'acqua del Ronco dal Chiauicone Spadoni alla Chiusa, e da questa di nuouo nel Ronco abbandonato, Porto della Pialassa, e nuouo Progetto del Nauiglio uicino allo Sbocco de Fiumi uecchj.

- A.B.C. *Condotta dell acqua suddetta alla Chiusa*
- D.E.F. *Diuersione de predetti Fiumi*
- G. *Porto della Pialassa*
- H.I. *Nuouo progetto del Nauiglio*
- K. *Punto della diuersione del Montone*